


BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIV
E
22
NAPOLI

I G Seitler sculps.

DAVIDIS GREGORII

M. D. ASTRONOMIÆ PROFESSORIS SAVILIANI
OXONIÆ, ET REGALIS SOCIETATIS
LONDINENSIS SODALIS

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

Secunda Editio revisa & correcta.

ACCESSERUNT

Præfatio Editoris; Cometographia HALLEIANA *in modum Appendicis; brevis ad Calcem Horologiorum Sciotericorum tractatus & duplex Index, primus Sectionum & Propositionum, alter Rerum & Verborum copiosus.*

TOMUS PRIMUS.







GENEVÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & SOCIOS.

M. DCC. XXVI.




LUDOVICUS DUX AURELIANENSIUM.



SERENISSIMO PRINCIPI
LUDOVICO
AURELIANENSIUM DUCI.


ERENISSIME PRINCEPS,

Ea est NOMINIS TUI MAJESTAS, *ut non temerè debeat in*

cujuslibet Operis Tutelam vocari, nec deceat ſub Auſpiciis tuis prodire quidquam, niſi quod ſit re ipsâ præſtantiſſimum; neque neſciesus tamen, Comitas illa atque Humanitas, quæ PATRIS TUI veluti propriæ virtutes fuerunt, quàm cumulatè nunc à TE feliciterque repræſententur: quin & perſuaſum eſt nobis, ſi fortè ad res tenuioris pretii, AUGUSTAM NOMINIS TUI AUTORITATEM invocemus, TE ultro precantibus (quæ TUA eſt ad Benefaciendum propenſio) Conceſſurum: id

ratum

ratum ſcilicet tanto certius ad Gloriam ſolere Principes aſcendere, quanto Libentius ex ipſo Gloriæ faſtigio videntur Clementiâ ſuâ & Benignitate deſcendere.

At verò, niſi nos fortaſſe nimius Operis ſuſcepti amor decipit, hoc ſpondemus audacter, quod TIBI *munus Conſecratum hodie cupimus, digniſſimum eſſe cui faveas: utque Libro huic noſtro maximæ gloriæ futurum eſt, quod* NOMINE TUO, *populis omnibus venerando atque caro, inſignitus prodeat, ſic* TIBI *non minimæ*

Laudi fore, quod Libri in Orbe Litterato celebratissimi Patronus per omnem latè Europam publico Monumento declareris.

Autorem habet Gregorium, quem suum Britannia Cassinium, aut Varinonem, appellare jure possit. Qui quidem Matheseos Rerumque Physicarum intelligentiâ sic inclaruit, ut Eum Eruditæ Gentes non modò lugere mortuum, sed etiam natum invidere quodam modo Britanniæ possint; Quando Imperiorum ut Præsidium sunt Egregii Bellatores, ita sunt Eximii

mii

mii Scriptores Decus & Ornamentum.

Hanc autem Gregorii, quam susce-pimus Editionem, pulcherrimam sanè atque locupletissimam, Doctis profectò Germanis, apud quos acrius, quàm ubicunque Terrarum, studia Mathe-seos vigent, animo destinavimus. Por-rò Qui potest iis acceptior Liber esse, quàm qui Nomen & Effigiem præfe-rat ejusmodi PRINCIPIS, quem non minus ament, colant, suspiciant, quam ipse à suis Gallis (quo quid am-plius dici queat?) amatur, colitur, suspicitur.

Sic est, SERENISSIME PRINCEPS; non soli Galliæ tuæ spectata tua Virtus est: novit & Germania, quàm sincerâ Fide, quàm non fucatâ Pietate, Divina Christianæ Religionis Effata prosequi, ejusque Sanctissima Mysteria consueveris ab ineunte ætate revereri. Novit quàm Sapientem TE, quàm Prudentem suprema negotia comprobent; quàm Clementem, quàmque sui amantem Populus sentiat. Novit inprimis quàm non violabili amoris fœdere devinctum TE habeat AUGUSTISSIMA

CON-

DEDICATIO.

CONJUX, quam ipsa TIBI Germanica Tellus Sinu suo, Sanguine Nobilissimam, Ingenio Locupletissimam, Virtutibus Spectatissimam, aluit atque educavit: gratesque habet Deo Immortales, quod felix Conjugium, suis initum auspiciis, munere, quàm potuit esse amplissimo, donare properavit, Filio scilicet, quem tum Paternæ, tum Maternæ Virtutis Hæredem aliquando fore & optamus & speramus.

At TU, SERENISSIME PRINCEPS, munus hoc qualecum-

DEDICATIO.

cumque noſtrum, Bonus accipe, neque magis munus hoc dixeris Tuum, quàm ipſos offerentium animos, quos quamdiu vivent, Tempus omne comprobabit,

CELSITUDINIS TUÆ

Genevæ die 1ª. April. 1726.

Cultores Obſervantiſſimos;
Studioſiſſimos, addictiſſimos,

MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET
& SOCIOS, GENEVENSES Bibliopolas.

PRÆFATIO
AUCTORIS.

Librum hunc eo consilio publicum feci, ut illa, quam subodoratus est sagacissimus *Keplerus*, quamque Geometrarum Princeps *Isaacus Nevvtonus* ad eum, quem omnes suspiciunt, apicem perduxit, Physica Cœlestis, meis etiam curis illustrata, Philosophiæ & Astronomiæ studiosis paulo facilius innotesceret. Satis indicat ipse operis hujusce titulus omissam esse hic omnem Astronomiam Arithmeticam sive calculatoriam, posthac forte suo loco proferendam: Physicam vero à laudatis modo Authoribus depromptam Astronomiæ debite, ubi conveniebat, immiscui; pleraque Geometrica vel aliunde repetita & citata, vel in Lemmatibus demonstrata exhibui; & ita quid in quavis Sectione præstitum sit in ipsius vel titulo vel præfatione exposui, ut qui in reconditiori Geometria minus versati, aut de Physica parum solliciti sunt, possint ea præterire, & solam Astronomiam ab iis distinctam evolvere.

Est autem Astronomia Physica inter disquisitiones

naturales non tantum dignitate, sed & ordine prima, quippe facillima. Sol enim & Planetæ tam immensa distantiâ à se invicem separantur, ut vires plerasque, quibus corpora in se mutuo agunt, minime possint ad tantum intervallum exercere; adeoque his præter universalem Gravitatis vim alia nulla, quâ se invicem afficere valeant, virtus supersit: At in illis, quæcunque apud Terram occurrunt, Phænomenis exerunt sese aliæ innumeræ virtutes, quas quidem difficillimum est distinguere; quas tamen nisi probe distinguimus, frustra aliquod naturæ examen instituimus. Erit itaque quodvis problema in Terrestri Physica valde operosum & perplexum, in Cœlesti vero longè simplicius faciliusque; quanquam etiam & in hac, pro varia corporum Cœlestium distantia & magnitudine, varia sint difficultatum momenta. Fixæ enim inter se tam immane distant, ut nihil omnino in se mutuo agant, quod à nobis Terricolis observari queat. Planetæ primarii tantum à se mutuo removentur, ut aliquam quidem in se invicem vim & effectum habeant, qualis tamen à nobis non nisi post multorum annorum observationem percipi possit. Planetæ secundarii non ita aut à primariis suis, aut à Sole distant (respectu habito ad quantitatem materiæ quæ

in his eſt) quin utriuſque virtutem ſatis notabilem ſentiant, unde orta eſt multiplex eorum inæqualitas; qualis eſt quæ in Luna noſtra manifeſte ſe prodit, quæ tamen quaſi nulla eſt, ſi cum inæqualitate Terreſtrium, quæ corporum undique prementium viribus tam innumeris tamque variis agitata ſunt, conferatur. Adeo ut infeliciter naturali ſcientiæ incumbere videantur, qui hanc Aſtronomiæ partem prætereunt, unde præcipuæ & ſimpliciſſimæ Naturæ leges ſunt hauriendæ.

Ne cui vero Phyſica hîc tradita, quaſi novum aliquid & inſolens in Aſtronomia videatur, eandem vetuſtiſſimis Philoſophis notam, ab iiſque ſedulo excultam eſſe oſtendam. Quo in argumento diutius paulo morabor, quia nihil neceſſe erit plura præfari, aut de operis hujus ordine, qui ex Indice ſatis conſtat, aut de Aſtronomiæ uſu, dignitate, hiſtoria, progreſſu, aut etiam de vero hoc Mundi Syſtemate *Pythagoræ* aliiſque Veteribus probato; quæ omnia ab Aſtronomiæ Scriptoribus jamdiu fusè tractata ſunt: id, inquam, jam oſtendam, quod nos adhuc in Aſtronomia Phyſica Veterum veſtigiis inſiſtamus; quod nempe norint illi corpora Cœleſtia in ſe mutuo gravia eſſe, & vi Gravitatis in orbitis ſuis retineri; quod etiam Gravitatis hujuſce Legem perſpectam habuerint.

Si enim ad ipſam Aſtronomiæ originem recurrimus, eamque à prima quaſi infantia repetimus, nihil antiquius eſſe reperiemus, nihil per omnes Philoſophorum ſectas latius diſſeminatum, quam illam de corporum Cœleſtium Gravitate ſententiam. Notum eſt dictum illud quod ſæpe uſurparunt [a] *Anaxagoras* ejuſque diſcipuli [b] *Archelaus* & [c] *Euripides*, Solem nempe & Stellas eſſe *lapides candentes*, aut *aureas glebas*; idem etiam ſenſere [d] *Democritus*, *Metrodorus* & [e] *Diogenes*. Quibus verbis nihil aliud intelligebant quam corpora gravia, denſa & fixa (ſaxorum inſtar) ut ignem ſuſtinere poſſent: & hanc eſſe eorum mentem luculenter conſtabit, ſi hujuſce ſententiæ authores altius adhuc exquiramus. Recte enim monuit [f] *Democritus* non eſſe has de Luna Stelliſque opiniones ad *Anaxagoram* referendas, qui eas ab antiquioribus ſuffuratus eſt. Unde vero eas ſurripuerit, aut à quibus ad eum derivatæ fuerint, non eſt inveſtigatu difficile. Illas enim acceperat

à

a Οὗτος ἔλεγε τὸν ἥλιον μύδρον εἶναι διάπυρον. Diog. Laert. in Anaxag. Τὸν μετ' ἥλιον λίθον φησὶν εἶναι, τὴν δὲ Σελήνην γῆν. Plat. in Apol. Socr. *b* Μύδρους ἔφησεν εἶναι τοὺς ἀστέρας, διαπύρους δέ. Stob. Ecl. Phyſ. cap. 25. *c* Φασὶ Εὐριπίδην χρυσέαν βῶλον εἰπεῖν τὸν ἥλιον. Diog. Laert. in Anaxag. *d* Plutarch. de Placitis Philoſ. Lib. II. cap. 20. *e* ibid. c. 13. *f* Φαβωρῖνος δέ φησιν ἐν παντοδαπῇ ἱστορίᾳ λέγειν Δημόκριτον περὶ Ἀναξαγόρου, ὡς οὐκ εἴησαν αὐτοῦ αἱ δόξαι αἵ τε περὶ Ἡλίου καὶ Σελήνης, ἀλλὰ ἀρχαῖαι, τὸν δὲ ὑφῃρῆσθαι. Diog. Laert. in Democr.

à Præceptore ſuo [g] *Anaximene*, qui igneam eſſe Stellarum naturam, ſed ipſis permiſta quædam terrena corpora judicavit, quæ nobis non conſpecta circum illas verſarentur: quibus verbis plane innuit Planetas terreſtres in Fixæ cujuſque Syſtemate ſuas periodos conficere. Hæc *Anaximenes* ab *Anaximandro*, *Anaximander* ab ipſo [h] *Thalete* habuit, qui *Ionicæ* Philoſophiæ Princeps opinionem de Syderum Gravitate per ſuam deinde ſectam diffudit. Sed nec hic conſtitit illa de Syderibus doctrina, ſed etiam in *Italicam* Philoſophiam defluxit, cujus [i] ſectatores Stellam quamvis Mundum eſſe, Terramque & Aſtra continere, & infinito in Æthere collocari; [k] Lunam vero non modò Terræ noſtræ ſimilem eſſe, ſed à pulchrioribus etiam animalibus habitatam docuerunt.

Neque vero de Gravitatis natura ita abſurde ſenſerunt, quaſi fieret per vim puncti alicujus intra Terram, ſive centri, ad quod gravia undique

 ten-

g Πυρίνην μὲν Ἀναξιμένης ἔλεγε τὴν φύσιν τῶν ἄστρων, περιέχειν δέ τινα γεώδη σώματα συμπεριφερόμενα τούτοις, ἀόρατα. Stob. Ecl. Phyſ. c. 25. *h* Θαλῆς γεώδη μὲν ἔμπυρα δὲ τὰ ἄστρα. ibid. Sic etiam Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. *i* Οἱ Πυθαγόρειοι ἕκαστον τῶν ἀστέρων κόσμον ὑπάρχειν γῆν περιέχοντα ἀέρα τε καὶ αἰθέρα ἐν τῷ ἀπείρῳ αἰθέρι. Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. *k* Οἱ Πυθαγόρειοι γεώδη φαίνεσθαι τὴν Σελήνην διὰ τὸ περιοικεῖσθαι ταύτην καθάπερ τὴν παρ' ἡμῖν γῆν μείζοσι ζώοις καὶ φυτοῖς καλλίοσι. ibid. Lib. II. cap. 30.

tenderent; [l] ſed per vim totius in globo Terreſtri materiæ omnia ad ſe trahentis factam eſſe: & quemadmodum vis magnetis componitur ex conjunctis ſingularium partium viribus, ſic Gravitatem ad Terram totam ex Gravitate ad ſingulas illius particulas ortam eſſe exiſtimarunt. Porro & eodem modo cenſuerunt [m] Gravitatem fieri in Lunam, Solemque, ac in Terram facta eſt; & [n] Planetam quemque, tanquam lapidem in funda circumagitatum, ob hanc ipſam rationem in Orbita ſua conſervari, & in ſublimi ſemper verſari. Imo ex iis quæ de *Platone* memorat [o] *Diogenes Laertius*, quæque in [p] *Timæo* obſcure innuuntur, inducor ut cum [q] *Galilæo* credam divinum illum Philoſophum cenſuiſſe corpora mundana jam primum fabri-

l Καὶ τοίγε εἰ πᾶν σῶμα ἐμβριθὲς εἰς τὸ αὐτὸ συννεύει καὶ πρὸς τὸ αὐτοῦ μέσον ἀντερείδει πᾶσι τοῖς μορίοις, οὐχ ὡς μέσον οὖσα τοῦ παντὸς ἡ γῆ μᾶλλον ἢ ὡς ὅλον οἰκειώσεται μέρη αὐτῆς ὄντα τὰ βάρη. Plut. de facie in Orbe Lunæ. Τὸ δὲ ἀσώματον οὔτε εἰκὸς, οὔτε βούλονται, τοσαύτην ἔχειν δύναμιν ὥστε πάντα κατατείνειν ἐφ᾽ ἑαυτὸ καὶ περὶ αὐτὸ συνέχειν. ibid. *m* Ἡ δὲ πρὸς τὴν γῆν τῶν ἐνταῦθα συννεύσεις καὶ σύστασις ὑφηγεῖται τὸν τρόπον, ᾧ μένειν τὰ ἐκεῖ συμπεσόντα πρὸς Σελήνην εἰκὸς ἐστιν. ibid. *n* Τῇ δὲ Σελήνῃ βοήθεια πρὸς τὸ μὴ πεσεῖν ἡ κίνησις αὐτή, καὶ τὸ ῥοιζῶδες τῆς περιαγωγῆς· ὥσπερ ὅσα ταῖς σφενδόναις ἐντεθέντα τῆς καταφορᾶς κώλυσιν ἴσχει τὴν κύκλῳ περιδίνησιν, διὸ τὴν Σελήνην οὐκ ἄγει τὸ βάρος ὑπὸ τῆς περιφορᾶς τὴν ῥοπὴν ἐκκρουόμενον. ibid. *o* Ταῦτα γὰρ πρὶν μετ᾽ ἀλόγως κινεῖσθαι καὶ ἀτάκτως, ἐπεὶ δὲ ἤρξαντο συνιστάναι τὸν κόσμον, ἐκ τῶν ἐνδεχομένων ὑπὸ τοῦ θεοῦ συμμέτρως καὶ τεταγμένως γενέσθαι. Diog. Laert. in Plat. *p* Κίνησιν γὰρ ἀπένειμεν αὐτῷ τὴν τοῦ σώματος οἰκείαν (*i. e.* directum) & paulo poſt διὸ δὴ κατὰ ταὐτὰ ἐποίησε κύκλῳ κινεῖσθαι στρεφόμενον. Plat. in Timæo. *q* Siſtem. Coſmic.

fabricata motu recto (Gravitate id efficiente) agitata fuisse, sed postquam ad determinata loca venissent paulatim in gyrum revolvi cœpisse, motu recto commutato cum circulari. Ex hac Gravitatis doctrina, qua nempe omnia corpora ad se mutuo gravitant, [r] *Lucretius*, ab *Epicuro* & *Democrito* doctus, contendit nullum esse Universi centrum, sive locum infirmum, sed infinitos esse in spatio infinito Mundos huic nostro similes. Argumentum ejus ita se habet: Si rerum natura alicubi finiretur, corpora extima, cum nulla haberent exteriora quæ gravitatis vi appeterent, non starent in æquilibrio, sed ad inferiora necessariâ gravitatis inclinatione tenderent; adeoque in infinito tempore confluendo jam dudum in medio totius tanquam in imo loco jacuissent. Hinc itaque patet *Lucretium*, eosque quos ille secutus erat, existimasse unumquodque corpus grave esse in materiam circumquaque positam, & à gravitate præpollente ferri in regionem ubi materia est copiosior.

Sicuti constat antiquos corporum omnium in se invicem Gravitatem deprehendisse, ita etiam quam Legem & quam pro diversa mole & distantia

r Præterea spatium summai totius omne
Undique si inclusum certis consisteret oris,
Finitumque foret: &c. *Lucr.* Lib. I. v. 983.

tia proportionem observaret Gravitatis actio non ignorarunt. [f] Gravitatem enim proportionalem esse quantitati materiæ ex qua constat grave, satis declarat *Lucretius*, & [t] corpora quæ levia dicuntur non sponte sed vi subigente ascendere, perinde ut in aqua lignum; [u] omnia autem corpora, tam graviora quam minus gravia, æquali celeritate (in vacuo) descendere. Enim vero præclarissimum illud Theorema de proportione, quâ Gravitas recedendo à Sole decrescit, saltem *Pythagoræ* non ignotum fuisse ex sequentibus liquebit. Hoc enim ille & illius asseclæ adumbrarunt per Harmoniam Sphærarum: Finxere nimirum Apollinem Lyram septem chordarum pulsare, quo symbolo, ut ex [x] *Plinio*, *Macrobio* & *Censorino* abunde constat, intellexere Solem cum septem Planetis; illum nempe Hebdomagetam & naturæ moderatorem constituerunt, & censuerunt Vi suâ attractivâ agere in Planetas (quem ideo [y] Jovis Carcerem vocabant, quia

f Denique cur alias aliis præstare videmus
Pondere res rebus nihilo majore figurâ? &c. *ibid.* v. 359.

t Nunc locus est, ut opinor, in his illud quoque rebus
Confirmare tibi, nullam rem posse suâ vi
Corpoream sursum ferri, &c. *Lucr.* Lib. II. v. 184.

u Omnia quapropter debent per inane quietum
Æque ponderibus non æquis concita ferri. *ibid.* 238.

x Plin. Lib. II. cap. 22. Macrob. Lib. I. c. 19. Censorin. c. 11.

y Τὴν τοῦ Διὸς φυλακήν.

quia nempe Planetas in Orbibus suis hac Vi retinet ne in rectis abeant) in ratione illa Harmonica distantiarum. Vires enim quibus æquales tensiones agunt in chordas diversarum longitudinum (cætera æquales) sunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum. [z] Nam *Pythagoras*, dum præteriret officinam fabri ferrarii, occasionem reperit experiendi quod soni, quos mallei ferrei emittunt, acutiores essent vel graviores pro variis ponderibus malleorum; deinde intestina ovium vel boum nervos, variis etiam ponderibus alligatis, tendendo didicit quod soni ponderibus similiter responderent. Ubi hoc compertum habuit, deinde deprehendit etiam numeros, ex quibus soni sibi consoni nascerentur. Sive autem vera sit hæc historia sive fabula, certum est *Pythagoram* reperisse veram rationem, quæ est inter sonos chordarum & pondera appensa. Tensio eadem in chordam duplo breviorem quadruplo potentius agit: Octavam enim generat, & Octava per vim quadruplo majorem editur; nam si chorda dato pondere tensa datum tonum edit, eadem quadruplo pondere tensa Octavam edet. Similiter, eadem tensio in chordam subsesquialteram agit in ratione dupla sesquiquarta: nam Quintam sive harmoniam Diapente efficit, & chorda, quæ dato pondere datum tonum edit, pondere

z Macrobius Lib. II. in Somn. Scip. cap. 1.

duplo ſeſquiquarto tendi debet ut Quintam efficiat. Et univerſaliter, pondera, quibus toni omnes in chordis æqualibus audiuntur, ſunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum æqualiter tenſarum, quibus inſtrumentum muſicum tonos eoſdem emittit. Proportionem his experimentis inventam *Pythagoras* applicuit ad Cœlos, & inde didicit Harmoniam Sphærarum. Ideoque conferendo pondera illa cum ponderibus Planetarum, & intervalla tonorum cum intervallis ſphærarum, atque adeo longitudines chordarum cum diſtantiis Planetarum ab orbium centro, intellexit per Harmoniam Cœlorum quod Gravitates Planetarum in Solem (ad cujus utique Lyram omnes ſaltant) eſſent reciproce ut quadrata diſtantiarum eorum à Sole.

Hactenus oſtenſum eſt quænam fuerit de Gravitate veterum Philoſophorum ſententia; iiſque perſuaſum eſſe conſtat, quod Gravitas non modo Terræ ſed & corporibus Cœleſtibus competat, quod corpora omnia in ſe mutuo gravia ſunt, quodque Planetæ vi Gravitatis in Orbitis ſuis retineantur, quod denique Gravitates Planetarum ad Solem ſint reciproce ut Quadrata diſtantiarum ab ipſo. Quænam hiſce Veterum inventis incrementa adjecerit Recentiorum ſolertia, ſequentes paginæ fuſe oſtendunt.

EDI-

I.

EDITORIS PRÆFATIO.

Ecce nova tandem, ac plurimorum votis exoptata, atque a nobis promissa prodit Astronomiæ Gregorianæ *Editio. Quid in hoc præclaro Opere contineatur, quæve sit Clarissimi Autoris in hisce Astronomiæ Elementis tradendis methodus, satis superque Index Sectionum & Propositionum docebit. Quid autem in hac Secunda Editione novi accesserit, ex ipso Titulo Lector facile animadvertet, quem tamen pauca monendum esse putamus.*

1°. *Editionem Oxoniensem anni* 1702 *secuti sumus quam ab erratis quæ in ea irrepserant, quoad fieri potuit expurgavimus.*

2°. *Schemata quæ in dicta Editione ligno incisa sunt, ære eleganter incidi Curaverunt Librarii, & in Tabulas referri, quas ad faciliorem legentium usum opportunis in locis librorum compactores collocare debebunt.*

3°. *Nonnullas lineas in figuris aliquot immutavimus, sed parce ad modum, & ubi tantùm ex levissima immutatione majorem perspicuitatem oriri posse judicavimus.*

Hæc pauca dixisse sufficeret nisi alia quædam polliciti essemus. Promisimus enim annotationes aliquot in totum Opus distribuendas, & brevem ad finem totius Operis Horologiorum Solarium describendorum methodum nos addituros. Ac methodum quidem illam adjecimus, sed notas quod attinet, quum per Typographorum in adornanda hac Editione diligentiam, promissis stare non licuerit, nosque ipsos cum Auro Clariss. Gregorii *quisquilias nostras intermiscere puduerit, aliqua tantum in hac nostra Præfatione adjiciemus quæ incipientibus fortasse inutilia non erunt sive ad intelligendas aliquas* Gregorii *Propositiones; sive ad Consulendos Autores ex quibus nonnullarum explicationem petere queant; sive tandem ad corrigendas quasdam assertiones in quibus à vero non-*

b 2 *nihil*

nihil aberrasse Noster videbitur. Ac primo quidem ut possint Tirones, si libuerit, Autoris Demonstrationes Geometricas & Physicas cum Illustrissimorum Astronomorum Observationibus, & cum rationibus Arithmeticis comparare, à brevi sed accurata Mundani nostri Systematis descriptione exordiemur. Deinde vero aliquot annotationes addemus eodem ordine quem Autoris methodus offeret.

BREVIS TOTIUS MUNDANI SYSTEMATIS CONSPECTUS.

SOL ☉ in foco communi omnium Orbitarum quas Planetæ Primarii describunt, positus censetur. Nam quamvis huc & illuc distrahatur levissimo motu orto, ex eo quod in Planetas circumjectos gravitet & ad eos proinde non nihil accedat, tamen quia motu illo parum admodum à centro communi gravitatis suæ & Planetarum distat, quiescere dicetur, neque enim alium fere motum habere cernitur, præter motum rotationis, quo fit ut (comparative ad Tellurem, idest, quatenus è Tellure conspicitur) circa Æquatoris sui axem unam revolutionem peragat intra 27. dies & 12. horas circiter. Quemadmodum enim Terra suam Eclipticam habet & suum Æquatorem, sic etiam Sol Eclipticam suam saltem respectu Terræ & suum Æquatorem habere censendus est. Et quidem Ecliptica ejus in eodem plano est ac Telluris Ecliptica, ac proinde axis Eclipticæ Solis parallelus est axi Eclipticæ nostræ. Sed Æquator Solis in eo differt à nostro quod, quum noster inclinatus sit ad Eclipticam gradibus 23 & 29'. Æquator Solis inclinetur ad Eclipticam grad. $7\frac{1}{2}$ quam proxime, ita ut axis Æquatoris Solis efficiat cum axe ejus Eclipticæ angulum graduum $7\frac{1}{2}$ Observandum est igitur quod si Tellus ad ea Orbitæ suæ puncta pervenerit, in quibus posita, invenitur versari in communi Sectione productæ Eclipticæ & Æquatoris Solis (quod accidit quum Sol esse videtur in 8° ♊ & in

8°

8° ↔) *tunc Æquator Solis & ejus Paralleli omnes è Terra visi, projiciuntur in lineas rectas inter se parallelas in disco Solis, & Poli ejusdem Æquatoris sunt in ejusdem disci limbo. In omni alia positione Terræ aut Solis in Orbita sua, tam Æquator, quam ejus Paralleli omnes projiciuntur in disco Solis per lineas curvas seu per dimidiatas Ellipses (informes tamen ob gibbositatem aut convexitatem disci Solaris in quo fit hæc projectio) versus polum ejus superiorem seu Borealem, vel versus polum ejus inferiorem seu Australem magis minusve convexas, pro ut Tellus magis aut minus super planum Æquatoris Solis attollitur, nunc versus Austrum, nunc versus Boream. Indeque accidit ut si Poli Æquatoris Solis aliqua nota conspicui essent, viderentur intra annuum spatium descripsisse duos circellos circa polos Eclipticæ Solis & ab eis distantes gradibus* $7\frac{1}{2}$ *Hæc omnia constant ex observationibus accuratissimis macularum Solis quas observationes videre poterit Lector passim in* Historia & Commentariis Regiæ Scientiarum Academiæ Parisiensis, *& præsertim in* Historia ejusd. Acad. anni 1707. *in qua Celeberrimus Dom.* de Fontenelle *diserte & perspicue, ut solet, totam hanc Theoriam explicat. Cæterum omittere non debeo qua ratione distinguantur Poli Borealis & Australis in disco Solis, & quo sensu super Æquatoris sui axem Sol circumvolvatur. Itaque supponatur Sol esse in Meridiano circulo. Cognito Angulo Eclipticæ cum Meridiano per Trigonometricum calculum aut alia ratione, axis ejus habebitur in disco Solis, ut facile cuique patebit. In ea autem positione uterque polus Solis superior hic Eclipticæ, ille Æquatoris, Borealis vocabitur; Inferiores autem Poli ambo Australes dicentur. In ea Solis positione Maculæ Solares describent aut lineas rectas inter se parallelas, aut dimidiatas ellipses quæ erunt vel Æquatoris vel parallelorum ejus projectiones, quæque magis minusve convexæ erunt nunc versus unum polum Æquatoris, nunc versus alterum. Progredientur que Maculæ ab Oriente in Occidentem; adeo*

ut si diu satis perseverent, ad eundem disci locum redeant post 27 *dies & 12 horas circiter. Si Circelli de quibus antea describantur & apte dividantur pro tempore dato; in gradus suos, habebitur positio & apparentia axis Æquatoris, quæ axis ad plana omnia tam Æquatoris quam ejus parallelorum perpendicularis semper est. Sed hæc satis.*

Iam ut ad Planetas Primarios deveniamus; omnes illi revolutiones suas periodicas in Orbitis conficiunt Ellipticis quorum focum unum communem omnibus Sol occupat.

Mercurius ☿ *Soli proximus, juxta* Keplerum *revolutionem suam peragit in spatio* 87 *dier.* 23 *horar.* 14′. 24″. *Motus diurnus* 4°. 5′. 32″. *Maxima à Sole distantia* 46955: *media* 38806: *minima* 30657: *Excentricitas* 8149: *eaque omnia in partibus quarum Semiaxis major Orbitæ Telluris, (quam Orbitam* Keplerus *vocat Orbem Magnum) continet* 100000. *Iuxta* D. de la Hire in Tab. Astr. *Motus* ☿ *in anno communi est* 1. *Sig.* 23°. 43′. 15″. (*intellige præter* 4 *revolutiones* 12. *Signorum*) *motus* 30 *dier.* 4. *Sig.* 2°. 46′. 18″. *motus diurnus* 4°. 5′. 32″. *omnino ut* Keplerus *motus ejus medius anno* 1700. *completo* (*id est primo die Ianuarii an.* 1701. *meridie sub meridiano Observatorii Parisiensis*) *stilo novo, erat* 3 *Sig.* 6°. 14′. 40″. *Aphelii ejus Longitudo erat eod. an.* 8 *Sig.* 13°. 3′. 40″. *Aphelii motus annuus* 1′ 39.″ *Maxima Orbitæ ad Eclipticam inclinatio Iuxta* D. de la Hire 6°. 52′. 0″. *motus ejus Nodi* ☊ *ascendentis seu Borealis eod. anno* 1 *Sig.* 14°. 53′. 14″. *Si excentrici Mercurii semidiameter supponatur partium* 100000. *excentricitas erit ex* Keplero 21000. *earundem partium.*

Venus ♀ *Periodum suam absolvit in spatio* 224 *dier.* 17 *hor.* 44′ 55″ 14‴ *ex* Keplero, *& proinde motus ejus diurnus est* 1°. 36′ 8″. *Maxima à Sole distantia* 72900, *media* 72400 *minima* 71900. *Excentricitas* 500 *in partibus* 100000 *mis semidiametri excentri Telluris. Iuxta* D. de la Hire *Motus* ♀ *in an. communi est* 7 *Sig.* 14°. 47′ 36″ (*intellige*

tellige præter unam revolutionem 12. *Signorum: motus diurnus* 1°. 36'. 8". *ut* Keplerus, *anno* 1700 *completo intelligatur ſemper ſtilo Gregoriano ſeu novo.*) *motus medius* ♀ *erat* 5 *Sig.* 23° 55'. 18". *Aphelium erat* 10. *Sig.* 6° 56' 10" *Motus Aphelii in an. communi ſive annuus* 1' 26". *Maxima Orbitæ ad Eclipticam inclinatio* 3° 23' 5". *Motus Nodi* ☊ *eod. anno erat* 2 *Sig.* 13°. 54' 19" *Motus annuus Nodi ab Æquin.* (*ſic intellige de omnibus motibus*) *eſt* 46". *Si excentrici Veneris ſemidiameter ſupponatur partium* 100000 *excentricitas erit* (ex Keplero) 694 *earum partium.*

Tellus noſtra ♁ *revolutionem ſuam perficit* 365 *Diebus* 5 *hor.* 49' 24". *Sed ut facilior ejus Theoria reddatur fingemus Terram immotam eſſe & Solem* ☉ *circa eam curſu annuo deferri. Itaque.*

Sol ☉ *circa Terram revolvitur in ſpatio* 365 *dier.* 5 *hor.* 49' 24" *in Ecliptica, quæ cum Æquatore angulum declinationis ſeu Obliquitatis maximum efficit* 23°. 29'. *juxta* D. de la Hire, *vel* 23°. 28'. 24". *ex Calculo & Obſervationibus Clariſſ. Dom. Equitis* de Louville (*in* Actis Acad. Reg. Paris. an. 1720.) *cujus hic Theoriam ſequemur. Hoc ipſo anno* 1726 *ineunte* (*id eſt* 1°. *die Ianuarii meridie Tempore Medio ſub Meridiano* Obſervatorii Pariſienſis) *Anomalia media erat* 181°. 30'. 42". *Longitudo Apogæi* 98°. 18'. 57". *hæc addita dant motum Medium anno* 1726 *ineunte, Tempore Medio* (*quod ſemper ſupponendum*) 279°. 49'. 39". *ſeu* 9 *Sig.* 9°. 49' 39". *Motus annuus ab Apogæo* 11 *Sig.* 29°. 44'. 49". *cui ſi Longitudo Apogæi annua* 0° 0' 51" *addatur. Motus medius erit annuus* 11 *Sig.* 29° 45' 40". *Si Major ſemiaxis Orbis elliptici Solis ſupponatur* 10000000 *partium, maxima Solis à Terra diſtantia erit* 10166915, *media* 10000000, *minima* 9833085, *excentricitas duplex ſeu diſtantia Focorum* 333830, *diſtantia foci utrius libet à centro ellipſis* 166915, *minor ſemi-axis erit* 9998607. *Quæ omnia colligo ex Calculo Cl. D. Equitis* de Louville *in* Tab. *ejus* Solaribus *præſtantiſſimis*

quæ

quæ habentur in Actis Reg. Scient. Acad. Paris. *an.* 1720.

Iuxta D. de la Hire *Medius Motus* ☉ *erat an.* 1700 *completo, stylo Novo 9 Sig.* 10° 52′ 27″. *motus in an communi est* 11 *Sig.* 29° 45′ 40″. *motus diurnus* 59′ 8″. *Eodem an.* 1700 *completo Longitudo Apogæi 3 Sig.* 8°. 7′. 30″. *Apogæi Longitudo annua* 1′ 2″ *Iuxta* Keplerum *Orbitæ ellipticæ Solis vel Terræ dimensiones sunt sequentes. Distantia maxima Solis à Terra* 101800, *media* 100000 *minima* 98200. *excentricitas* 1800. *Sed observare Lectores debent per excentritatem apud* Keplerum *intelligi in forma elliptica, distantiam foci alterutrius à centro ellipsis, & proinde distantiam foci unius ab altero foco, quam* D. de Louville *& alii excentricitatem duplam vocant, esse apud* Keplerum *partium* 3600 *qualium media distantia vel semiaxis major (hac enim idem sonant) est* 100000. *Siquidem excentricitas in Hypothesi Circulari ex observationibus & calculo reperta, si ad ellipticam Hypothesin transferatur, æqualis est distantia focorum ab invicem, vel duplici distantia foci utrius libet à centro ellipsis, unde fit ut apud non nullos distantia foci à centro vocetur excentricitas simpla, & distantia foci unius ab altero foco dupla extentricitas nominetur.* Keplerus *enim animadvertens Hypothesin excentrici circularis quæ satis quidem Solis motibus explicandis apta censeri poterat non convenire aliorum Planetarum ac præcipue Martis motibus; & deinde hanc ipsam Hypothesin minimè congruere veris distantiis Solis à Terra quas Semidiametrorum apparentium Solis rationes suppeditant, (quum distantia maxima sit ad minimam; ut maxima semidiameter apparens Solis* 32′ 33″ *in Perigæo seu ex distantia minima visi, ad semidiametrum ejusdem apparentem minimam* 30′ 22″ *quum videtur ex maxima distantia vel in Apogæo) Hac inquam omnia* Keplerus *pro acutissimo quo pollebat ingenio prospiciens, & videns ex veris quas dixi distantiis excentricitatem duplo minorem colligi quam quæ ex Hypothesi Circulari consequitur, demonstravit* 1°. *Planetarum Orbitas esse ellipticas, in quarum*

quarum foco uno communi Sol versatur. 2°. *excentricitatem in Orbe excentrico Circulari per calculum inventam, in duas partes æquales dividi debere, adeo ut in Orbe elliptico illa eadem excentricitas tota quam duplam excentricitatem vocare licet sit æqualis distantia foci unius ab altero, & dimidia excentricitas, quam simplam nominabimus, sit æqualis distantia foci utriuslibet à centro Orbis elliptici.* 3°. *nullum dari punctum in axe majore, in quo centrum motuum mediorum seu æquabilium per angulos temporibus proportionales exhibitorum sumi queat.* 4°. *mensuras motus medii esse ipsamet tempora, aut ipsasmet areas ellipticas quas cum axe majore radius Planetæ vectorius è Sole proficiscens verrit; eas quippe areas esse semper temporibus proportionales. Areæ illæ Anomaliæ Mediæ dicuntur & repræsentant motus medios ab Apogæo aut ab Aphelio quum illæ sint, sicuti & medii motus illi Temporibus proportionales.* 5°. *Anomaliam veram seu coæquatam esse angulum quem radius Planetæ vectorius efficit cum linea Apsidum aut cum axe majore in eo foco in quo Sol aut terra versari supponitur. Hæc omnia fuse explicata Lector videre poterit apud Auctorem nostrum locis propriis.*

Dum Sol motu annuo fertur in consequentia ab Æquinoctio verno quod vocant Arietem ♈ *seu Sectionem vernam, Stellæ Fixæ devehuntur quoque in consequentia motu lentissimo in circulis Ecliptica parallelis, quo fit ut illæ nunquam latitudinem mutent, sed bene quidem longitudinem, & declinationem, & ascensionem rectam. Annis* 300 *ante Æram vulgarem primæ* ♈ *Longitudo erat* 49′ 21″ *anno vero* 1700 *completo fuit* 29°. 1′. 0″. *Motus ille Fixarum annuus est* 51″, *omnino ut motus annuus Apogæi in Theoria* D. de Louville. *Hæc est causa cur Sectio verna regredi in Antecedentia videatur, quum aliis atque aliis retro Stellis Fixis respondeat, quæ in consequentia promoventur, ut jam dictum est. Et hæc est ratio Præcessionis Æquinoctiorum in Hypothesi Terræ immotæ.*

Aliud quoque animadvertendum, videlicet quod, interea

dum Sol & Fixæ omnes (à quarum motu proprio nunc abstraho) motu perniciſſimo (ac proinde impoſſibili & apparenti tantum) abripiuntur ab Oriente in Occidentem, Sol quidem integram revolutionem perficiat 24. *horarum ſpatio; ſed quia motu contrario ſibi proprio defertur in conſequentia id eſt ab Occidente in Orientem, inde accidit ut ſi ſub Meridiano aliquo nunc temporis cum aliqua Fixa verſetur, poſt* 24 *horas diſcedat ab ea ſtella verſus Occidentem minutis primis* 59 & 8″ *plus minuſve. Igitur Stella citius ad dictum Meridianum perveniet tota temporis differentia quæ in Æquatore competit motui diurno Solis in Ecliptica, quæ quidem differentia eſt* 3′ 55″ 54‴ *temporis medii. Nam quum Fixa de qua ſupra, poſt unam revolutionem Cæli ſtelliferi pervenit ad eundem Meridianum, deſunt ad huc* 3′ 55″ 54‴ *quin Sol ad eundem Meridianum appulerit, adeoque ſi Dies Solis medius ſit* 24 *horarum, dies Cæli ſtelliferi erit* 24 *hor.* — 3′ 55″ 54‴ *id eſt erit tantum* 23 *hor.* 56′ 4″ 6‴. *Si autem Dies Cæli ſtelliferi* 24 *horarum ſupponatur, (quod tamen uſu non receptum eſt) erit Dies Solis Medius* 24 *horar.* 3′ 55″ 54‴. *Hæc eſt Acceleratio Fixarum ſupra Motum Medium Solis. Cujus Accelerationis Tabula reperitur in fine* Tabularum Aſtronom. D. de la Hire.

Quæ de Solis motu circa Terram hactenus dicta ſunt hæc pro meris figmentis haberi debent omnia. Hoc tamen commodi habent, quod iis ſuppoſitis facilius ad Telluris Theoriam aſſequendam iter pateat. Itaque ad habendam Telluris Orbitam & locum ejuſdem Telluris in Orbita ſua, deſcribatur ut cumque Ellipſis ASBC *cujus major ſemi axis* AO *ſupponatur partium* 100000 *& diſtantia Centri* O *à Foco* T *ſupponatur partium earundem* 1669 *juxta calculum* D. de Louville. *Terra ſit in* T *Sol in* S. *Collocentur quæ ſigna eo ordine qui hic cernitur habita ratione longitudinis Apogæi* A *ab* ♈ *hæc Ellipſis repræſentabit Orbitam Solis, in qua linea* AB *erit linea Apſidum ſeu Augium; Area elliptica* AST *exhibebit*

Tab. Præf. Fig. 1.

bebit motum medium Solis ab Apogæo, & Angulus A T S *erit Anomalia coæquata. Ut autem signa debito ordine disponantur, ducatur per locum Terræ* T *linea* ♎ T ♈ *faciens cum axe* A T *in puncto* T, *angulum* A T ♈ *æqualem longitudini Apogæi petita ex Tabulis Astronomicis, aut per observationes & calculum cognitæ; habebuntur que puncta* ♈ & ♎: & *ut habeantur quoque puncta* ♋ & ♑ *ducatur per punctum* T *linea* ♋ T ♑ *ad Lineam* ♎ T ♈ *perpendicularis & habebuntur puncta* ♋ & ♑. *Quod si addantur simul Anguli* ♈ T A & A T S, *inventi ut libuerit, Angulus* ♈ T S *erit longitudo vera Solis ab Æquinoctio verno. Facili autem negotio hac Solis Orbita, in Telluris Orbem magnum convertetur, si modo Signorum servato semper ordine in Consequentia eorum loca opposito situ disponantur, ut cuivis facile patebit ex secunda Figura, in qua remanentibus angulis omnibus qui in figura prima expressi sunt atque iisdem Terra à Sole distantiis, Sol collocatur in foco* S & *Terra in puncto* T: *nam linea* a b *est linea Apsidum, punctum* a *est Aphelium Terræ, punctum* b *Perihelium, area elliptica* a T S *est Anomalia media. Angulus* T S a *Anomalia coæquata. Angulus* ♎ S a *longitudo Aphelii à* ♎. *Angulus* ♎ S T *longitudo Telluris vera à* ♎ &c. *Quæ omnia eadem sunt (mutatis mutandis) ac eaquæ expressa fuerant in suppositititia Solis circa Terram Orbita. Addendum duntaxat quod si datus aliquis motus Solis in Terram transferendus proponatur, sic nullo negotio fiet. Ad datum quippe locum Solis addantur semper sex signa, & si aggregatum non superet* 12. *Signa, dabit illud aggregatum locum convenientem in Telluris Orbita. Si vero aggregatum majus sit* 12 *Signis,* 12 *Signa substrahantur, & reliquum dabit locum quæsitum in Terræ Orbita. Exempli causa Apogæi Solis Longitudo initio anni hujus* 1726 *fuit* 3 *Sig.* 7° 56′ 40″ *addantur* 6 *Signa summa* 9 *Sig.* 7° &c. *fuit eodem tempore longitudo Aphelii Terræ in sua Orbita; nempe in* ♑ 7° 56′ 40″. *Loci Solis longitudo ab* ♈ *sit* o *id est sit Sol in sectione* ♈ *ad-*

Tab. Præf. Fig. 2.

dantur ſex Signa & erit loci Terræ longitudo 6 Sig. Denique ſit Solis Longitudo obſervata aut quomodocunque inventa 10 *Sig.* 2° 15′ 4″ *addantur* 6 *Signa & à ſumma* 16 *Sig* 2° *&c. detrahantur* 12 *Signa, reſiduum* 4 *Sig.* 2° 15′ 4″ *erit longitudo Terræ ab* ♈ *in ſua Orbita.*

Non ſilentio prætereundum quod quum Terra Orbitam ſuam curſu annuo peragrat in conſequentia circa Solem, alio quoque motu (vertiginis nempe) circa axem ſui Æquatoris circumvolvatur intra 24 *horas circiter ab Occaſu in Ortum, quo motu accidit ut Sol & Planetæ & Coelum totum ſtelliferum videantur circa Terram diurno motu circumferri & revolutionem unam diurnam perficere, cum certis quibuſdam reſpectivis legibus & differentiis quæ omnes partim à Planetarum motu proprio, partim à Telluris motu annuo, aut ab axis ejus trepidatione, axis ve ejuſdem lentiſſimo quodam rotationis motu oriuntur. Hic motus rotationis axis fit circa axem Eclipticæ, in Antecedentia ſeu contra ſignorum ordinem, neceſſariuſque eſt ad explicandam Præceſſionem Æquinoctiorum, & motum apparentem Fixarum in Conſequentia circa Polos Eclipticæ. Motus ejus annuus eſt* 51′. *Cæterum quum Æquator ad Eclipticam inclinatus ſit* 23 *grad. &* 29′ *circiter, inde accidit ut axis Æquatoris, qui ſimpliciter axis Terræ vocatur, efficiat ſemper cum plano Eclipticæ Angulum* 66° 31′, *ſemperque ſibi parallelus incedat, quo poſito motu explicantur facile cur certis anni Tempeſtatibus Poli Telluris viciſſim à Sole illuſtrentur, aut in tenebris jaceant, aliis vero Æquinoctia per omnes Terræ tractus celebrentur. Quæ omnia apud Autorem noſtrum fuſe ac diſerte explicantur. Sed hæc de Telluris Theoria ſufficiant, jamque ad cæteros Planetas properemus.*

Mars ♂ *ex* Keplero *periodum ſuam abſolvit circa Solem ſpatio anni Ægyptii* 1. 321. *dier.* 23 *horar.* 31′ 56″ 49‴ *& motus ejus diurnus eſt* 31′ 26″ 39‴ *Diſtantia ejus à Sole maxima eſt* 166465 *media* 152350 *minima* 138235 *excentricitas* 14115 *in partib. quarum ſemi-axis major Orbitæ*

Terræ

Terræ est 100000. Sed si excentrici ♂ semi-axis major supponatur 100000, excentricitas erit 9263. Iuxta D. de la Hire Medius Motus ♂ in anno communi est 6 sig. 11° 17′ 8″ Motus diurnus 31′ 27″ Longitudo ab ♈ erat an. 1700 compl. 0 Sig. 3° 12′ 37″. Aphelii ab Æquin. motus eod. anno 5 Sig. 0° 35′ 25″ Aphelii motus annuus 1′ 7″ Inclinatio maxima Orbitæ ad Eclipticam 1° 51′ 0″ Nodi ☊ longitudo ab ♈ an. 1700 compl. 1. Sig. 17° 25′ 20″ Nodi ejusd. motus annuus 37″.

Iupiter ♃ Periodum suam conficit Iuxta Keplerum spatio annorum Ægyptiorum (quorum quilibet est 365 dierum) 11 317 dier. 14 hor. 49′ 31″ 56‴ unde motus ejus diurnus 4′ 56″ 26‴ Maxima ejus à Sole distantia 544708 media 519650 minima 494592 excentricitas 25058 in partibus quarum semi-axis major Orbitæ Telluris est 100000, Sed si semi-axis major Orbitæ ♃ supponatur partium 100000. excentricitas erit 4822 earum partium. Ex Tab. D. de la Hire Motus ♃ annuus est 1 Sig. 0°. 20′ 32″ diurnus 4′ 52″. an. 1700 compl. stilo novo (quod ubique intelligendum) Longitudo ♃ ab ♈ erat 10 Sig. 16° 16′ 9″. Longitudo Aphelii ab ♈ eod. anno 6 Sig. 10° 17′ 14″. Motus Aphelii annuus 1′ 34″. Inclinatio maxima Orbitæ ad Eclipticam 1° 19′ 20″. Nodi ☊ Longitudo ab ♈ an. 1700 3 Sig. 7° 11′ 44″. Nodi ☊ motus annuus in Consequentia (quod intelligatur de omnibus) 14″.

Saturnus ♄ motu medio Orbitam suam metitur spatio annorum Ægyptiorum 29. 174 dier. 4 hor. 58′ 25″ 30‴ & proinde motus ejus diurnus est 2′ 0″ 36‴ Maxima ejus à Sole distantia 1005207, media 591000, minima 896793; ergo excentricitas 54207 in partibus quarum semi-axis Orbitæ Telluris est 100000. Sed si media distantia Saturni a Sole supponatur 100000, excentricitas erit 5700 earum partium. Hæc ex Keplero. Iuxta Tabulas D. de la Hire motus ♄ annuus est 12° 13′ 29″, diurnus 2′ 1″, Longitudo ejus ab ♈ an. 1700 11 Sig. 21° 16′ 1″, Aphelii ab ♈ lon-

gitudo eod. anno 8 *Sig.* 29° 14′ 41″, *Aphelii motus annuus* 1′ 22″. *Maxima inclinatio Orbitæ ad Eclipticam* 2° 33′ 30″. *An.* 1700 *longitudo Nodi* ☊ *erat ab* ♈, 3 *Sig.* 21° 56′ 29″. *Motus Nodi* ☊ *annuus est* 1′ 12″.

Præter Planetas Primarios quorum Theoriam hic exposuimus sunt & plurimi alii, Cometæ dicti qui liberrimè per totum Systematis nostri spatium in omnes partes pervagantur, cursusque suos perficiunt in Orbitis fortassis ellipticis, sed quarum focus unus à Sole occupatur alter vero longissimè à Sole dissitus est; unde fit ut sine errore sensibili Orbitæ Cometarum pro Parabolis Conicis haberi possint, in quibus multo facilior Calculus motuum evadit ob Parabolæ quadraturam nulli Mathematico non notam: Omnis enim Parabolæ Conicæ portio per ordinatam quamvis terminata, æqualis est summæ quantitatum infinitarum Progressionis Geometricæ decrescentis in proportione quadrupla, & cujus progressionis primus & maximus terminus est maximum triangulum in dicta portione inscriptum ut ex Conicis *patet. Cæterum ex Cometarum Motibus perspicue demonstratur quam longè à vero aberrent qui Planetarum fluida deferentia comminiscuntur, quique volunt densiores Planetas à densioris materiæ fluminibus circa Solem abripi quales sunt Mercurius & Venus, rariores vero & leviores Planetas ab ætherea materiæ levioris & rarioris vortice circum agi. Sed quid dicendum de iis qui Tellurem statuentes immotam in Systematis nostri Mundani meditullio, assumpto que systemate* Tychonico, *alia aliis fluida magis ac magis rariora Telluris nostræ Atmosphæræ super imponunt, in quibus natent & deferantur Coelestia & Spiritualia forsitan Planetarmu corpora. Profecto materia fluida quæ Solem defert rarissima est (juxta hanc Hypothesim) ut pote quæ Solem à nobis longè dissitum devehat, sed tamen multo gravior est & spissior quam quæ Mercurium Venerem Martem circa Solem devehit, & sic deinceps. Sol enim in aliorum Planetariorum vorticum centro constituitur sicut Terra in centro vorti-*

cis

cis Solis. Sed quæro quâ ratione fieri possit ut materia quæ devehit verbi gratia Venerem circa Solem, quæque levior esse debet quam ea quæ Solem defert circa Terram, nunc fiat levior quum nempe Sol Venerem inter & Terram versatur; nunc vero gravior, quum nempe Venerem inter Solem & Terram adducit. Materia enim illa quum erit inter Terram & Solem respectu Telluris erit multo gravior quam deferens fluidum Solis quod multo altius est. Idem dicendum de Marte; & difficultas longe major est, quum Orbita ejus Terram ambiat in Tychonico Systemate. Maxima Martis à Tellure distantia est Semidiametrorum Telluris 59000, *media* 33500, *minima* 8000 *ex* Dom. Cassino. *Itaque quum in maxima à Terra distantia versabitur, materia vorticis ejus circa Solem erit multo levior quam materia in qua Sol minus dissitus innatat; quando verò ad eas Orbitæ suæ partes pervenerit, in quibus* 22000 *Terræ diametris distabit à Terra, erit illa materia ejusdem specificæ gravitatis ac materia Solis vectoria, tanta est enim distantia mediocris Solis à Terra, ad quam distantiam materia fluida ejusdem est gravitatis quam ea quæ Solem defert. Sed quando Mars aberit tantùm à Tellure* 8000 *diametris erit materia vectoria Martis longe gravior quam ea quæ Solem rapit, quum materia tanto gravior futura sit, quanto propius ad Terram accedet. Plurimæ sunt aliæ in hac Hypothesi (licet à viro Doctissimo & Disertissimo conficta) difficultates non contemnendæ; adeo ut satius foret (missis illis omnibus deferentibus fluidis, & tam incomprehensibili* Gravitatis Universalis Systemate *) *Planetarum & Stellarum omnium motus moderandos & dirigendos Intelligentiis Cœlestibus commitere, ut ipse* Rever. Autor *fieri innuit, quod quidem facile erit & expeditum, dummodo ille jubeat penes quem jubendi jus est & potestas, & satis multi Sysiphi Cœlicolæ inveniantur, qui æternum volvendis ac revolvendis illis Corporum*

* Traité de Physique sur la pesanteur universelle des Corps par le R. P. Castel.

porum immensorum vanis simulachris, verius quam Corporibus (ut ex illa Hypothesi consequitur, addicti sint.

Sed ad Theorias nostras revertimur & iis quæ supra; sequentia addimus. Venus circa axem revolvitur intra 23 horas circiter. Mars intra 24 hor. 40'. Iupiter 9 horarum & 56' spatio. De Mercurii & Saturni circa axes respectivos revolutione, non constat quanto tempore absolvatur.

Mercurius & Venus Planetæ inferiores, Mars Iupiter & Saturnus superiores appellantur.

Ex Dom. Caffino *Distantia Solis & Planetarum à Terra in Semidiametris Telluris sequentes sunt.*

MERCURII ☿

Maxima	33000
media	22000
minima	11000

VENERIS ♀

Maxima	38000
media	22000
minima	6000

SOLIS ☉

Maxima	22374
media	22000
minima	21626

MARTIS ♂

Maxima	59000
media	33500
minima	8000

Jovis ♃

JOVIS ♃

Maxima - - - - - - -	143000
media - - - - - - -	115000
minima - - - - - - -	87000

SATURNI ♄

Maxima - - - - - - -	244000
media - - - - - - -	210000
minima - - - - - - -	176000

LUNÆ ☾

Maxima - - - - - - - -	61
media - - - - - - - -	57
minima - - - - - - - - -	53

Per maximam mediam & minimam distantiam Planeta cujuslibet sive à Sole sive à Terra non agitur de proportione Geometrica sed Arithmetica, in qua maxima superat mediam eodem excessu, quo media superat minimam.

Ad describendas Planetarum Orbitas in ea positione quam observant inter se & in ea proportione quam distantia eorum à Sole mediocres postulant, (non neglectis Apheliorum & Nodorum locis respectivis) sufficiet describere circulos quorum diametri respectivi secentur in ratione maxima & minimà distantia qua convenient Orbitis describendis, curando etiam ut Apheliorum & Nodorum loca ex singulorum Planetarum Theoriis supra descriptis, aut ex Tabulis Astronomicis deducta notentur in eorundem Planetarum Orbitis. Hac omnia si accurate describantur, non inutilia erunt ad explicandas directiones retrogradationes & stationes Planetarum, eorumque

que alia Phenomena ex Terra vel ex alio quocunque Planeta visa.

Præter Planetas Primarios quos enumeravimus, sunt & alii decem Planetæ Secundarii. Nempe Luna quæ menstruo spatio circa Terram Orbitam suam peragrat Ellipticam in cujus foco uno Tellus collocatur; quatuor Lunæ seu Satellites qui circa Iovem, & quinque Satellites qui circa Saturnum in ellipsibus revolutiones suas peragunt: ita ut Iupiter sit in foco communi omnium Orbitarum suorum Satellitum, & Saturnus focum communem unum suorum Satellitum Orbitis teneat.

Planetæ omnes sive Primarii sint, sive Secundarii, (excepta Luna nostra, quæ unica est circa Tellurem) hanc legem à Keplero *observatam determinatamque sequuntur, quod videlicet Tempora omnia Periodica Planetarum Primariorum sint inter se in sesquiplicata ratione distantiarum mediarum eorum à Sole; & quod Tempora Periodica omnium Secundariorum sint inter se in ratione sesquiplicata distantiarum mediarum respectivarum eorum à suo Primario. Per distantias medias intelliguntur majores semi-axes Ellipsium seu Orbitarum ad quas referuntur, quumque sint semidiametri qualibet inter se ut diametri respective, (nam* $\frac{a}{2}$, $\frac{b}{2}$ :: a, b.) *in omnibus Planetis Primariis erunt Tempora Periodica in sesquiplicata ratione Diametrorum maximorum Orbium quos describunt circa Solem; & in Planetis Secundariis erunt Tempora quibus suas periodos absolvunt in ratione sesquiplicata majorum axium Ellipsium quas circa suum Planetam Primarium percurrunt. Porro Sesquiplicatam rationem voco, eam quæ intercedit inter radices quadratas duorum Cuborum aut inter duas quantitates quæ sint ut duæ tales radices: quod ut intelligatur, sciendum est demonstrari hanc propositionem, videlicet quod quadrata Temporum Periodicorum sint inter se ut Cubi distantiarum; quapropter si Tempora exponantur per* T, t, *& me-*

dia

dia distantia per D, d, *habebitur* $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$. *& extrahendo radices quadratas* $T . t :: D^{\frac{3}{2}} d^{\frac{3}{2}}$. *atqui* $D^{\frac{3}{2}}$ *& ad* $d^{\frac{3}{2}}$ *in Sesquiplicata ratione ejus quæ est inter* D *&* d *ergo* T *est ad* t *in Sesquiplicata ratione ejus quæ est inter* D *est* d; *id est in Sesquiplicata ratione Distantiarum* (*suple mediarum, & proinde etiam majorum axium*) *Sumatur iterum eadem Proportio* $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$. *si extrahantur Radices cubica habebitur ista alia Proportio* $D . d :: T^{\frac{2}{3}} . t^{\frac{2}{3}}$. *atqui* $T^{\frac{2}{3}}$ *est ad* $t^{\frac{2}{3}}$ *in Subsesquiplicata ratione ejus quæ est inter* T *&* t; *ergo* D *est ad* d *in Subsesquiplicata ratione ejus quæ est inter* T *&* t; *hoc est in Subsesquiplicata ratione Temporum Periodicorum. Sesquiplicata autem ratio sic vocatur, quia aliquam affinitatem habet cum ratione sesqui-altera cujus exponens est* $\frac{3}{2}$. *Et Subsesquiplicata ratio sic nominatur, quià quidpiam similitudinis habet cum ratione subsesquialtera cujus exponens est* $\frac{2}{3}$ *Nam veluti ratio sesquialtera cujus exponens est* $\frac{3}{2}$ *composita est ex ratione tripla, cujus exponens est* $\frac{3}{1}$ *& ex ratione subdupla cujus exponens est* $\frac{1}{2}$, *ita etiam ratio Sesquiplicata composita est ex ratione triplicata & subduplicata. Et sic invenietur rationem subsesquiplicatam compositam esse ex rationibus duplicata & subtriplicata, quemadmodum ratio subsesquialtera composita est ex rationibus dupla & subtripla.*

In numeris res clarior fiet. Tellus Periodum suam absolvit in 365 *diebus. Iupiter in diebus* 4332 *neglectis ex utraque parte horis & minutis. Horum numerorum quadrata sunt* 133225 *&* 18766224 *quorum radices cubicæ sunt circiter* 51 *&* 265. *Fiat igitur ut* 51, *ad* 265 :: *ita* 100000 *distantia media Terræ à Sole, ad quartum numerum. Is erit* 519608 *qui in Theoria Iovis supra allata est* 519650 *media scilicet distantia Iovis à Sole in partibus mediæ distantiæ Terræ à Sole. Error in nostro calculo inde oritur quod quædam neglexerimus sive in Temporibus Periodicis, sive in approximatione radicum extrahendarum.*

Iam verò ut ad Planetas Secundarios deveniamus, Orbes Satellitum Iovis non differunt sensibiliter à circulis Iovi concentricis, in quibus moveri satis æquabiliter videntur, adeo ut motus angulares seu arcus descripti sint temporibus proportionales saltem ad sensum. Porro ex Observationibus satis constat Tempora eorum Periodica esse in sesquiplicata ratione semidiametrorum Orbium. Ista ex Cl. D. Newtono (Phil. Nat. Principiis Mathem. Lib. 3) *excerpo cujus Tabulas sequentes hic transcribere non pigebit.*

SATELLITUM IOVIALIUM TEMPORA PERIODICA.

1	2	3	4
1 d. 18 h. 27′ 34″	3 d. 13 h. 13′. 42″	7 d. 3 h. 42′. 36″.	16. d. 16 h. 32′. 9″.

Distantiæ Satellitum à centro Iovis in partibus Semidiametri Iovis.

ex Observationibus	1	2	3	4
Borelli	$5 \frac{2}{3}$	$8 \frac{2}{3}$	14	$24 \frac{2}{3}$
Townlei *per* Microm.	5.52	8.78	13.47	24.72
Cassini *per* Telesc.	5.	8.	13.	23.
Cassini *per* Eclips. Satell.	5.	9.	$14 \frac{23}{60}$	$25 \frac{3}{10}$
ex temp. periodicis.	5, 667.	9, 017.	14, 384.	25, 299.

SATEL-

SATELLITUM SATURNIORUM TEMPORA PERIODICA *ex* CASSINO.

1	2	3	4	5
1 d. 21 h. 19′	2 d. 17 h. 41′.	4 d. 13 h. 47′.	15 d. 22 h. 41′	79 d. 22 h. 4′.

Distantia Satellitum à centro Saturni in semidiametris Annuli.

	1	2	3	4	5
ex Observationibus.	$1\frac{19}{20}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	8	24
ex temp. periodicis.	1, 95.	2, 5.	3, 52.	8, 09.	23, 71.

Tam Iovis quam Saturni Satellitas, radiis ad suum Primarium Planetam ductis areas verrunt temporibus proportionales.

Qui de Satellitibus Plura volent, Gregorium *nostrum consulant*, *cui addere poterunt*, Hypotheses & Tabulas Satellitum Iovis reformatas, juxta novas observationes *in libro cui titulus* Observations de Mrs. de l'Academie Fol. Parisiis 1693. *Adire quoque poterunt* Commentaria Reg. Scient. Acad. Paris. *plurimis locis. Sed præsertim* annis 1705 Artic. 4 *in quo nonnullas considerationes profert* D. Cassinus *circa Observationes Satellitum & Annuli Saturni*. 1712 *Artic.* 19. *ubi Inclinatio Orbitæ quarti Satellitis Iovis ad planum Eclipticæ seu Orbitæ sui Primarii probatur & confirmatur argumentis ex rara quadam Observatione deductis. Per* Dom. Maraldum. 1714 In Historia; & in Commentariis Artic. 27. *In his duobus articulis Phænomena quædam recenter Observata Proponuntur circa Saturni Annulum, ejusdemque Satellitum motus. Per* D. Cassinum. *Sed Præclara & prope absoluta Satellitum Saturniorum Theoria invenietur in* Historia *&* Commentariis annor. 1716.

 &

& 1717. per eundem D. Cassinum. *Non omittendus quoque erit egregius de Systemate Saturnio tractatus, cujus autor* Clar. & Celeber. Christ. Hugenius, *qui Annulum Saturnium primus omnium detexit anno 1655, & Satellitem unum qui quartus est: Cæteri enim a* Celeb. D. Dominico Cassino *primum observati sunt; sicuti* Galilæi Observationibus Satellitum Iovialium *prima cognitio debetur. Superest nunc ut de Lunæ Nostræ Theoria pauca dicamus.*

Luna revolutiones suas peragit circa Terram in Peripheria ellipsis mutabilis & positione & specie, cujus focum unum Tellus tenet, radioque à Luna ad centrum Terræ ducto areæ elliptica eo radio & Linea apsidum intercepta, sunt temporibus proportionales.

Lunæ revolutio media Synodica in Syzigiis, id est, inter duas conjunctiones vel oppositiones cum Sole, juxta observationes accuratissimas est 29 dier. 12 hor. 44′ 3″ 11‴. cui tempori motus medius Solis debetur 29° 6′ 24″ 7‴ tantundem igitur Luna periodum suam prætergressa est ut Solem attingeret, aut ut Soli opposita rediret. Itaque si hic excessus addatur 360 gradibus quos emetiri debuit Luna unius revolutionis Periodicæ tempore habebuntur 389°. 6′ 24″ pro itinere unâ revolutione Synodicâ percurso. Fiat igitur ut 389°. 6′ 24″. ad 360°. ita revolutio Synodica una 29 d. 12 h. 44′ 3″ ad unam revolutionem Periodicam quæ invenitur 27 d. 7 h. 43′. 5″. Sic invento motus Periodici tempore quo Luna unam revolutionem perficit, habebitur per regulam trium motus ejus medius diurnus ab ♈ videlicet 13°. 10′ 35″. à quo si subducatur Solis motus medius unius diei 59′ 8″ superverit motus medius Lunæ à Sole 12°. 11′ 27″. Apogæum Lunæ fertur in consequentia motu annuo 1 Sig. 10°. 39′ 52″ motus ejus diurnus 6′ 41″. Si à motu medio subtrahatur longitudo Apogæi, supererit motus ab Apogæo seu Anomalia media. Nodi deferuntur in Antecedentia seu contra ordinem Signorum. Motus Nodi ☊ annuo spatio est ab ♈ in Antecedentia

dentia (ut dixi) 19° 19'. 43". diurnus motus 3' 11". Si Motui Medio Lunæ addatur motus medius ☊ habebitur motus medius Lunæ a Nodo ☊ qui & Argumentum Latitudinis vocatur. Maxima Orbitæ Lunæ cum Ecliptica inclinatio vix excedit 5°. 1' 30" Lansbergius *tamen maximam obliquitatem statuit 5°. 16'. mediam 5°. 8'. minimam 5°.*

Ex maxima & minima distantia Lunæ à Terra, tota Orbitæ Lunæ determinatio pendet: ea autem sic definiri potest. Observatum sit maximam Lunæ diametrum apparentem esse 33' 30" sive 2010" minimam vero 29' 30" seu 1770". hinc concludetur maximam distantiam esse ad minimam ut 201 ad 177 & ex ea ratione cæterarum omnium Orbitæ Lunaris (si elliptica suponatur) dimensionum rationes obtinebuntur. Major quippe axis erit 378 distantia focorum ab invicem 24. distantia Foci utriuslibet à centro 12. sed si per Parallaxin habeatur distantia qu'ævis maxima aut minima in semidiametri Telluris partibus, præcedentes numeri, (servatis iisdem proportionibus) in alios commutabuntur; qui tales erunt ex Calculo & Observationibus D. de la Hire (in (Comment. Reg. Scient. Acad. Paris. an. 1710) *Major axis erit 11953. maxima distantia 6356 minima 5597. &c. omnia in partibus quarum una quaque æqualis est uni centesimæ semidiametri Telluris parti, idest 15 leucis quales leucæ sunt, aut esse supponuntur in semidiametro Terræ 1500.*

Quum Luna Plurimis inæqualitatibus obnoxia sit, motuum ejus Calculus præ cæteris omnibus difficilis & intricatus est. Nam. 1° si Terra in maxima à Sole distantia versetur tunc motus Lunæ, quæ etiam tunc temporis à Sole maximè distat, aliquantum acceleratur; si vero Tellus in minima a Sole distantia sit, tunc Luna quæ etiam proximè ad Solem accedit lentius progreditur, quo fit ut Tempus Lunæ periodicum Tellure in Aphelio positâ, sit brevius, quam quum Tellus Perihelion occupat, & menses Periodici proinde inæquales inter se sint. 2° Luna in Syzigiis celerrime movetur, in quadratu-

draturis remissiori gradu incedit. 3° *Lunæ motus à conjunctione cum Sole usque ad primam quadraturam retardatur; inde ad oppositionem acceleratur, à qua oppositione ad tertiam quadraturam iterum retardatur, unde ad conjunctionem denuo acceleratur.* 4° *Luna sicut cæteri omnes Planetæ in Apogæo lentius, in Perigæo celerius movetur.* 5° *Lunaris Orbitæ excentricitas mutabilis est. Maxima est quando Linea apsidum coincidit cum linea qua junguntur centra Solis & Terræ in Syzigiis: hoc est, si Luna posita in Syzigiis, in Apogæo aut in Perigæo etiam versetur, tunc maxima erit Lunaris Orbitæ excentricitas, & eadem distantiæ quas supra diximus obtinebunt. In aliis omnibus Syzigiarum positionibus, excentricitas magis minus ve curtabitur; quo fiet ut Orbitæ Lunæ species semper mutetur. Exempli gratia si Luna in quadraturis existens, Apogæum aut Perigæum tunc occupet maxima Lunæ à Terra distantia supra dicta* 6356 *eadem quidem erit, minima vero* 5597 *locum non habebit, sed alia nempe* 5769, *unde & Lunæ Orbita diversa prorsus erit.* 6° *Ipsum Apogæum Lunare (juxta* D. Keillium *cujus hic verba transcribo) inæquabili fertur motu; quando nempe est in Syzigiis cum Sole progreditur, in quadraturis regreditur, & progressus & regressus illi non sunt æquabiles, sed Luna in quadris versante tardius progreditur, vel forsan etiam regreditur. In Syzigiis versante Luna, Apogæum celerius progreditur.* 7° *Nodorum motus in Antecedentia non est æquabilis, moventur celerrime, quum sunt in Aspectu Quadrato cum Sole: si vero sint in Syzigiis quiescunt penitus, in locis intermediis regrediuntur tardius. Sed in eadem Satellitis revolutione (cæteris paribus) regrediuntur celerius, quando Satelles in Syzigiis versatur.*

De Eclipsibus tam Lunaribus quam Solaribus fortasse hic aliquid addendum foret, sed quicquid eas attinet luce clarius expositum videre Lector *poterit apud* Autorem *nostrum. Duas tantum hoc loco Tabulas ex* Keillio *excerptas transcribam.*

PLA-

PLANETARUM PERIODI ET DISTANTIÆ MEDIÆ

	Periodica Tempora				Distantiæ mediæ
♄	10759 dies	6 horæ	36′	26″	953800
♃	4332	12	20	25	520110
♂	686	23	27	30	152369
☉	365	6	9	30	100000
♀	224	16	49	24	72333
☿	87	23	15	53	38710

Observandum est circa hanc Tabulam; 1°. eam Constructam esse juxta receptum ab omnibus recentioribus Astronomis Placitum, quod nempe Quadrata Temporum Periodicorum inter se sint ut cubi Distantiarum, seu in triplicata ratione earundem. 2°. Periodus ☉ qua in tabula ponitur 365 d. 6 h. 9′ 30″ *quæque differt à Periodo nostra supra allata* 365 d. 5 h. 49′ 24″ *vocatur à* Keillio *Periodus Anomalistica seu Annus Anomalisticus ut autem ratio hujus diversitatis intelligatur, meminisse oportet axem Æquatoris usque ad Cœlum stelliferum productum describere motu lentissimo circellos hinc & inde circa Polos Ecliptica, & ab eis distantes* 23° 29′ *hunc que motum fieri in antecedentia motu lentissimo, hoc autem motu (qui ad explicandam Præcessionem Æquinoctiorum necessarius est) evenit ut quum Tellus, à Sectione Verna profecta, ad sectionem aliam Vernam retro positam advenerit; nondum revolutionem unam integram peregerit, desitque ad eam revolutionem tempus cui convenit motus annuus Præcessionis Æquinoctiorum. Porro* Keillius *motum annuum hujus Præcessionis statuit* 50″ *Periodum autem communem ponit* 365 d. 5 h. 48′. 57″. *qua differt a Periodo Anomalistica supra posita* 365 d. 6 h. 9′. 30″. *scrupulis horariis* 20′. 33″. *& huic differentiæ competit motus medius* 50″ *ergo recte constituit Periodum Anomalisticam quæ in Tabula supponitur.*

 Satur-

Diameter Solis est ad Diametrum	Saturni	ut 1000 ad	137
	Iovis		181
	Martis		6
	Terræ		7
	Veneris		12
	Mercuri.		4

Quumque Sphæræ sint inter se ut Cubi Diametrorum

erit Sol ad	Saturnum	ut 1000. 000. 000. ad	2571353
	Iovem		5929741
	Martem		216
	Tellurem		343
	Venerem		1728
	Mercurium		64

Hæc omnia eliciuntur ex Observationibus & ex calculo Celeb. Hugenii *in Systemate Saturnio, ex quo addendum, Diametrum Saturni esse ad Diametrum ejus annuli ut 4 ad 9 quam proximè: nisi potius dicendum: Ex* Hugenio*: Diameter Solis est ad Diametrum Annuli ut* 1000 *ad* 297. *sed per Tab. Præced. Diameter Solis est ad Diametrum Saturni ut* 1000 *ad* 137. *ergo Diameter Annuli est ad Diametrum Saturni, ut* 297 *ad* 137 *quæ ratio est ut* 9 *ad* 4 $\frac{5}{11}$.

Quæ hactenus de Mundi Systemate diximus, quum ex Celeberrimorum Astronomorum Observationibus & ratiociniis deprompta fuerint, ea ostendunt per se satis quid faciendum ei incumbat qui Cœlestium motuum rationes Physicas & Geometricas assignare voluerit. Mirabunturque Lectores Autoris nostri sagacissimum ingenium in deducendis motuum veris caussis, ex paucis inconcussisque principiis; puta ex Gravitate quam obtinere in toto Mundano nostro Systemate experientia demonstrat; ex legibus virium centralium; ex motuum com-

posi-

positorum natura; ex proportionibus diversis velocitatum, virium, qualitatum ve, juxta varias distantias ac directiones agentium aut resistentium Corporum; ex Geometricis Curvarum, figurarum, linearumque proprietatibus; &c. Sed jam superest ut de iis omnibus non nihil attingamus & Præstantissimum Gregorii *Nostri Librum, Opus (ut ait* Keillius) *cum Sole & Lunâ duraturum, paucis evolvamus.*

BREVES IN ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA CONSIDERATIONES.

Totum hoc Opus in Sex Libros *partitur* Gregorius. Primus *Systema* Copernicanum, Keplerianum *potiùs, quod exposuimus adstruit, Cætera alia ad examen vocata rejicit.* Secundus *de Primi Mobilis motu, de Temporis divisione; de Primi Mobilis Problematum per Machinas & calculum resolutione, de Parallaxibus & Refractione Syderum &c. disputat.* Tertius *Planetarum Primariorum Theoriam exponit.* Quartus *Planetarum Secundariorum, id est, Satellitum Theoriam explicat.* Quintus *totus est de Cometis.* Sextus *de Astronomia Comparativa, id est, de Phænomenis Planetariorum motuum tractat, posito spectatore aut in Sole aut in quovis Planeta Primario vel Secundario.*

LIBER PRIMUS.

1°. *Si Planetarum Primariorum circa Solem gyrantium motus è Sole spectentur, moveri Planetæ illi videbuntur secundum Ordinem Signorum, lentius quidem in Apheliis respectivis, velocius in Periheliis (propter Orbitarum Excentricitates) sed semper tamen Directi, nunquam vero Stationarii, aut Retrogradi apparebunt radiisque quemlibet Planetam vehentibus ad Solem ductis area elliptica describentur Temporibus proportionales. Quia autem varia Orbium est in-*

verse inclinatio, in quorum omnium planis Sol constitutus est, alii aliis repectu Æquatoris Solis nunc superiores, nunc inferiores conspicientur, neque secundum lineam rectam cum Sole positi duo simul apparebunt, nisi quum illi in Orbita sua cujusque Nodis versabuntur. Sed & illis apparentiis accensenda quoque illa erunt quæ ex Apheliorum motu in consequentia, nascuntur: addendum quæ praterea, quod quum Sol circa axem suum revolutionem unam peragat etiam in consequentia Signorum 27 *dier.* $\frac{1}{2}$ *spatio respective ad Terram.. Sed* 25 *diebus habita ratione ad Fixas, videbuntur Fixæ omnes, & omnes Planetæ motu quodam communi Primi Mobilis abripi contra ordinem Signorum,* 25 *dierum spatio in circulis Æquatori Solis parallelis, qui Æquator, ad Eclipticam inclinatus est gradibus* 7 $\frac{1}{2}$. *Nodis existentibus in* 8 *Geminorum & in* 8 *Sagittarii. Ex quibus emendandum est quod* Gregorius *ait pag.* 49. *Axem Æquatoris Solis inclinatum esse ad Planum Ecliptica angulo quasi* 83$\frac{1}{2}$ *cujus loco dicendum* 82 $\frac{1}{2}$.

Nunc vero si Fixarum errantium que Stellarum motus è Terra nostra conspiciantur, nova cœli facies apparebit. Revolutiones Primi mobilis non jam erunt ut in Sole 25 *dierum, sed* 24 *horarum; Sydera que omnia moveri videbuntur motu diurno in circulis Æquatori nostro parallelis id est in circulis parallelis Circulo cuidam ad Eclipticam inclinato* 23°. 29′. *quum è contra è Sole spectata videantur moveri motu Diurno Solari in Circulis parallelis Æquatori Solis qui ad Eclipticam inclinatus est gradib.* 7 $\frac{1}{2}$ *& cujus nodi sunt in gradib.* 8 ♊ *&* ♐ *non vero ut nostri Æquatoris in* ♈ *&* ♎. *Tota Prima Sectione versatur Autor in explicandis Planetarum Phænomenis ex eorum longitudine & latitudine ortis, si è Sole aut ex Tellure Cœlestium Corporum motus spectentur.*

2°. *Secunda Sectione demonstrat* Autor *Corpora Omnia, si ad*

si ad centrum quoddam in gravitatis tendant, & moveantur simul interea secundum lineam rectam positione datam, ex motu illo composito oriri lineam trajectoriam curvam, versus centrum dictum cavam, in qua areæ sub curva portionibus & sub rectis ad centrum ductis comprehensæ Temporibus sunt proportionales. Hæc eadem propositio à Cl. Newtono. *demonstratur quoque* (Phil. Natur. Princ. Math. lib. 1. pag. 34.) *Porro ex propositionis hujus conversa nempe quod si Corpus aliquod describat Curvam, versus aliquod punctum semper cavam, & areæ sint Temporibus proportionales corpus illud ad dictum punctum tendat; ex hac inquam conversa quæ vera esse probatur, demonstrat* Autor *Planetas Primarios tendere non versus Terram sed versus Solem. Et quidem si de Mercurio & Venere res agatur, assertio patet, quum illorum Planetarum orbitæ non secundum suas omnes partes versus terram cavæ, sed ex aliqua parte Cavæ, ex aliqua vero convexæ sint. De omnibus vero Planetis idem demonstratur nempè eos ad Terram non tendere quippe qui nunc retrogradi, nunc directi, nunc stationarii sint, nec radiis ad Terram ductis areas describant Temporibus proportionales, sed tantùm circa Solem juxta dictas leges progrediantur. Quodque de Planetis Primariis dictum, idem de Cometis dicendum.*

3°. *Tertia Sectione exponuntur primo Planetarum Secundariorum ordo & distantiæ à suis Primariis, & revolutionum Periodicarum eorundem Tempora, nec non & Lunæ nostræ motuum Phænomena, quæ omnia Priori hujus Præfationis parte accuratè satis descripsimus. Deinde de Lunæ Phasibus, de Lunaribus & Solaribus Eclipsibus disseritur, quas contingere necesse est Solares quidem in Lunæ & Solis conjunctionibus, Lunares vero in Oppositionibus, si modo Luminaria duo aut sint in Nodo eodem aut in nodis oppositis in quibus casibus totales erunt Eclipses: Aut certe si Latitudo Lunæ aliquanto minor sit quam summa semidiametrorum apparentium Solis & Lunæ in quibus casibus consideranda est Paral-*

laxis Lunæ, quæ aliquando Eclipsin Solis alioqui futuram impediet, aliàs vero non futuram adducet, Tertio Probat Secundarios Planetas tendere versus suum Primarium (puta Satellites Iovis versus Iovem, &c. & Lunam nostram versus Tellurem,) areas que radiis ad Primarium suum ductis describere temporibus proportionales.

4°. *Sectione quarta probatur ex omnium Planetarum Primariorum circa Solem & Secundariorum circa suum Primarium Periodicis revolutionibus, eorundem que distantiis respectivis observatis ita esse Quadrata Temporum Periodicorum; ut Cubos Distantiarum (supple mediarum) sed quia hujusce modi demonstrationes quæ ex enumerationibus observationum eruuntur parum accuratæ videri possunt, ideo* Gregorius *Noster ad Geometricas rationes recurrit quas in tota reliqua Sectione multis verbis & mirum in modum explicat.*

5°. *Sectione quinta de Motu Primariorum circa axes Proprios, eorundem que figura differit. De motu illo rotationis non nihil superius adduximus. Figuram quod spectat verisimile est quod quum Planetæ omnes formationis suæ initio ex materia fluida aut saltem molli coaluerint eam rotando figuram induerint quæ in Iove animadvertitur; nempe quod in Sphæroides versus extremitates axis circumvolutionis depressas, & versus Æquatorem suum prominentes abierint. Res autem aliter se habet in Tellure nostra quæ versus Æquatorem depressior versus polos oblongior esse experimentis deprehenditur quemadmodum a nobis observatum est pag.* 51. *ubi circa hanc quæstionem de Figura Terræ Lectores ad* Historiam & Commentarios Reg. Scient. Acad. Parisiensis *remisimus. Verum in eorum gratiam quibus ex ipsis fontibus haurire non licebit, pauca hic addemus. Ex* Observationibus *primum à* D. Richerio *in* Cayenna *Insula factis anno* 1672. (*cujus Insulæ Latitudo Borealis est grad.* 4.) *aliis que plurimis accuratissime habitis, constat longitudinem Penduli cujus Oscillationes singulæ singulis minutis secundis horariis* Parisiis *pera-*

peraguntur, esse aliquanto majorem prope Æquatorem, ut eodem tempore Oscillationes illic describantur, ita ut si longitudines Penduli sub Æquatore, & Parisiis *aquales sint, Oscillationes sub Æquatore sint minus accelerata quam* Parisiis. *Inde concluditur vim acceleratricem gravitatis sub Æquatore minorem esse, crescere vero, prout ad Polos magis accesseris, quum que vis acceleratrix gravitatis minuatur in ratione inversa quadratorum distantiarum à centro gravium, id est quum gravitas acceleratrix minor sit in majori distantia gravium à centro hinc sequi videtur Tellurem prominentiorem esse sub Æquatore (quum illic gravitas acceleratrix minor esse deprehendatur) & inde magis ac magis deprimi eundo ad Polos. Praterea si Tellus initio formationis sua ex materia molliori coaluerit (quod ex lapidum omnium generationis attenta consideratione extra dubium positum videtur) simulque rotationis motu super axem donata fuerit, dubitari vix potest quin vis centrifuga major fuerit sub Æquatore, unde ad Polos progrediendo, magis ac magis decrescens, in ipsis demum Polis, nulla existeret; ex quo sequitur eadem figura Telluris qua supra: Materia enim versus Æquatorem vi gravitatis centrifuga Telluris circa axem rotantis assurgere debuit & recedere a centro, ac demum Tellus ipsa Sphæroidis figuram induere versus Polos depressam. Hujus autem figura consectarium est quod gradus meridiani cujus libet inaquales sint, id est quod minores sint prope Æquatorem, indeque eundo ad Polos magis ac magis augeantur. Sed extant Observationes accuratissima & a viris peritissimis instituta Occasione Meridiana Linea que ex* Observatorio Regio Parisiensi *per maximam fere Gallia dimensionem illinc ad Boream, hinc ad Austrum producta est, ex quibus Observationibus non per consectaria sed directè & per sensibilem experientia demonstrationem constat gradus Meridiani circuli minores ac minores semper evadere accedendo ad Polum, ex quo sequitur Terra figuram esse oblongam & Æquatorem esse*

Meri-

Meridianis aut circuli latitudinis minorem. Non hujusce loci est explicare qua ratione fieri possit ut quanquam vis acceleratrix gravitatis minor sit sub Æquatore, quam versus Polos (quemadmodum patet ex penduli ejusdem longitudinis Oscillationibus diuturnioribus sub Æquatore quam versus Polos) non tamen inde sequatur Tellurem esse Sphæroidem versus polos depressam (quod omnino experientiæ repugnat) addoque penduli Phænomenorum rationes peti posse ex eo quod vis centrifuga major sit sub Æquatore; unde sequitur Gravia aliquanto minus gravitare circa Æquatorem quam eundo ad Polos; majorem que futuram sub Æquatore levitatem si Terra figura esset (ut priscis fortasse temporibus fuit) Sphærois depressa versus Polos. Quis enim post ingentes strages quibus tota Telluris facies non semel subversa est, ut ex montium immensis innumerisque ruderibus, ex concharum fossilium altaque terra obrutarum magnis molibus apparet, & ut maxime ex piscium, plantarum exoticarum, conchyliorum que & ossium omnis generis reliquiis aut impressis vestigiis perspicuum est, qua in marmorum, aliorum que lapidum visceribus inclusa reperiuntur, quis inquam iis omnibus non paucarum mutationum indiciis certissimis attento animo consideratis, affirmare audeat, quænam sit Telluris figura, qualis ve olim fuerit; an primigenia ejus figura qua Sphærois depressa forsitan fuit, aut fortassis etiam oblonga, eadem etiamnum perseveret, an verò non in alias atque alias Seculorum decursu figuras immutata fuerit. Sed Hac satis. Qui plura volent, eaque ex profundioris Physica & Geometria penetralibus desumpta, adeant Historiam & Commentarios Reg. Academiæ *de quibus supra. Verum ut ad rem redeamus. Ex Telluris motu diurno circa axem proprium ab occasu in ortum, alia omnia Sydera tam fixa quam errantia, spectatori in Terra degenti videntur velocissimo impetu abripi in contraria Signorum, id est, ab Ortu in occasum, ut jam dictum, & ab Autore fuse explicatur.*

6°. Sectio

6°. *Sectio sexta, de Planetarum Orbitis, Orbitarum que figura tractat. Probatur in ea Primarios describere ellipses quorum focum unum communem Sol tenet; Cometas deferri in Sectionibus Conicis, in quarum foco interno Sol positus est; & Planetas Secundarios revolutiones suas perficere circa Primarium suum in Orbitis Ellipticis quorum focus unus à Primario occupatur. Vires deinde quæruntur quibus fit ut omnes in Orbitis suis retineantur. Qui voluerint Geometricas Autoris nostri demonstrationes facilius intelligere, consulere poterunt* Philosoph. Nat. Princ. Mathem. Clar. Newtoni, Phoronomiam D. Hermanni, Opuscula varia D. Varignonii in Commentariis R. Scient. Acad. Paris. *præsertim annis 1692 de Motu Motûsque regulis in genere. 1693 de Motibus acceleratis. 1700 de Viribus Centralibus Planetarum necessariis ut Orbitas suas describant. 1701. 1703 & sequentibus annis plurima occurrent circa idem argumentum.*

7°. *Sectione septima ostendit* Gregorius *Planetas & Cometas omnes in Orbitis suis retineri per Gravitatem, cujus leges non differunt ab ea quam experimur obtinere in projectionibus gravium, puta in Globi ferrei emissione per mortarium, aut in alia quavis impetuosa gravium emissione. Istud Autor demonstrat Calculo arithmetico in motu Lunæ circa Tellurem, idemque confirmat sequenti argumento. Ex aliquo eminentiori loco supra Tellurem posito projiciatur corpus aliquod grave secundum directionem Horizonti parallelam, si minima aut nulla vi projiciatur, per rectam lineam verticalem nimirum in Terram decidet; si majori vi projiciatur describet curvam & ad Terram perveniet in aliquo puncto minus magisve à pede verticalis lineæ remoto, prout minori majorive impetu projectum fuerit, sed si vis projiciens eo usque augeatur, ut Terram non attingat, donec ultra punctum in Terra pedi verticalis Lineæ e diametro oppositum pervenerit, tum rursus ex alia parte ascendens, Ellipsin complebit; atque eandem rursus perpetuo non impeditum describet; & Planeta fiet &c. Idem*

omnino affirmat D. de Louville (in Comment. R. Scient. Acad. 1720.) *& verum censeri debet, si modo vis centrifuga e projectione in lineam rectam orta, ita cum vi centripeta seu gravitate attemperetur ut demum in toto Orbita decursu compensatis viribus contrariis summa tota ad aqualitatem redeat. Imo vero ut* Gregorius *addit poterit eo usque vis centrifuga ex Projectionis vehementia profecta augeri, ut Corporis gravis Trajectoria in Parabolam desinat aut etiam in Hyperbolam. Hinc Autor demonstrat Omnes Planetas Primarios in Solem, Secundarios vero in Primarium suum graves esse, & vi gravitatis in Orbitis suis retineri. Gravitatis autem ea lex esse demonstratur, videlicet quod vires centripeta seu gravitatis, inter se sint in ratione reciproca quadratorum distantiarum à centro versus quod tendunt; quod quidem ita perspicuum est de viribus omnibus aut à centro quopiam profectis veluti sunt calor, Lux, virtutes Magnetica, &c. aut ad centrum aliquod vergentibus, ut vix demonstratione indigeat. Postremo addit Gravitates acceleratrices Corporum duorum vi centripeta se appetentium in eadem distantia esse inter se ut corpora versus qua accelerantur id est v. g. Gravitas acceleratrix Luna ad Terram tendentis est ad gravitatem acceleratricem Terra in Lunam gravitantis ut Tellus versus quam Luna tendit ad Lunam versus quam Tellus dirigitur.*

8°. *Sectione Octava agitur de motu corporum se mutuo attrahentium. In ea Sectione Probatur quod si duo corpora se mutuo attrahant, & interea circum se invicem revolvantur, non unum circa aliud proprie, sed utrumque circa commune centrum gravitatis revolvatur. Plurima in eam rem adducuntur & demonstrantur qua Lector videre apud ipsum Autorem poterit.*

9°. *Sectione nona, ex supra demonstratis probatur Planetas Primarios non circa Solem sed circa commune centrum Gravitatis Solis & eorundem Planetarum periodos suas absolvere:*

vere: quod etiam revolutionibus Secundariorum circa Primarios suos applicari debet. Nec propriè Tellus v. g. sed ejus & Lunæ gravitatis centrum commune Orbitam describit ellipticam. Inde judicari facile potest deviationes & errores oriri in Planetarum tam Primariorum quam Secundariorum motibus, sive secundum Longitudinem, sive secundum Orbitarum inclinationes mutuas; quæ omnia clarè ac dilucide explicantur. Cæterum Quod ait Gregorius *Prop.* 64. *propter figuram Terræ puncta Æquinoctialia regredi; & Axem Terræ singulis revolutionibus annuis bis mutare inclinationem ad Eclipticam, & bis redire ad inclinationem priorem; Id parum certum videbitur si demonstratum maneat figuram Telluris aliam prorsus esse quam ab Auctore supponitur. Itaque alia quærenda erit horumce Phænomenorum ratio, quæ fortassis rectius petetur ex figura Telluris versus polos oblongiore, aut fortassis etiam ex mutua Gravitate Lunæ in Tellurem, & Telluris in Lunam.*

10°. *Sectione decima variæ Philosophorum sententiæ circa causas motuum Planetarum, exponuntur & refelluntur. Causas Physicas Motuum Planetarum à* Keplero *allatas exponit* Auctor *& quæ in* Kepleri *Physicis explicationibus à vero discedere videntur notat & rejicit. Sic* Cartesii *Physicam Cœlestem, nempe vortices Planetarum à Sole super axem rotante abreptos in medium affert, & ex accurata Geometria petitis demonstrationibus confutat. Sic* Clariss. Leibnitii *Hypothesin deferentium fluidorum ad examen vocat, & pariter ut parum Physicis rationibus consentaneam reprobat.*

11°. *Sectione undecima Systemata varia mundana expendit Noster. Systema Semi-tychonicum in eo Solum a* Tychonico *differt quod illud motum Telluri super axem proprium concedat quem Tychonicum ipsi denegat: utrumque* Gregorius *examinat & ostendit in utroque Leges gravitatis simul contrarias supponendas esse si alterutrum verum esse suponatur, parique methodo Systemata* Ptolemaicum, Ægyptium, *vel*

Ricciolicum *examinat, & quæ gravitatis leges ad ea conservanda esse necessariæ videntur indicat.*

LIBER SECUNDUS.

Libro Secundo Gregorius *Doctrinam primi Mobilis tradit.*

1°. *Prima Sectione varios Sphæræ Circulos explicat. Sphæræ rectæ, obliquæ, parallelæ Phænomena & proprietates exponit. Crepusculi causas affert & limites præscribit, nec silentio prætermittit Lumen quoddam quod primum anno* 1685 *observatum est vespere à* Dom. Cassino *&* D. Fatio *paulo ante Æquinoctium Vernum, à Sole orientem versus secundum Eclipticam protensum (Videatur Hujusce Phænomeni descriptio apud* Nostrum pag. 188. *& maximè in* Biblioth. Universali D. Clerici Tom. 3. an. 1686 pag. 145.) *denique Stellarum ortum & occasum Poëticum triplicem, nempe Cosmicum, Achronicum, & Heliacum enumerat & explicat.*

2°. *Secunda Sectione de Temporis divisione agitur, in Dies, Horas, Menses & Annos, quarum omnium Temporis partium species omnes indicantur. Illic de Annis* Ægyptiacis Julianis *&* Gregorianis *differitur. Tum Epochæ Celebriores recensentur, puta Nativitatis* Christi, *quæ & Æra* Christiana *dicitur. Cujus initium sumitur ipso die Kalendarum Ianuarii qui proxime sequitur* Christi *Nativitatem;* 45 *annis post correctionem Kalendarii* Julii Cæsaris *jussu factam. Antiquiores sunt Epocha Olympiadum, Epocha Urbis conditæ &c.*

3°. *Sectione tertia traduntur descriptiones Sphæræ armillaris & Globorum Cœlestis & Terrestris, Globorumque præcipui usus explicantur.*

4°. *Sectio quarta docet qua ratione per observationes determinari, queant meridianus circulus Poli, & Æquatoris altitudo,*

titudo, Syderum declinatio, Inclinatio Ecliptica ad Æquatorem, ejusque & Colurorum, & Tropicorum & circulorum Polarium respectu Æquatoris positio. Mirum est quanta fuerit apud Astronomos opinionum diversitas circa maximam Obliquitatem Ecliptica ut apud Autorem *nostrum, & in Astronomia* P. De Chales 2. edit. Pag. 369 *& alibi passim videre licet. Sed missis cateris opinionibus. Clariss.* D. de Louville *sententia aut conjectura est Ecliptica Obliquitatem* 100 *annis uno gradûs minuto, seu scrupulo primo minui. Illud autem ex veterum observationibus eruditissimo criterio disquisitionibusque sagacissimis colligit, in hunc fere modum. Extabat apud Ægyptios teste* Herodoto, *quasi per manus accepta & tradita opinio, Eclipticam quondam ad Æquatorem perpendicularem fuisse, sed hujusce Opinionis alia ratio assignari non potest, nisi quod ex plurimorum Sæculorum observationibus Ægyptii videntes obliquitatem Ecliptica minorem ac minorem semper evadere, inde collegerunt eam priscis Sæculis 90 graduum observatam fuisse. Fabulosa sane sit ea immensa Obliquitatis Ecliptica observatio, constat saltem observatum esse Eclipticam magis ac magis ad Æquatorem accedere. Praterea* Diodorus Siculus *refert Chaldæos à primis observationum suarum Astronomicarum initiis ad eum usque annum quo* Alexander Magnus *Babylonem ingressus est numeravisse* 403000 *annos, qui numerus portentosus profecto & incredibilis censeri debet, sed si veritatem a fabula hic secernere velis facili negotio fiet. Observaverant scilicet per plurima secula certo quodam annorum suorum numero obliquitatem Ecliptica minorem fieri certa quadam quantitate, indeque collegerant à tempore* Alexandri *ad ea tempora quibus Ecliptica Æquatorem ad Angulos rectos secare debuisset effluere potuisse* 403000 *annos atque ita jactabant se totidem annorum suorum observationes habere, quo vetustioris originis dignitate gaudere possent. Habebitur igitur ratio tam superba Chaldæorum jactantia, si modo constet Epocham Eclip-*

tica ad Æquatorem recta talem quam proxime esse potuisse quale initium observationum suarum constituebant. Porro ex calculo D. de Louville *ea Epocha debuit esse ante tempora* Alexandri Magni (*posito Obliquitatis Eclipticæ decremento unius scrupuli primi per* 100 *annos*) 397150 *annorum nostrorum quorum singuli sunt dierum* 365 $\frac{1}{4}$ (*tales enim anni* 100 *dant decrementum scrupuli unius primi*) *Probat autem* D. de Louville *Annos Chaldæorum & Ægyptiorum fuisse tantum iis temporibus dierum* 360. *Multiplicetur itaque Epocha* 397150 *annorum nostrorum per* 365 $\frac{1}{4}$ *& productus numerus dividatur per* 360 *habebiturque Epocha eadem in annis Chaldæorum* 402942 *quæ differt ab ea quam supponebant Chaldæi videlicet à* 403000 *tantum* 58 *annis. Mirus sane hic consensus opinionis* D. de Louville *reperietur cum Observationibus veterum ex quibus ad tam longinqua retro Sæcula excurrendi occasionem arripuerant. Sed ad* Autorem *nostrum redeamus.*

5°. *Sectione quinta Stellas fixas in Classes distribuit, Constellationes enumerat; Fixarum Ascensionem rectam per observationes determinare docet, & declinationem invenire, & Longitudinem definire. &c. de Fixarum Catalogis condendis agit, & de Catalogorum illorum Autoribus inter quos præcipuum locum obtinet* Hevelius. *Fixarum vero Catalogum promiserat omnium amplissimum & observationibus accuratissimis omnino innixum* Clariss. D. Flamstedius. *Mutationes deinde aliquot inter Fixas recenset* Autor *noster, quibus addere Lectores debebunt quæ de eodem argumento occurrunt passim in* Commentariis Reg. Scient. Acad. Paris. *Docet insuper invenire Fixarum Motum in consequentiâ, unde Præcessio Æquinoctiorum pendet, & eorum loca reperire tempore dato.*

6°. *Sectione sexta datur methodus ad solvenda Problemata primi mobilis, & alia quæ ad Geographiam spectant, ea-*

que

que omnia per communem Triangulorum Sphaericorum calculum. Inter Problemata illa primarium sibi locum vendicant Propos. 41. *qua docetur parallelum invenire, in quo Sol versatur tempore Minimi crepusculi & Prop* 42. *in qua, dato positione plano cui* Horologium Sciotericum *inscribendum est, Linea Meridiana, Angulus styli, & Linea subsτylaris invenienda proponuntur. Sed hæc Propositio & duæ sequentes quæ de eodem argumento tractant potuissent fortassis clarius aliquanto exprimi.*

7°. *Sectio septima agit de Syderum Parallaxi cujus species variæ distinguuntur; sed primaria est Parallaxis Altitudinis ex qua cæteræ nempe Parallaxis Longitudinis, latitudinis, Ascensionis Rectæ, &c. originem trahunt. Longior essem si omnia enumerarem, quæ utiliá profert Noster circa hanc materiam.*

8°. *Sectio octava Refractionem Syderum explicat. Parallaxis Altitudinis Sydus visum deprimit, Refractio æquo altius ostendit. Docet Autor quâ ratione definiri possit quanto per Refractionem Stella altior appareat quam revera sit, & Tabularum Refractionum condendarum methodum proponit.*

9°. *In Sectione nona de Compositione Tabularum Primi motus seu Primi Mobilis disseritur. Tres Tabulæ hujusmodi simul disponi possunt quæ in unam coalescent, nimirum Tabulæ Declinationis & Ascensionis Rectæ singulorum Eclipticæ graduum, & Angulorum Eclipticæ cum Meridiano: ad illam Tabulam ex tribus compositam adduntur sequentes, videlicet Tabula conversionis partium Æquatoris in tempus medium, & Tabula conversionis Temporis medii in partes Æquatoris. Tabula Ascensionis Rectæ & Declinationis Præcipuarum Fixarum pro certo tempore dato, cum differentiis tam dictarum Ascensionum rectarum quam Declinationum pro certo annorum numero; Tabula Refractionis Syderum & aliæ quas Autor in hac Sectione libri secundi ultima indicat.*

L 1-

LIBER TERTIUS.

1°. *Iam diximus Anomalias Medias non posse exprimi in Planetarum Orbibus juxta* Kepleri *sententiam, omnium Astronomiorum recentiorum & peritissimorum calculo comprobatam, nisi per areas Ellipticas Temporibus proportionales, monuimusque angulos quos in Foco radii Planetam vehentes cum Linea Apsidum comprehendunt, Anomalias coaquatas aut veras vocari. Quaritur ergo ut data Anomalia media inveniatur Anomalia coaquata. Hoc est celeberrimum illud Problema à* Keplero *propositum, & cujus ille Solutionem directam impossibilem esse judicans, regulas Positionum adhibuit, supponens Anomaliam excentri datam &c.*

Quoniam igitur hujusce Problematis solutio difficillima est, ideo nihil Autor *noster negligit, ut sive methodo directa sive indirecta, sive per utiles approximationes quaestioni fiat satis. Prima Sectionis hujus prima propositione pramisso lemmate praparatorio ex quo consequitur perinde esse si semi-circulum semi-ellipsi circumscriptum, aut si ellipsim ipsam ex Foco dato dividas in Areas temporibus proportionales, docet ex semi-circulo sic diviso ellipsim etiam facili negotio secundum easdem proportiones dividere. Secunda propositione docet ex data Anomalia excentri Anomalias veras & ex veris medias correspondentes invenire. Hac methodo* Keplerus *uti solebat ad construendas Tabulas Anomaliarum mediarum & coaquatarum, nec ullam faciliorem expeditiorem que esse viam nonnulli fortasse judicabunt ad construendas Tabulas illas, quamvis per eam neque Anomalia coaquata neque Anomalia Media gradus exacti & accurati inveniantur, recurrendumque sit ad duplices partes proportionales. Propositione IV. tradit* Gregorius *Solutionem directam unam Problematis Kepleriani: Alteram optimam & perspicuam apud* D. Keillium *invenio* in Introduct. ad veram Astronomiam, Lectione XXIII. *&*

ter-

tertiam suppeditat R. P. Reyneau (*in libro cui titulus* Analyse démontrée *pag.* 713) *quæ ultima Solutio clara* (*ut opinor*) *haud paucis videbitur. Sed omnes illæ solutiones quanquam directæ & Physicæ ac proinde aliis quibuscunque præstantiores, ducunt ad Series infinitas, quæ Artificum seu Logistarum Calculis minime conveniunt. Dantur deinde apud Autorem Solutiones hujus Problematis utiles quidem nec contemnendæ, imo & plerumque sufficientes, sed minimè Physicæ, nec satis in Orbibus valde excentricis accuratæ, quales sunt solutiones* Sethi Wardi, Bullialdi *&* Comitis de Pagan, *in quibus, quid habeant commodi aut minus accurati notatur. Qui solutiones directas aut indirectas approximationis utiles volent, consulant* Commentarios Reg. Scient. Acad. Paris.annor. 1710, 1719 *&* 1720. *Nihil in tam difficili negotio magis juvat, quam si plurimas solutiones habeas, ex quarum collatione Calculus fiat & tutior & accuratior. Denique Ellipticam Orbitam à* Dom. Cassino *inventam Autor discutit & veluti minus aptam explicandis veris Planetarum motibus rejicit. Proprietas Ellipsium Conicarum notissima, est quod si è Focis duæ lineæ rectæ ductæ concurrant in aliquo peripheriæ puncto, illæ duæ simul sumptæ æquales sint axi majori, quantacunque sit excentricitas, etiamsi sit æqualis semi-axi majori, in quo casu ellipsis desinit in lineam rectam. Sed* Cassiniana *Ellipsis hoc habet singulare, quod rectangulum sub duabus lineis supra dictis, quæ a Focis ductæ in uno puncto circumferentiæ concurrunt, æquale sit rectangulo sub maxima & Minima distantia, seu quadrato mediæ distantiæ quæ media geometrice proportionalis est in hac Ellipsi inter maximam & minimam distantiam. Inde sequitur quod si excentricitas sit maxima, rectangulum sub maxima & minima distantia & proinde quadratum mediæ distantiæ & media distantia erunt tanto minora, poteritque distantia media esse tam parva ut ellipsis futura sit versus medium interius convexa ac etiam in duas abire possit conjuga-*

tas figuras. Hæc omnia fuse explicantur, præsertim in additione ad Propos. VIII. quam additionem excerpsimus ex Transactionibus Philosophicis *anni* 1704.

2. *Docet* Autor *in sectione secunda, qua ratione Telluris Orbita determinari queat. Id quidem fiet si observetur diametri apparentis Solis quantitas in maxima distantia quum moveri lentissime videtur, & in minima distantia, quum motu velocissimo ferri apparet: illæ enim Observationes dabunt ex motu apparente Solis positionem lineæ Apsidum, respectu Fixarum, & rationem qua intercedit inter maximam & minimam distantiam. In propositionibus sequentibus inveniuntur per observationes, Æquinoctiorum & Solstitiorum tempora, anni vertentis, & anni syderei quantitas. Ex datis tribus Solis locis, & tempore Telluris Periodico, Orbitæ Telluris species, Apsidum lineæ situs, & Tempus quo Terra fuit in Aphelio definiuntur, & corriguntur quæ in iis determinandis parum accurata occurrunt. Docetur Propositione XVI. qua ratione ad datum tempus, Telluris locus è Sole visus, ejusque à Sole distantia inveniri queat. Propos. XVII. de inæqualitate Dierum naturalium differitur & methodus Temporis æquandi traditur.*

3. *Sectione tertia agitur de reliquorum Planetarum Primariorum Orbitis determinandis eorumque Theoria sive è Sole, sive è Tellure spectentur. Patebit satis ex Indice Propositionum quid in ea præstetur. Idem dictum velim de Sectionibus sequentibus Quarta videlicet de Planetarum Elongatione maxima a Sole, Directione, Statione, & Retrogradatione. Quinta de Planetarum Primariorum Tabulis & earum usu; & Sexta de Planetariorum Orbium magnitudine. Nihil enim circa hæc omnia peculiare habeo quod Lectorem moneam.*

4. *Docetur Sectione septima quomodo Magnitudo, Quantitas materiæ, & Densitas Solis & Planetarum Primariorum determinari possint. De Magnitudine non nihil dicam. Sit per Micrometro-*

crometrum observata Diameter apparens Solis, media inter maximam & minimam, 32'. 10". qualis est quum Sol in media a Terra distantia positus cernitur, erit semidiameter Solis ad mediam ejus à Tellure distantiam, ut tangens Anguli 16'. 5". *ad sinum totum. Sed minime cognosci poterit quæ sit ratio Semidiametri Solis ad Semidiametrum Terræ, nisi per Parallaxim horizontalem accuratam innotescat quæ sit ratio Mediæ distantiæ ad semidiametrum Terræ. Igitur si nulla sit Parallaxis Solis aut si incerta sit, tunc aut nulla ratione aut incerto tantum calculo determinabitur magnitudo Diametri Solis comparative ad Diametrum Telluris. Atque idem quoque dicendum erit de Comparatione ineunda inter Cæteros Planetas & Tellurem. Si supponatur Parallaxis Horizontalis Solis esse* 6". *erit media Solis à Terra distantia* 34364 *in semidiametris Terræ. Deinde si fiat ut sinus totus,* 10000000, *ad mediam distantiam inventam* 34364 :: *ita tangens* 16'. 5". 46784 *ad semidiametrum Solis; invenietur illa Diameter* $160 \frac{77}{100}$ *in semidiametris Telluris. Iuxta* Dom. Cassinum *media Solis à Terra distantia est* 22000 (*ut supra dictum est*) *sed Parallaxin supposuit* 9". *vel etiam aliquanto majorem; unde sequitur minor distantia quam quæ mox supra inventa est supponendo Parallaxin tantum* 6". *nam, reliquis paribus, quo major est Parallaxis, eo minor distantia sequitur, & minor ratio Diametri Solis ad Terræ diametrum. Constat ergo quantum incerta & difficilis sit determinatio rationis quæ intercedit inter Diametros Solis & Planetarum Primariorum ad Telluris Diametrum. Sed res longe certior evadet, si relicta Telluris Diametro tanquam mensura Distantiarum nimis lubrica quæratur ratio Solis Diametri, ad aliorum Planetarum Diametros. Nam quia Quadrata Temporum Periodicorum sunt inter se in triplicata ratione Distantiarum Mediarum, inde innotescunt majores Orbitarum axes, ac si semel definita fuerint lineæ Apsidum positio, & excentri-*

 citas

citas &c. cujuslibet Orbita, Habebitur ratio distantia Planeta à Terra pro tempore dato; si modo cognoscatur & Terra locus in sua Orbita, & Planeta locus in sua Trajectoria. Verum ut res Clarior fiat, sit observata Iovis diameter quum Terris proximus est, videlicet quando versatur in oppositione cum Sole: observata inquam sit hac diameter apparens 1′ 4″. *vel* 64″. *Sitque cognita tunc ratio distantia Iovis à Terra qua sit ad distantiam mediam Solis à Terra ut* 26 *ad* 5. *Sit etiam observata diameter apparens Solis in media distantia* 30′ 30″. (*sequor Observationes & Calculum* Hugenii) *His positis si tam propinquus nobis esset Iupiter quam Sol è media distantia visus, sub majori angulo Iupiter appareret, quam qui observatus est, & tunc ob distantias aquales Solis & Iovis a Terra, vera ratio haberetur diametri utriusque. Fiat igitur ut distantia minor* 5 *ad distantiam majorem* 26: *ita diameter Iovis* 64″. *è majori distantia dicta visi, ad diametrum ejusdem, si ex ea distantia cerneretur: invenietur que* 333″ *seu* 5′. 33″. *itaque vera ratio Diametri Solis ad Diametrum Iovis est ut* 30′. 30″. *ad* 5′. 33″. *reliqua ut facilia omitto, sufficitque methodum indicasse qua facile Planetariarum magnitudinum rationes vera determinari queant. Docet* Autor *in XLVIII. Propositione invenire rationem Quantitatis Materia in Sole ad Quantitatem Materia in aliquo Planeta Primario, si modo Satellitem habeat, & Propos. sequente quarit rationem Densitatis Solis ad Densitatem Planeta Satellitio donati; sed circa hac Omnia & nonnulla alia Autor ipse consulatur.*

5. *Sectione* 8. *agitur de Figura Solis & Planetarum de quibus omnibus affirmatur eos esse Sphaeroides versus Polos suos depressas. Sed maxime probatur hæc esse Telluris figura, quod & de Sole quoque asseritur. Talis forsasse fuit Terra Figura primigenia, sed variis in locis immutatam eam esse probabile est ob rationes superius allatas.*

6. *Sectione* 9. *de Distantia Fixarum sermo habetur, qua qui-*

quidem Distantia non potest determinari nisi per Parallaxim Magni Orbis seu Orbitæ Telluris. Nonnulla de ea Parallaxi passim Occurrunt in Historia *&* Commentariis Reg. Scientiar. Acad. Paris. *sed sive ob nutationem Axis Telluris, sive ob exiguitatem Diametri Orbis Magni, habita ratione ad Distantiam Fixarum nihil adhuc certi super ea re affirmari posse videtur: Adeo ut à vero non multum discedant qui censent Orbem Magnum instar esse puncti exigui si cum distantia Fixarum diametri ejus Comparatio instituatur, quod profecto minus mirandum erit, si attendamus axem Orbitæ Telluris spectatori in Saturno posito adeo exiguum videri, ut vix subtendat arcum duodecim graduum Circuli, cujus radius æqualis sit mediæ distantiæ Saturni à Sole.*

LIBER QUARTUS.

Planetarum Primariorum Theoria longe facilior est quam Secundariorum. Motus enim illorum circa Solem quum Compositus sit ex motu uniformi secundum lineam tangentem cujusque Orbitam & ex motu gravitatis qua descendunt aut accelerantur versus Solem, satis facile explicatur: præsertim quum ab aliis Planetis ut pote nimium dissitis à via Regia quam sequuntur non sensibiliter hinc aut illinc abstrahi videantur.

Sed Planetarum Secundariorum (Luna verbi gratia) aberrationes & irregularitates sive secundum longitudinem, sive secundum Orbium figuram aut inclinationem, ita Oculatorum Astronomorum calculis se subducunt, ut ad novas ac novas semper Hypotheses prout recentiores observationes postulant recurrere necesse sit. Tot ac tantorum errorum Causa & origo in genere est quod secundarii non tantum eo motu composito quem diximus circa suum Primarium deferantur, sed etiam à Sole in eadem fere distantia ac sui primarii diversimode attrahantur. Causas igitur Physicas illarum deviationum à

Clariss. Newtono *excogitatas* Autor *noster hic explicare aggreditur.*

1. *Et prima quidem sectione errores secundariorum per causas Physicas & Geometricas explicat, si in Orbibus Primariis Concentricis revolutiones suas peragere supponantur; rationes reddit cur Satelles à Quadratura cum Sole ad Syzygiam proxime sequentem perpetuo acceleretur, à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur, quo fit ut Satelles prope Syzygias velocius, prope Quadraturas tardius progrediatur. Principium quo tota errorum Satellitis Theoria innititur illud est; quod videlicet attractiones binorum quorumcunque Planetarum, veluti Primarii & sui Satellitis, in tertium (puta in Solem) sint inter se reciproce ut quadrata distantiarum ab eodem tertio, quo fit ut inspecta figura Propositio pateat. Demonstratur deinde cur Satellite existente in Quadraturis Orbita ejus magis curva evadat, Satelles que magis à Primario recedat quam in Syzygiis.*

2. *Secunda sectio errores Satellitis explorat à Sole ortos, quum ejus Orbita à Primario est excentrica. In hoc Casu non tantum Satelles sed etiam Satellitis orbita circa Primarium revolvuntur. Posita ergo Satellitis Orbita una immobili, & alia simili revolvente quærenda est lex vis centripetæ qua Corpus unum in Orbita revolvente movetur, dum Corpus aliud in simili & æquali Orbita quiescente defertur. Patet in hoc Casu Corpus in Orbe revolvente motum describturum quo ad apparentiam, Curvam quandam cujus imago ac similitudo quapiam cernitur in Propos. III hujus libri & cujus proprietatem in notula indicavi. Porro præmissis nonnullis Lemmatibus ex Profundiori Geometria petitis, docet* Autor *Propos. VI ex data lege Vis Centripetæ determinare motum Apsidum; & ex dato motu Apsidum, invenire legem Vis centripetæ qua omnia ad Calculos revocat, atque eadem fere præstat* Prop. *VII in Orbibus parum ellipticis, & sub certa quadam conditione. Tota hæc* Autoris *doctrina incipien-*

pientium captui parum accommodata est. Docetur Propos. *VIII Lineam Apsidum Orbitæ ellipticæ Satellitis bis progredi nempe quum Satelles est in Syzygiis cum Sole & bis regredi in Quadraturis ejusdem Satellitis eorumque Phænomenorum Causæ assignantur. Ista tamen Propositio intelligenda est, cum ea cautione, quod quum in singulis revolutionibus Satellitis Apsides magis Progrediantur quam regrediuntur, inde eveniat ut ob excessum progressus, revera moveantur in consequentia. Si in una Satellitis revolutione Apsides sint in Syzygiis Satellitis cum Sole, magis progredientur quam regredientur; regredientur vero magis quam progredientur, in alia aliqua revolutione in qua dictæ Apsides erunt in Quadraturis Satellitis cum Sole; sed quia in Syzygiis suis velocius progrediuntur, tardius vero regrediuntur in Quadraturis, in quavis Apsidum revolutione feruntur in consequentia. Hæc probantur Propositione X I. Bis in unaquaque Satellitis revolutione excentricitas Orbitæ ejus (si sit excentrica) mutatur: maxima est cum Satelles est in Syzygiis, minima vero si sit in Quadraturis cum Sole: à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur, à Quadraturis ad Syzygias perpetuis incrementis augetur. Hæc habentur Prop. XII. Iam monui in Lunæ Theoria, maximam Lunaris Orbitæ excentricitatem, (quod de cæteris Satellitum Orbibus excentricis dicendum) obtinere, quum in linea Apsidum posita, versatur etiam eodem tempore in Syzygiis. Hujusce Phænomeni ratio redditur Propos. XIII quatenus omnibus Satellitibus in Orbibus excentricis revolutis commune est.*

3. *Si Satellitis Orbita in eodem cum Primarii Orbitæ plano revolveretur, non alii forent errores Satellitis à Solis attractione Orti quam qui priori Sectione descripti sunt, sed si Satellitis Orbita ad Primarii Orbitam inclinata sit, ex Solis attractione Nodorum deviationes aliquot, mutationesque nonnullæ obliquitatis Orbitæ Satellitis orientur. Igitur* Autor *sectione tertia de omnibus illis irregularitatibus differit.*

ratio-

rationesque affert cur Nodi nunc quiescant, nunc vero tardius, aut velocius, ferantur in Antecedentia, &c. Explicat omnes mutationes quæ circa Orbitæ Satellitis inclinationem accidunt. Hæc omnia habentur fuse & perspicue in Propositionibus XIV. & XV. probaturque Prop.. XVI. omnes supra dictos errores Satellitis tam secundum Longitudinem, quam secundum Latitudinem sive in Orbita Satellitis concentrica sive in excentrica, aliquanto majores esse (cæteris paribus) in Conjunctione Satellitis cum Sole quam in oppositione.

4. *Sectio quarta agit de Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, quum Primarius movetur in Orbe excentrico circa Solem.*

5. *In Quinta sectione* Auctor *ad Lunæ motum applicat quæ supra de inæqualitatibus in motu Satellitum a Sole profectis disseruit. Primo Lunæ inæqualitates explicat. Secundo docet quo pacto per unicam Eclipsin Lunarem distantia Lunæ à centro Terræ inveniri queat. Tertio eandem distantiam dato tempore per Observationem determinat. Quarto per Observationem inæqualitates Lunæ, ejusque errores distinguere docet. Quinto assignat quæ sit ratio inter vires Lunæ motum perturbantes & inter Gravitatem omnibus notam.*

6. *Sectione sexta recensentur Tabulæ Lunares quæ in Tabulis Astronomicis occurrunt, earumque usus traditur, Propositione XXIX. Indicat* Gregorius *quas Correctiones ad Lunæ motum pertinentes Tabularum Autores adhibuerunt, & quas neglexerunt. Additque Præclaram* Lunæ Theoriam *qualis à Clarissimo Viro* Newtono *exposita est. Propositione sequente methodus indicatur determinandæ mediæ Conjunctionis aut Oppositionis Solis & Lunæ proxime insequentis ad Tempus datum. Et Propos. XXXI Syzygiarum verarum inventio traditur.*

7. *Sectio septima Lunaris Eclipsis Theoriam & Calculum docet. Octava verò circa Eclipsin Solis tota versatur. Plurima*

rima ambæ illæ sectiones habent scitu dignissima, quæ ex Autore *ipso petantur.*

8. *In Sectione nona* Autor *considerat Errores in motibus aliorum Satellitum ex Sole Oriundos; quæ sint Errorum illorum rationes variæ in diversis casibus demonstrat; docet inæquales illos motus determinare; ac motus Apsidum Satellitum Saturni & Iovis per Propos. XI hujus libri inventos corrigere.*

9. *Decima Sectione de motu Satellitum circa proprios axes disseritur. Hujusce motus exemplum datur in Luna, quæ circa axem revolvitur, eodem præcise tempore quo revolutionem unam Periodicam in Orbita sua absolvit. Motus ille hîc explicatur, sicuti & Librationes variæ & mutabiles Lunæ.*

10. *In Sectione undecima quæ de Satellitum magnitudine tractat,* 1° *quæritur quæ sit magnitudo Lunæ respectu Telluris, quod quidem facillimum est ob sensibilem Lunæ Parallaxin.* 2° *Quantitatis Materiæ in Luna ratio, ad Quantitatem Materiæ in Tellure definitur.* 3° *Ratio Densitatis Lunæ ad Densitatem Telluris determinatur.* 4° *Ratio Gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram, ad Gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam assignatur.*

11. *Si sola Planetarum circa axem Æquatoris sui cujusvis rotatio spectetur, inde sequetur quod si Corpora illa ex molli materia initio coaluerint, Vis Centrifuga eo major fuerit quo propius ad Æquatorem materia accedebat, quo effectum est ut materia sub Æquatore, & circum circa assurgente Planeta sphæroidis figuram induerint versus Æquatorem prolatam, versus polos depressiorem. Ea de Causa Luna circa axem suum revolvendo eandem debuit figuram sumere, sed quum menstruo tantum spatio unicam circa axem revolutionem absolvat, vix ac ne vix quidem sensibilis debuit esse figura illa in Luna. Imo vero ex alia ratione debuit Luna figuram assumere sphæroidis oblongæ, cujus axis major productus transeat per centrum Terræ; nam quum Lunæ partes gravi-*

tent eò magis in Terram, quò magis directe ei sunt obversæ; quum quæ olim aquis cooperta fuerit, recedentibusque aquis, ex molliori materia coaluerit, quæ successu temporum arefacta exsiccataque induruit, ut ex ejus montibus ingentibus plus satis constat, debuerunt illæ partes quæ magis directe Tellurem spectabant tanto magis ad Tellurem accedere. Idem dicendum foret de Terra si aquis cooperta esset, deberet totum illud fluidum abire in sphæroides oblongas quarum axes majores producti per centrum Lunæ transirent. Hæc omnia fuse explicantur in sectione duodecima, in qua agitur de Figura Satellitum & Primariorum, ex mutua gravitate oriunda. Cæterum nemo non videt quam commodè ex sola gravitatis vi explicetur fluxus & refluxus maris. Aqua enim in sphæroides oblongas assurgunt quarum axis productus per Lunæ centrum transit: ex quo fit ut continuo motu reciproco, & ad Lunæ motum diurnum composito, undæ è circumjectis locis affluentes intumescant, & inde refluentes versus partes circumpositas subsidant. Neque omittendum quod quum Luna in Syzygiis versatur, tunc aquæ gravitantes non solum in Lunam sed etiam in Solem simul & cum eadem directione, assurgere & intumescere quoque magis debeant; unde & sequitur æquoris subsidentis & in oras maritimas sese effundentis major moles & impetus vehementior. Atque Æstus illi maritimi omnium maximi erunt, quum Luna in Syzygiis temporibus Æquinoctiorum versabitur. Tunc enim vires attractivæ Solis et Lunæ conjuncta simul, secundum eandem directionem concurrent cum vi Centrifuga aquarum quæ nusquam cæteris paribus major, quam sub Æquatore existere potest. Hæc omnia apud Autorem *nostrum doctius longe & fusius explicata Lector videre poterit.*

12. *Sectione decima tertia agitur de Saturni Annulo ejusque Phasibus.* 1°. *Tota ejus Theoria exponitur.* 2°. *Phases ejus quatenus è Sole conspicitur describuntur.* 3°. *Eadem ex Tellure visæ determinantur. De Saturni Annulo breviter dicam*

dicam. Annulus ille quo cingitur nulla ex parte ipsi Saturno adhaeret, sed fornicis instar eum ambit. Diameter Annuli est fere Dupla sesquiquarta Diametri Saturni, idest, ut 9. *ad* 4. *Distantia ergo quae intercedit inter Saturnum & Convexitatem Annuli est* 5. *earundem partium quod quidem spatium si bifariam dividatur, dabit* 2 ½ *pro distantia quae interjacet, inter superficiem convexam, & superficiem concavam ejusdem Annuli. Reliquae partes* 2 ½ *distantiam comprehendent qua superficies concava Annuli à Planeta distat, quaeque vacua est. Spissitudinem aliquam Annulus habet, sed quum non adeo magna sit, sitque praeterea Annuli superficies convexa structura fortassis non satis salebrosae & asperae, ut lumen à Sole acceptum longius reflectere queat, non potest è Tellure conspici. Verisimile est Annulum esse in Plano Æquatoris sui Planetae aut certe esse in plano maximi circuli producti ejusdem Planetae, qui circulus quem Annuli planum nominabimus inclinatus est ad Orbitam Saturni angulo grad.* 23 30′, *si nonnullis creditur. Sed quidquid sit per* 15. *fere annos facies Annuli quae Soli obversa est continuo lumine gaudet, dum facies opposita in tenebris jacet; donec Saturno in alteram Orbis sui partem ultra Æquatoris & Orbitae suae nodos translato per alios quindecim annos facies hactenus illuminata obscuretur, & quae prius obscurata fuerat, Solis radiis illustretur. Haec omnia fuse exponit* Autor *noster, nec non & Annuli è Tellure conspecti Phases diversas. Sed si majorem perspicuitatem & accuratiorem sive Annuli, sive Saturniorum satellitum Theoriam Lector desideret, consulat* Historiam & Comment. Reg. Scient. Acad. Paris. *annor.* 1714. 1715 & 1716.

LIBER QUINTUS DE COMETIS.

1. *Sectione prima* Gregorius *Philosophorum opiniones de*

Cometarum Duratione & Loco exponit, quos Cometas nonnulli Mundo coæva seu æterna corpora esse existimaverunt, & Periodos suas statis temporibus absolvere. Ita senserunt Pythagorei, aliique nonnulli. Peripatetici vero ne generationes, corruptionesve in Cælis agnoscerent, Cometas statuerunt in regionibus sublunaribus ex terrestribus exhalationibus coalescere, & sensim sine sensu in auras resolvi & evanescere. Sed Tycho Brahe *&* Keplerus *nullam animadvertentes in Cometis Parallaxin, eos in regionibus supra-lunaribus Trajectorias suas habere & describere definierunt, quæ opinio plurimis postmodum observationibus confirmata est. Hæc fere Propos. Ima. explicantur. Propositio secunda multa habet scitu dignissima circa opiniones Philosophorum recentiorum de Origine Cometarum, eorumque Trajectoriis, quæ omnia ab Autore diserte adeo exponuntur ut nihil ultra desiderandum superfit: Censet Porro* Gregorius *Cometas revolutiones suas peragere in Sectionibus Conicis puta in Ellipsibus maxime excentricis, aut etiam in Parabolis: quæ Hypothesis convenit cum omnibus observationibus ex quibus apparet Cometarum alios describere lineas rectas, alios Curvas percurrere, eorumque qui in curvis deferuntur, aliquos peragrare Curvas respectu Telluris convexas, nonnullos vero in curvis respectu ejusdem Telluris concavis cursus suos perficere. Tertia Propositione Lemma demonstratur de immensæ raritatis & ingentis extensionis Aeris nostri possibilitate. Talis est Propositio quæ ad explicandas Caudarum in Cometis causas necessaria est: Patet Aerem nostrum ad distantiam semidiametri Telluris, multo rariorem esse quam in Telluris superficie, si modo verum sit quod experimentis constat, nempe tanto magis Aerem rarum fieri & in majus volumen extendi, quanto minori pondere comprimitur. Hoc posito sit Globus Aeris nostri crassioris quem haurimus, sit inquam globus ille digitum unum latus, supponaturque crassior Aer globo illo contentus æque rarus fieri atque Aer ad altitudinem semidiametri* *Telluris*

Telluris rarus est, demonstratur Aerem globulo illo contentum impleturum omnes Planetarum regiones ad usque Sphæram Saturni & longe ultra. Præmisso hoc Lemmate, referuntur Propositione IV. Philosophorum recentiorum opiniones de Cometarum Caudis quibus omnibus opinionibus confutatis, censet Autor *cum* Clariss. Newtono, *Cometæ Caudam esse vaporem tenuissimum & rarissimum, quem Cometæ nucleus ob calorem ex vicinia Solis in Perihelio contractum, longe lateque diffundit, cujusque vaporis tractus ingens à Sole opposito illustratus Caudæ speciem præ se fert. Cætera Lector apud* Autorem *videat.*

2. *Sectione secunda, de Determinandis viis, locisque Cometarum apparentibus prope veris. Tertià de definienda vera Cometæ Trajectoria agitur.*

3. *Docetur in Sectione quarta quibus rationibus inveniri queat in Trajectoria Cometæ supra inventa, locus ejusdem Cometæ tam Heliocentricus quam Geocentricus ad tempus datum; ac tandem Propositione Hujusce libri ultima Methodum tradit* Autor, *Tabularum describendarum, quarum ope Cometarum loca & Periodi prompte atque expedite inveniantur.* Si cometarum *inquit*, istorum omnium, de quibus Observationes accuratæ satis extant, Determinatæ fuerint præter propter Orbitæ, illorum Periodi simul innotescunt (ut Schol. Prop. XXXI. ostensum est) & Tempora quibus denuo visui nostro subjicientur, & ex Observationibus tum instituendis corrigentur; . . . . Hoc in 24 Cometis (quorum scilicet habentur loca ab Astronomis observata) hactenus à D. Halleio factum esse audio *&c. Quod à Clariss.* Halleio *præstitum audierat* Gregorius *illud idem in* Transactionibus Philosophicis *an.* 1705 *N°.* 297 *invenimus & ad calcem* Astronomiæ Gregorianæ *Addidimus tanquam Appendicem non utilem tantum sed prope necessariam ad ea quæ habet* Autor *noster de Cometis. Inveniet Lector in aureo illo opusculo quicquid* 24 *Cometarum supra dictorum*

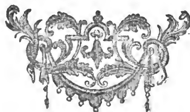
Theoriam spectat ita acurate expressum in Tabulis summa cum diligentia ab Autore Halleio *computatis & elaboratis, ut earum ope facile fit cuivis rerum mathematicarum non prorsus ignaro, Cometarum vias seu Trajectorias graphice delineare, eorum Periodos prater propter determinare, locaque ad datum tempus quantum per rei obscuritatem licet designare. Et sane quod graphicam Orbitarum Cometis 24 supradictis propriarum delineationem spectat, ope* Tabularum Clariss. Hallei, *extat ampla systematis Solaris Mappa à* V. Clariss. Wistono *descripta, in qua non solum Planetarum, sed etiam Cometarum illorum cursus accurate expressit secutus in describendis Cometarum Trajectoriis easdem Tabulas de quibus supra. Quum vero ea Mappa nominibus & explicationibus Anglica lingua conscriptis referta esset, a viris quibusdam eruditis Mappa eadem in publicum data est, cum nominibus Gallice redditis, explicationesque separatim Gallice quoque edita sunt, Qua omnia invenientur in libro cui titulus* Memoires Historiques & Critiques du Samedi XXVIII Fevrier 1722 *Opusculi vero titulus est*, Carte du Systeme solaire contenant les Orbites des Planetes & des Cometes suivant le Systeme du Chevalier Newton par Mr. Guil. Wiston Mr. ès Arts.

LIBER SEXTUS.

De Libro sexto vix necesse est quicquam dicere. Decem omnino Propositionibus Constat in quibus Phænomena ex Planetarum motibus orta explicantur, si oculus supponatur 1°. *in Sole.* 2°. *in Mercurio.* 3°. *in Venere.* 4°. *in Marte.* 5°. *in Iove.* 6°. *in Saturno.* 7°. *in aliquo Cometa.* 8°. *in Luna nostra. Hac habentur in Octo prioribus Propositionibus. Propositione vero nona describuntur pracipua Telluris Phænomena si ex Luna conspiciantur.*

tur. Ac denique Propositione decima Phænomena præcipua ex aliquo Satellitum Iovis aut Saturni visa explicantur.

C. Huart. M. & P. S.



EDITORIS ADDITIO.

QUoniam nonnulli desiderarunt ut de Anomaliis aliquid dicerem, sive in Hypothesi Circulari, sive in Hypothesi Elliptica, ideo breviter eas, adjunctis figuris, exponere pro virili conabor.

HYPOTHESIS CIRCULARIS.

Describatur (Fig. 3.) Circulus ♈ ♋ ♎ ♑ *repræsentans Eclipticam usque ad Primum Mobile protensam, cujus centrum* T *à Tellure occupetur. Ducantur ambæ Diametri* ♈ ♎, ♋ ♑, *se intersecantes invicem ad angulos rectos in centro* T, *habebunturque puncta Æquinoctiorum,* ♈, ♎, *&* *Solstitiorum* ♋, ♑, *sumatur jam arcus* ♈ ♋ Q *æqualis longitudini Apogæi ab* ♈, *& ex puncto* Q *per centrum* T, *ducatur linea* Q T R, *quæ erit positio lineæ Augium seu Apsidum, in qua sumpto puncto* C *ad arbitrium, quod non adeo à puncto* T *remotum sit, describatur è puncto* C *tanquam centro excentrici & radio quovis* C A *excentricus* A H P G, *ducaturque per centrum* C *recta* H C G *parallela lineæ* ♎ T ♈, *& puncta* H, G, *repræsentabunt puncta Æquinoctialia in excentrico. His positis, Radius* A C *supponatur* 100000 *partium &* T C *excentricitas* 3600 *earundem partium juxta* Keplerum, *vel* 3338 *juxta Calculum & Observationes* D. de Louville. *Apogæum erit in* A. *Perigæum in* P. *Sol in hac Hypothesi movetur æquabiliter in excentrico* G A H P *secundum ordinem signorum (quod dicendum erit de Tellure, mutatis mutandis, in Hypothesi Terræ motæ.) Igitur si Sol supponatur esse in* E, *ductis lineis* C E, T E, *erit Angulus* A C E *Anomalia media, Angulus* A T E *Anomalia coæquata & angulus* C E T *erit Prosthaphæresis seu æquatio centri, qui quidem angulus æqualis est differentiæ angulorum* A C E *Anomaliæ mediæ,*

mediæ, & ATE *Anomaliæ coæquatæ ut patebit si ducatur* C D *parallela ipsi* F G. *Cæterum in Triangulo* C T E *data sunt latera* E C, 100000, *radius excentrici*; C T *excentricitas* 3600; & *angulus comprehensus* E C T *reliquus nempe anguli* A C E *Motus Medii ad duos rectos*; *qua propter Prosthapheresis* C E T *non latebit*, *quæ subtrahenda erit ab Anomalia Media in primo Anomaliæ semicirculo* A E P, *ut Anomalia coæquata* A T E *habeatur. Simili modo solvetur aliud quodcunque triangulum Anomaliæ Mediæ data conveniens. Sufficiet autem ad Tabulam Prosthapheresium condendam*, *invenire Prosthaphereses pro singulis gradibus primi semi-circuli Anomaliæ Mediæ. Eædem enim Æquationes Centri seu Prosthaphereses obtinent in altero Anomaliæ semi-circulo sed observandum est Prosthapheresim in eo semi-circulo* (*qualis est angulus* C F T) *addendam esse Anomaliæ Mediæ ad habendam Coæquatam*; *nam angulus* P T F *qui cum semi-circulo* A E P *mensura est Anomaliæ coæquatæ*, *major est angulo* P C F, *qui cum eodem semi-circulo* A E P, *mensura est Anomaliæ mediæ, Sole in* F *existente.*

HYPOTHESIS ELLIPTICA.

Sit Ellipsis A I P R *Solis Orbita in Hypothesi Terræ quiescentis aut immotæ*, *cujus centrum* O, *dupla excentricitas seu distantia Focorum* T F *partium* 333830, *quales semi-axis major vel Radius Circuli circumscripti* O A *vel* O Q *est* 10000000 *itaque excentricitas simplex* O T 166915 (*sequor Calculum* D. de Louville) A P *linea Apsidum*; A T *maxima distantia Solis in Apogæo* A 10166915; *minima* 9833085. *Semi-axis minor* 9998607. *His positis*, *si Sol sit in* S, & *Terra in* T, *Tempus ipsum quo labente Sol pervenit ab Apogæo* A *ad punctum* S *decribens arcum* A S, *erit Anomalia Media*, *quum que Area Elliptica* A S T *eandem rationem habeat ad Aream totius Ellipsis*, *quam Tempus quo decurrente Sol descripsit*

cripsit arcum A S, *habet ad totum Tempus Periodicum, quo fluente Sol totam peragrat Orbitam, Area quoque illa Elliptica* A S T *censebitur esse Anomalia Media, quæ semper data est, quum sit semper Tempori proportionalis. Sed Angulus* A T S *erit Anomalia Coæquata seu vera, & vocabitur etiam angulus ad Terram si Terra sit* T, *vel angulus ad solem si Sol sit in* T. *Quæritur ut data Anomalia Media seu Area Elliptica* A S T, *inveniatur angulus* A T S. *En celeberrimum illud* Kepleri *Problema de quo supra verba fecimus. Porro si per punctum* S, *in quo Sol esse supponitur, ducatur recta* B S C *ad lineam* A P *perpendicularis in* C, *linea illa recta* B C, *arcum designabit* A B *in Circulo circumscripto, similem arcui Elliptico* A S: *Neque enim alio modo dividitur Ellipsis, ut* A B P, *in apparentias graduum aut partium æqualium, quam per Ordinatas quæ ex partibus aut gradibus æqualibus in Circulo circumscripto sumptis, ducuntur perpendiculariter ad Ellipseos axem majorem. Deinde si ex centro* O *ducantur ad puncta* B *&* S *rectæ* O B, O S, *& ex Foco* T *ad* B, *linea recta* T B, *Area* A B T *in circulo repræsentabit quoque Anomaliam mediam, quippe quæ sit etiam Tempori proportionalis; & perinde erit si solvatur Problema* Keplerianum *in Circulo, aut si solvatur in Ellipsi. Sed angulus in centro* A O B *erit Anomalia excentri. Triangulum* B O T *vocatur apud* Keplerum *Triangulum Æquatorium, quod si addatur illud triangulum computatum in partibus quales sunt* 360 *in tota area Circuli circumscripti, si inquam addatur illud triangulum cum area Sectoris circularis* A O B, *habebitur tota area* A B T, *quæ divisa per certum quemdam numerum, exurget in gradibus Circuli circumscripti Motus medius ab Apogæo seu Anomalia media. Similiter, si (quod minime necessarium est) Triangulum aliud Æquatorium* O S T, *addatur Sectori Elliptico* A S O, *habebitur area Elliptica* A S T, *quæ si computata fuerit in partibus, quales sunt* 360 *in Circulo æquali Ellipsi, & divisa fuerit per certum quemdam numerum, dabitur arcus in illo*

circulo

circulo æqualis Anomaliæ mediæ per gradus & scrupula expressa. Keplerus *duas partes constituebat Æquationis, unam Physicam, nempe aream trianguli* B O T *in circulo, vel aream trianguli* O S T *in Ellipsi: alteram Opticam appellabat, nempe angulum* O B T *in Circulo, vel angulum* O S T *in Ellipsi, & quia illæ duæ partes reperiuntur in eodem triangulo* B O T, *vel* O S T, *ideo illa triangula Æquatoria vocabat. Cæterum ad Componendam Tabulam Anomaliarum, sequentem methodum adhibere solitus erat.* 1°. *ex data excentricitate* O T, *& Anomalia excentri* A O B *quærebat Anomaliam mediam expressam in gradibus Circuli circumscripti, & etiam distantiam* T S. 2°. *ex data excentricitate* O T, *Anomalia excentri* A O B, *& distantia* T S, *quærebat Anomaliam coæquatam, seu angulum* A T S *ad Solem, qui hic est angulus ad Terram. Prosthaphæresis, quæ & æquatio Centri dicitur, est differentia inter Anomaliam mediam priùs inventam, & inter Anomaliam coæquatam. Totius rei Cardo in eo vertitur, ut exprimatur Anomalia media in gradibus & scrupulis Circuli circumscripti, quod quidem fiet si area data* A B T *Anomaliæ mediæ, cujus apex est in Foco* T, *convertatur in sectorem æqualem ejusdem circuli, cujus apex sit in centro ipso* O, *tunc enim tandem diviso illo sectore per certum quemdam numerum, habebitur Anomalia media expressa in gradibus & scrupulis Circuli ejusdem, quo fiet ut tunc facile illa cum Angulo ad Solem vel ad Terram* A T S *comparari queat, imo vero ne hoc quidem necessarium est, sufficietque Triangulum Æquatorium* B O T *convertere in Sectorem æqualem Circuli* A B P, *cujus Sectoris Apex sit aut intelligatur esse in Centro* O. *Nam si angulus hujusce Sectoris per Calculum innotuerit, & additus fuerit Anomalia excentri data* A C B, *habebitur Anomalia media expressa in Gradibus & scrupulis Circuli circumscripti* A B P. *Patet ergo ex data Anomalia excentri & excentricitate facile cætera haberi posse. Sed non pari facilitate Anomalia coæquata seu Angulus ad Solem vel ad Terram* A T S *ex datis excentricita-*

 te

te & Anomalia media obtineri poterit. Quamobrem sic ait Keplerus (Epit. Astron. Copern. pag. 695.) „ *Hic via di-* „ *recta nulla est sed adhibenda est ei qui hoc sine tabulis vult* „ *computare, regula Positionum : Ponendo scilicet Anoma-* „ *liam Excentri* (A B *Fig.* 4.) *tantam vel tantam, eique sic* „ *sumpta comparando suam Anomaliam Mediam* (A B T). „ *Nam si ea tanta prodit, quanta proposita fuit, bene erit* „ *posita Anomalia excentri* (A B) *at si non tanta pro-* „ *dit, ex eo quod prodit emendanda erit Positio, laborque re-* „ *petendus.*

Quod si Anomalia coaequata A T S *data fuerit & excentricitas* O T *& quaratur Anomalia Excentri* A O B; *Reliquis ut in figura* 4 *manentibus, ducatur ex altero Foco* F *ad* S, *recta* F S, *tuncque in triangulo* T F S *tria cognita erunt, nempe* 1°. *summa duorum laterum* F S *&* T S *quae ambo simul aequalia sunt axi majori* A P.: 2°. *latus* F T *duplex excentricitas*: 3°. *angulus datus ad Solem vel ad Terram* S T F. *Ad solvendum hoc triangulum, producatur* T S *in* K, *ita ut* S K *sit aequalis ipsi* S F *& ducatur* K F. *Iam in triangulo* K F T *cognitis lateribus,* F T *quod aequale est duplici excentricitati, &* K T *quod aequale axi majori, & Angulo Comprehenso* K T F, *caetera cognoscentur; nempe Angulus in* K, *& latus* K F, *in quod ex puncto* S *demittatur perpendicularis* S M, *illa secabit* K F *in duas partes aequales, ob triangulum Isosceles* K S F. *Itaque in triangulo* K S M *rectangulo in* M, *omnes anguli cogniti erunt, & latus* K M *erit etiam Cognitum, utpote dimidium inventi* K F *igitur cognoscetur & linea* K S, *quae subtrahatur a linea* K T *aequali Axi majori, supereritque distantia* S T *cognita. Igitur in triangulo* S C T *rectangulo in* C *omnes anguli cogniti sunt & distantia quoque* S T *mox inventa, cognoscetur ergo latus* S C, *atqui ex natura Ellipsis ut* O I, *ad* O Q :: *ita* C S, *ad* C B, *sed* C B *est sinus Anomaliae excentri, ergo & illa cognita quoque erit.*

Sed quaeret fortassis quispiam qua ratione triangulum ali- *quod*

quod v. g. triangulum Æquatorium B O T, *transformari queat in sectorem aqualem qui pertineat ad Circulum* A Q P, *quique apicem haberet in centro* O *ejusdem Circuli. Ergo quomodo id fieri posse intelligam paucis declarabo.*

1°. *Dividatur tota circuli circumferentia in scrupula secunda invenientur que esse in toto Circulo* 1296000″.

2°. *Quia ratio accuratissima diametri ad Circumferentiam est ut* 10000000 *ad* 31415926, *& quia ut* 10000000. 31415926 ∷ *ita* 20000000 *ad* 62831852, *ideo Radius erit ad circumferentiam ut* 10000000 *ad* 62831852. *Si ergo multiplicetur* 62831852 *per dimidium Radii* 5000000, *habebitur area totius circuli* 314159260000000.

3°. *Quia sunt in Peripheria totius circuli* 1296000″, *tota area* 314159260000000 *tot parvulos sectores continebit, quot sunt scrupula secunda in tota Peripheria; id est, parvulos sectores continebit* 1296000, *quorum angulus in centro erit unius scrupuli secundi. Ut ergo unius cujusque sectoris scrupuli secundi area habeatur, dicatur: Si* 1296000 *parvuli Sectores unius scrupuli secundi dant aream* 314159260000000 ∷ *quam dabit aream unus sector hujusmodi. Divisione facta habetur* 242406836 *pro area sectoris unius scrupuli secundi.*

4°. *Fingamus igitur aream Trianguli Æquatorii* B O T *inventam esse juxta regulas communes qua in Trigonometria aut Geometria traduntur, supponendo semper sinum totum* 10000000 *partium; (id enim observandum, ut Calculus supra institutus locum habeat) Tuncque dicatur: Si* 242406836 *dat aream sectoris unius scrupuli* ∷ *area trianguli* B O T, *quot dabit sectores unius scrupuli secundi? aut quot dabit scrupula secunda? Si illa scrupula secunda inventa, addantur Anomalia excentri* A B, *habebitur Anomalia Media expressa in gradibus & scrupulis Circuli circumscripti.*

En qua ratione (posita quadratura circuli) Anomalia media

dia possit reduci ad gradus & scrupula expressa in Peripheria circuli circumscripti, si modo data sit Anomalia excentri A O B, *& excentricitas* O T, *& inventa fuerit area Trianguli Æquatorii, in quo semper quæri debet distantia* T B, *& angulus* T B O, *tunc enim producto Radio* B O *in* L *& demissa ex puncto* T *perpendiculari* T L *in Radium productum, fiat ut sinus totus ad distantiam* T B :: *ita sinus anguli* T B O, *ad perpendicularem* T L. *Si inventa illa perpendicularis multiplicetur per dimidium radii* B O, *habebitur Area trianguli* B O T, *quæ transformabitur in Sectorem Circuli Circumscripti per præcedentem methodum.*

Superest nunc ut doceam qua ratione Sectoris A O B *in centro* O, *Area haberi queat. Id enim maxime utile est præsertim ad habendam quadraturam Sectoris Elliptici veluti Sectoris* A S O, *aut Sectoris* A S T, *præterquam quod per præcedentem methodum comparantur sectores Circuli cum gradibus linearibus, quod non satis elegans videri potest. Sit itaque Angulus* A O B, *vel ejus mensura arcus* A B *graduum* 55, *sive minutorum secundorum* 198000. 1°. *quærendus est ille arcus in partibus quarum* 10000000 *sunt in radio & quarum* 62831852 *sunt in tota Peripheria. Fiat igitur ut* 1296000″ *numerus scrupulorum secundorum qui sunt in tota Peripheria ad* 62831852 :: *ita* 198000″, *numerus scrupulorum secundorum qui sunt in arcu* A B 55°. *ad quartum numerum, qui subductis calculis invenietur* 9599310. *Hæc est longitudo arcus* A B *in partibus Radii.* 2°. *Multiplicetur* 9599310 *per dimidium Radii* 5000000. *Invenieturque Area sectoris* A B O 47996550000000. *Iam vero periculum faciendum est num Divisor supra inventus* 242406836 *sit legitimus, si enim recte positus fuit, divisa Area sectoris* A B O *per divisorem illum, debet exire circiter* 198000″ *sed divisione facta exsurgit numerus* 197999″ $\frac{238878836}{242406836}$ *qui numerus nihil pene differt à numero* 198000″, *ergo divisor supradictus valet.*

let. Si tamen aliquid accuratius desideretur, debet tota Circumferentia dividi in scrupula tertia, & tunc alius divisor minor habebitur, quamvis Calculis Astronomicis Divisor supra inventus sufficiat.

Nunc operæ pretium est docere etiam qua ratione posita quadratura ellipsis & circuli possit inveniri area sectoris elliptici, V. g. *sectoris* AST, *in quo quidem nulla difficultas erit, si consideretur* 1°. *Aream totius circuli circumscripti* AQPN *esse ad Aream ellipsis* AIPR *ut* QO *ad* IO, *vel, ut axis major ad minorem.* 2°. *Aream circularem* ABT *esse ad aream ellipticam* AST *ut* BC, *ad* SC, *vel ut* QO *ad* IO. *Itaque his positis.*

1°. *Fiat ut major semi-axis* QO 10000000, *ad minorem* IO 9998607 :: *ita area sectoris circuli* ABO 47996550000000 *ad aream sectoris elliptici* ASO 47989864080585. (*nam sectorem tantum* ASO *exempli gratia Calculo subjicio.*)

2°. *Fiat ut* 10000000 (QO) *ad* 9998607 (IO) *ita area totius circuli* 31415926000000, *ad aream totius ellipsis* 31411549760508 2.

3°. *Supponatur circulus cujus area æqualis sit ellipsis areæ. Talis esset circulus cujus Radius medius geometrice proportionalis foret inter semi-axem majorem & minorem, voceturque brevitatis causa circulus medius. In eo sumentur mensuræ sectorum ellipticorum. Hoc posito tot sunt parvuli sectores unius scrupuli secundi in ellipsi vel in circulo illo medio cujus area est æqualis areæ ellipsis* AIPR, *quot sunt scrupula secunda in ejusdem circuli circumferentia, nempe sunt in eo* 1296000 *sectores, quorum unius cujusque angulus in centro est unius scrupuli secundi. Itaque ut unius scrupuli secundi area habeatur, dicatur: si* 1296000 *sectores unius scrupuli secundi dant aream supradictam* 31411549760508 2 :: *quam dabit aream unus sector hujusmodi? divisione facta habetur* 242373069. *pro area sectoris unius scrupuli secundi in Circulo medio vel in Ellipsi.*

4°. *Di-*

4°. *Dicatur igitur: si* 242373069 *dat aream sectoris unius scrupuli secundi in Circulo medio* :: *area sectoris elliptici* A S O *supra inventa* 4798986408058 5 *quot dabit sectores ellipticos hujusmodi, aut quot dabit scrupula secunda in eodem Circulo medio? divisione facta invenientur* 197999″ $\frac{238791654}{242373069}$ *quæ pene nihil distant ab Anomalia excentri quam supposueramus esse* 55 *grad. vel* 198000″. *Cætera ut facilia omitto.*

Sed ne quidpiam deesse nostris calculis videatur, computemus duo triangula Q T O, *&* I T O, *vel Anomaliam Mediam* A Q T *in circulo circumscripto, & Anomaliam eandem Mediam* A I T *in Ellipsi, posito Sole in Media Distantia* I T, *id est, in puncto* I. *Quaramusque in hoc casu Triangulum Æquatorium* Q T O *in circulo, & Triang.* I T O *in Ellipsi.*

Et primum quidem in circulo. Multiplicetur O T *Excentricitas simplex* 166915 *per dimidium radii* O Q; *videlicet per* 5000000, *habebiturque area Trianguli* Q T O, 834575000000, *quæ si dividatur per divisorem supra inventum pro circulo, nempe per* 242406836, *reperientur* 3442″ *seu* 57′, 22″, *pro Triangulo* Q T O, *quod additum cum Anomalia Excentri* A Q O 90°. *dabit* 90°, 57′ 22″, *pro Anomalia Media* A Q T *in circulo circumscripto.*

Hæc eadem Anomalia Media inveniri debet in Ellipsi, in qua Anomalia Excentri A I O *est quoque* 90°. *Quod ut pateat, multiplicetur* O T *Excentricitas* 166915, *per dimidium semi-axis minoris* 9998607, *scilicet per* 4999303 $\frac{1}{2}$, *habebitur Area Trianguli* I T O 834458743702, *quæ divisa per superius inventum divisorem pro Ellipsi, videlicet per* 242373069, *inveniuntur* 3442″, *sive* 57′ 22″, *omnino ut in circulo, &c. Quapropter habetur methodus, per quam (data aut concessa circuli & Ellipsis Quadratura) qualibet utriusvis portio, seu area inveniri facile potest, & dividi in partes.*

tes, quarum una quæque æqualis est areæ sectoris scrupuli unius secundi, sive in circulo circumscripto, sive in Ellipsi inscripta, dummodo cognita sit, præter excentricitatem, Anomalia Excentri, vel Anomalia Coæquata. De cætero, in triangulo I T O, *invenietur angulus* O I T 57′ 39″, *& proinde angulus* I T O 89° 2′ 21″. *Sed Anomalia Media inventa est* 90° 57′ 22″, *igitur si ab ea subtrahatur Anomalia Coæquata* 89° 2′ 21″, *reliquum* 1° 55′ 1″, *erit Prosthaphæresis seu Æquatio centri. Sed hæc sufficiant.*



INDEX

LIBRORUM SECTIONUM & PROPOSITIONUM.

LIBER PRIMUS DE MUNDI SYSTEMATE.

quibus

Proposit.

Proposit.

Propo-

Pro-

LIBER

Pro-

Pro-

rum

Pro-

Pro-



ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
E L E M E N T A.

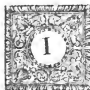
LIBER PRIMUS
DE MUNDI SYSTEMATE.

S E C T I O I.

De Ordine, Distantiis, & Periodis Planetarum primariorum circa Solem gyrantium, & Phænomenis insignioribus inde ortis.

P R O P O S I T I O I.

Ordinem & motuum Periodos Planetarum primariorum circa Solem, & eorum à Sole Diſtantias, quidque de Cometis & Stellis Fixis ſentiendum ſit, generatim exponere.



N medio immenſi hujus ſpatii, in quo Planetæ gyros ſuos complent, concipiendus eſt Sol immotus; circa quem, tanquam centrum, corpora ſex Sphærica & Opaca ab occidente verſus orientem ab A per B, C, & D ordine ſequenti revolvuntur. Nempe Mercurius Soli proximus circulum ſuum complet ſpatio trium fere menſium: Venus huic proxima menſibus $7\frac{1}{2}$ fere: *Tab. I. Fig. I.*

Dein Terra ſpatio annuo : Poſtea Mars fere biennio : Huic ordine proximus Jupiter 12. annis : Et extimus Saturnus annis fere 30. Talis autem eſt horum Planetarum à Sole diſtantia , qualis fere hoc ſchemate exprimitur ; nempe quarum partium diſtantia Telluris à Sole eſt 10 , harum Mercurii diſtantia eſt 4 fere , Veneris 7, Martis 15, Jovis 52 , & Saturni 95.

Advertendum porro eſt Planetarum horum Orbitas non eſſe in eodem plano omnes, ſed ad ſe invicem diverſimode inclinatas ; ita nempe ut ſi planum Orbitæ Telluris intelligatur congruere cum plano hujus ſchematis, alterius cujuſvis Orbitæ dimidium alterum ſupra planum hoc attollatur, alterum infra illud deprimatur ; ita ut hujus planum ſecet planum prædictum in recta per Solem traducta.

Præter Planetas ſupradictos circa Solem gyrantes, ſunt etiam & Cometæ ; qui, ſi corpora ſint perennia in gyros acta, in Orbitis moventur Soli admodum excentricis, & proinde ſe nobis ſpectandos tantum præbent, cum in iis ſuarum Orbitarum partibus verſantur, quæ Soli & Terræ ſunt viciniores. Cometarum aliqui ab occidente in orientem, Planetarum ritu, feruntur ; aliqui vero ab oriente in occidentem ; alii à ſeptentrione ad auſtrum ; alii ab auſtro ad ſeptentrionem : Et horum Orbitæ quoad magnitudinem, ſitum, & ad ſe invicem & Planetarum Orbitas inclinationem, variæ & diverſæ ſunt. Cometarum Periodi ex obſervationibus adhuc non conſtant, & ne hoc quidem certo, quod in lineis moventur in ſe redeuntibus ; Sed hæc forſan ex ſequentium ſeculorum obſervationibus huc collimantibus determinabuntur.

Porro reliquum omne, quaqua patet, ſpatium mundanum concipiendum eſt in ſpatia deſcripto non abſimilia diviſum, in quorum cujuſque centro Stella aliqua, ex illis quas nos Fixas dicimus, loco immota collocatur, quæ in dicto ſpatio Solis officio fungitur (quippe huic

non

non absimilis ;) circa quam forsan & sui revolvuntur Planetæ & Cometæ.

Sufficit hæc primo generatim, ut hic descripta, concipere. Nam quamvis Planetarum Periodi & à Sole Distantiæ non sint præcise illæ quas diximus ; sunt tamen in numeris rotundis veris proximæ. Rursus, quamvis illorum viæ non sint perfecti circuli Soli concentrici, nec ejusdem Planetæ motus perfecte æquabilis ; tantillum tamen hinc aberrant, ut sufficiat illa pro talibus habere, donec per observationes, & methodos observationibus utendi inferius propriis locis declarandas, hæc omnia præcise & exacte stabiliantur, illorumque minutiæ excutiantur ; aut saltem donec hæc declarentur, ut in veras illorum causas Physicas inquiratur.

PROPOSITIO II.

Phænomena, à supra descriptis Solis situ & Telluris motu orta describere.

PRimo, si Observator in Sole locatus intelligatur, patet Tellurem huic visum iri ab occidente in orientem continuo deferri, sicut etiam revera fit. Porro cum, præter Tellurem, Observator noster Solaris etiam videat Fixas Stellas undique (propter oculi naturam) quasi in concava sphæra, cujus centrum est oculus, positas ; clarum est illum Terram observaturum quasi inter Fixas motam, & ad Stellas magis magisque orientales appellentem ; donec, completa revolutione annua, ad eundem rursus inter eas locum redeat. Cumque Tellus eâdem viâ perpetuo incedat, notabit Observator Stellas, quas pertransit Tellus ; ut & planum Orbitæ Telluris, circulumque in sphæra Fixarum ab hoc plano factum, *Eclipticam* dictum ; qui maximus quidem erit, quoniam transit per Solem sive oculum, qui cavæ sphæræ, qua visus terminatur, centrum est.

eſt. Quod ſi, propter commodiorem obſervationem, Obſervator diviſam intelligat hanc Eclipticam in partes æquales duodecim, ſive *Signa*, quorum cuivis nomen imponat ab Aſteriſmo vicino, ſive figura rei cujuſvis quam vicinæ Stellæ referre concipiuntur: in hoc inquam caſu, Terra videbitur tranſire ab ♈ ad ♉, indeque ad ♊, atque ita denuo, ab occidente ad orientem omnia Signa peragrando, donec ad ♈ revolvatur.

Tab. I. Fig. 2.

Quod ſi, ſecundo, Obſervator in Tellurem tranſlatus intelligatur; ſi Tellus ſit ad A, ubi ex Sole conſpicitur inter Fixas ad ♈, Sol inter Fixas conſpicietur in oppoſito Signo ♎ è Terra, quæ nunc eſt ſphæræ Fixarum centrum; quippe locus oculi undique viſum æqualiter producentis, & Stellas omnes ad hanc ſuperficiem ſphæricam referentis. Mota vero Terra ab A per B ad C in ſua Orbita, ſive, ex Sole ſpectata, ab ♈ per ♉ ad ♊ &c. in conſequentia Signorum; Sol, Obſervatori Terreſtri locum ſuum (ut vulgo fit) immotum reputanti, inter Fixas moveri videbitur etiam in conſequentia Signorum à ♎ per ♏ ad ♐ &c. in eodem plano Eclipticæ, eodem tempore, & verſus eandem plagam, atque Tellus è Sole conſpecta; ſed in Eclipticæ punctis oppoſitis.

Scholium.

Similia Phænomena accidunt reſpectu Solis & alterius cujuſvis Planetæ, immo prorſus eadem; niſi quod tempus, quo Planeta circa Solem revolvitur, vel quo Sol è Planeta ſpectatus circa hunc revolvi videtur, varium ſit pro Planetæ cujuſvis Periodo, præcedente propoſitione expoſitâ; quodque planum Orbitæ Planetæ iſtius productum aliis occurrat Fixis, quam quibus planum Orbitæ Terræ occurrit; & conſequenter quod via Solis inter Fixas, ſpectata ex alio quovis Planeta, diverſa ſit ab ejus via è Tellure viſa, ſive Ecliptica.

PRO-

PROPOSITIO III.

Phænomena Planetarum è Sole visorum, quatenus in Orbitis moventur, quarum plana ad planum Eclipticæ sunt inclinata, describere.

CUm Telluris & Planetarum Orbitæ ita disponantur, ut earum plana ad se invicem inclinentur, seque intersecent (ut Prop. I. generatim expositum) in rectis per Solem traductis; in exponendis Phænomenis Planetarum è Sole visis, consideranda est inclinatio plani Orbitæ cujusque ad planum Eclipticæ sive Orbitæ Telluris. Hoc enim planum Eclipticæ ab Astronomis pro norma statuitur, ad quod scilicet reliquarum Orbitarum plana inclinata censentur; & quidem jure, cum hoc illud sit, in quo Tellus (Astronomi locus) circa Solem defertur, vel in quo Sol circa Tellurem deferri videtur: Et Observator, in alio quovis Planetarum positus, suæ Orbitæ planum pro norma haberet, & reliquorum Orbitas tanquam ad illud inclinatas consideraret.

Recta per Solem ducta, quæ est communis sectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, vocatur *Linea Nodorum* istius Planetæ, cum ipsa Puncta, in quibus Planetæ Orbita secat Eclipticam, vocentur *Nodi*. Sit *ex. gr.* Tab. I. Fig. 3. ☉ T ♁ *t* Orbitæ Telluris planum infinite productum, N P *n* Orbita Planetæ cujusvis intersecans planum prioris Orbitæ sive Eclipticæ in N & *n* dicti Planetæ Nodis; ita ut Orbitæ hujus pars altera N P *n* extare supponatur supra planum hujus schematis, altera *n p* N infra idem deprimi (unde Ellipsis apparet): Recta N *n* Nodos conjungens, communis sectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, est Linea Nodorum.

Patet Planetam in Nodorum alterutro N situm, è Sole ☉, in Eclipticæ plano videri. Progressus vero Planeta

usque ad P, è Sole visus, ab Ecliptica deviare videbitur; & (per Def. v. Elem. XI.) rectæ ☉ P, & proinde Planetæ ad P è Sole visi, inclinatio ad Eclipticam (quæ Planetæ *Latitudo Helio-Centrica* dicitur) mensuratur per angulum P ☉ E, posita P E recta perpendiculari ad Eclipticæ planum. Latitudo autem hæc Heliocentrica continuo augebitur, donec Planeta ad L perveniat, nempe *Limitem*; ubi æqualis est inclinationi Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum. Atque inde rursus, moto Planeta, minuitur, donec Planeta ad Nodum alterum *n* appellat, ubi Latitudo evanescit. Superato Nodo *n*, statim incipit Planetæ Latitudo; at mutata denominatione, quoniam nunc fit ad alteras Eclipticæ partes; augeturque usque ad Limitem *l*, unde rursus minuitur, donec in Nodo N secundo evanescat.

Planetarum *Orbes* (hoc est Orbitarum plana) inclinantur ad planum Eclipticæ modo sequenti. Nempe Saturni Orbis angulo $2\frac{1}{2}$ graduum: Jovis $1\frac{1}{3}$ grad. Martis paulo minus quam 2 grad. Veneris paulo majus quam $3\frac{1}{3}$ grad. Mercurii denique fere 7. gradibus. De positione Lineæ Nodorum Planetæ cujusque alibi dicetur.

In duabus ultimis propositionibus consideravimus Planetas quasi è Sole visos: Istud enim necessarium est ad intelligendum motum illorum è Terra visorum.

PROPOSITIO IV.

Phænomena, à Telluris & inferiorum Planetarum, Veneris & Mercurii, motu orta, è Tellure visa describere.

Tab. I. Fig. 4. CUm Venus & Mercurius revolvantur circa Solem in minoribus Orbitis quam Terra, ut in schemate, in quo T refert Tellurem, in propria Orbita T ♁, ab occidente in orientem delatam; A C E G Orbitam à Venere, versus easdem partes, breviori tempore percursam; patet quod,

quod, cum Venus in D E F, Orbitæ ſuæ parte à Tellure remotiore invenitur, hæc è Terra in T videbitur mota in conſequentia Signorum; quo caſu *Directa* dicitur. Cum vero Venus pervenerit ad ſitum reſpectu Solis & Telluris qualis eſt G; dum à G ad H movetur, æquali celeritate cum Sole ferri videbitur: Nam tunc rectà verſus Terram tendit; nec aliter moveri videtur, quam quatenus ejus Orbita defertur à Sole verſus ortum moto; adeoque tardior quidem eſt quam prius, ſed etiamnum Directa.

Venus ultra H per A ad B progreſſa, &, quia Soli proprior eſt, velocius mota quam ipſa Tellus; (cujus rationem inferius reddemus,) hanc inter & Solem media tranſit; & proinde è Tellure viſa locum, inter Fixas, mutare quidem videbitur, at contra Signorum ſeriem, i. e. *in Antecedentia*; unde tum temporis *Retrograda* dicitur, licet è Sole ſpectata etiamnum Directa videretur. Et inter Directionem & Retrogradationem, prope H ſcilicet, *Stationaria* apparet; rectis nempe Terram & Venerem, eodem momento, jungentibus, per tempus notabile parallelis manentibus. Similiter, poſt Retrogradationem, antequam rurſus Directa fiat, ſecundo Stationaria, prope B, videbitur; & quidem *Stationaria ad Directionem*, quia mox futura eſt Directa in Orbitæ parte B C D E F G H: Nam prior Statio, ad H, erat *ad Retrogradationem*. Interim & progredientis Terræ habenda eſt ratio: Nam Directiones, Stationes & Retrogradationes ſupra deſcriptæ fiunt, cum Venus verſatur in Orbitæ ſuæ partibus, quæ modo ſupradicto referuntur ad Tellurem interea motam. Ex dictis apparet Venerem Retrogradam, ut ad A, Telluri propiorem eſſe, & proinde majorem videri; è contra Directam, ut ad E, remotiorem ac, cæteris paribus, minorem.

Porro, quoniam Venus Solem ambit ad minorem diſtantiam quam Terra; patet illam è Tellure viſam Solem perpetuo

perpetuo comitari: Cumque Cœlestia omnia locata videantur ad eandem à Spectatore distantiam; Venus nunc ad ortum, nunc ad occasum à Sole digredi videbitur. Digressio hæc, *Elongatio* dicta, quæ mensuratur per angulum comprehensum inter rectas ab oculo ad Solem & Venerem eductas, nunquam major erit quam angulus ☉ T C vel ☉ T G, si T C vel T G contingat Orbitam A D F. Et ideo, ex Orbitarum semidiametris Prop. I. positis, Venus nunquam ultra quadrantis semissem à Sole elongabitur: sed, postquam Elongationem maximam attigerit, versus Solem redibit; & inde rursus, quasi oscillando, ad alteras partes excurret.

Similia omnia & Mercurio accident: At Mercurii Directiones, Stationes & Retrogradationes sæpius occurrent; quippe Planetæ periodum suam breviore tempore absolventis, Terramque proinde sæpius assequentis. Et quoniam Mercurii Orbita minor est quam Veneris, illius Elongationes maximæ à Sole non erunt tam magnæ atque hujus, sed prope Solem perpetuo hærens, & per Prop. I. ab eo nunquam per integrum Signum elongatus, se raro conspiciendum præbebit.

PROPOSITIO V.

Phænomena Latitudinis inferiorum Planetarum, è Tellure visorum, describere.

Tab. II. Fig. 1. SIt T ♄ *t* Telluris Orbita, cujus planum idem est cum plano Eclipticæ; sitque N ♀ *n* Orbita Planetæ inferioris, (Veneris *ex. gr.*) cujus planum ad Eclipticæ planum est inclinatum, quæ propter hanc obliquitatem apparet Ellipsis, cujus major axis est planorum intersectio, sive Linea Nodorum N *n*. Atque Venere existente in ♀, sit Tellus in T; quo casu Venus erit Terræ proxima & Retrograda, ut Prop. IV. ostensum est: Patet (per Def. V.



V. Elem. XI.) rectæ ♀ T inclinationem ad planum Eclipticæ, sive Veneris in ♀ Latitudinem è Terra visam (quæ exinde dicitur *Latitudo Geocentrica*) mensurari per angulum ♀ T E, posita recta ♀ E ad Eclipticæ planum normali. Si, Venere in ♀ manente, Terra in *t* supponatur, quo casu Venus est directa & à Terra remotissima; Latitudo Veneris Geocentrica erit angulus ♀ *t* E minor quam ♀ T E, in ratione T ♀ ad *t* ♀ fere, quamvis Latitudo Veneris Heliocentrica sit in utroque casu eadem.

Atque hæc de Mercurio pariter vera sunt. Unde patet quod, cæteris paribus, inferiorum Planetarum Latitudo major est, dum retrogradi & Telluri proximi sunt; minor, cum directi & remotissimi.

Porro, si inferiorum aliquis sit simul & Telluri proximus sive maxime Retrogradus, & in Nodo vel prope illum; directe inter Observatorem & Solem reperietur: Sed si satis longe à Nodo distet, etiam tunc Solem præteribit ad boream vel ad austrum. Pari modo, si maxime directus sit & à Terra remotissimus, simul & in Nodo aut satis prope illum, à Sole tegetur; aliter, illum ad latus præteribit.

PROPOSITIO VI.

Phænomena Planetarum inferiorum, quatenus sunt corpora Sphærica, Opaca & à Sole illuminata, exponere.

Cum Planetæ omnes, æque ac Terra, sint corpora Sphærica, Opaca & Scabra, radios Solis in se incidentes undiquaque reflectentia; patet eam Planetæ cujusvis medietatem quæ Soli obvertitur, à Sole illustrari; à Sole vero aversam in tenebris versari. Cumque medietas Telluri obversa ab Observatore videatur; si consideretur quænam Veneris facies in diverso ejusdem ad Solem situ illustretur; quænam vero à Tellure in T, in Orbita sua T t, Tab. II. Fig. 2.

videatur; palam eſt Venerem ſitum A obtinentem, hoc eſt maxime retrogradam & nobis proximam, minime apparere, ſed ejus faciem obſcuram nobis obverti: Et ſi ſimul in Eclipticæ plano, hoc eſt in Nodo ſuo verſetur; tum, per præced. directe inter Terram & Solem interjectam, velut Maculam in Sole videri.

Progreſſâ Venere in ſitum B, (hoc eſt è Tellure retrogredi viſâ;) tum aliqua medietatis illuſtratæ pars Telluri T obvertitur, at multo maxima medietatis obſcuræ. Cumque Venus ſit figuræ Sphæricæ, & plana videatur; pars illuminata in Cornua à Sole averſa, id eſt in occidentem, protendi videbitur.

Procedente vero Venere ad C, medietatis illuſtratæ dimidium videtur, unde Venus Dimidiata apparet: In ſitu vero reſpectu Solis & Telluris qualis eſt D, Gibba; cum Hemiſphærii illuſtrati majus quam dimidium Spectatori obvertatur. Cum vero ad E pervenerit, ubi & à Terra remotiſſima, & in motu maxime directa eſt, Pleno Orbe fulget; quia integrum ejus Hemiſphærium illuminatum nobis obvertitur.

Eaſdem phaſes ſubibit Venus, dum per F, G & H tranſit; ſc. circa F Gibba, in G Dimidiata, ad H Corniculata, cornibus à Sole averſis, hoc eſt nunc in ortum protenſis; adeoque in partes oppoſitas illis verſus quas protendebantur in ſitu B.

Ut hæc melius intelligantur, nos Veneris Phaſes in *Tab. II. Fig. 3.* ſchemate annexo, iiſdem literis quibus præcedens ſchema diſtincto, delineavimus, quales è Terra videntur; hoc eſt, ſchema hoc aſpicienti eadem eſt phaſis ad A, B, C, &c. quæ revera Veneris viſæ, in punctis A, B, C, &c. ſchematis præcedentis, ex T puncto Terram referente. *Ex gr.* in hujus ſchematis puncto A Venerem penitus obſcuram delineavimus; cum in præcedente ſchemate Venus ad A, è Terra in T viſa, obſcura prorſus videatur: Ad B Venerem in cornua abeuntem, majore parte obſcuram de-

depinximus; cum in præcedente schemate Venus ad B, è Terra in T visa, eâdem phasi appareat: Atque sic de cæteris.

Similia etiam & de Mercurio apparebunt, habitâ ratione Orbitæ ejus & Periodi.

SCHOLIUM.

Quemadmodum Phænomena tribus novissimis propositionibus exposita ex Ordine & Motu Planetarum, Terræ, Veneris & Mercurii, Prop. I. descriptis manifeste consequuntur; ita, è converso, Phænomena hæcce observata, istum ordinem necessario stabiliunt; in quo nimirum Venus & Mercurius Orbitis suis, interius quam Terra, Solem cingunt.

PROPOSITIO VII.

Phænomena à Telluris & superiorum Planetarum, Martis, Jovis & Saturni, motu orta describere.

SIt M ♂ Orbita cujusvis è Planetis superioribus, Martis *v. g.* A C ♁ G Orbita Telluris Soli propior: patet primo hunc Planetam Solem perpetuo non comitari, sed illi è diametro quandoque opponi. Cum enim Tellus citius quam superiorum quivis circuitum suum absolvat, patet ipsam quandoque inter Solem & dictum superiorem Planetam intermediam fore; *v. g.* dum Mars est in M, Tellus poterit esse in H; & universaliter angulus ad Terram, quem continent lineæ inde ad Martem & Solem ductæ, poterit esse cuivis dato æqualis. Tab. II Fig. 4.

Ponatur, Marte in M posito, Terram esse ad A; Mars in hoc casu Stationarius ad Directionem videbitur; quia rectæ eodem momento Terram & Martem jungentes, sibi invicem, per notabile tempus, parallelæ manent; cum

interim Mars è Sole visus continuo, ut alias, progredi videatur.

Dum vero Terra ab A per B, C, D, E, F ad G movetur, Mars progredi videbitur inter Fixas ob duplicem causam; cum quod revera circa Solem feratur in consequentia; tum quod Terra in adverso semicirculo, in eandem plagam feratur circa idem centrum: Adeoque Mars, in hoc casu à Terra remotissimus & Soli conjunctus, è Terra spectatus citius solito in consequentia Signorum ferri videbitur, & Directus fit. Progressâ vero Terrâ in situm G respectu Martis in M (quod tandem fiet, quamvis Mars interim circa Solem movetur, assequente nimirum Terrâ Martem) Mars rursus fiet Stationarius, & quidem ad Retrogradationem; quippe mox futurus Retrogradus. Nam cum Terra à G per H ad A fertur (Marsque Soli oppositus videtur, & maximus, quia Terræ proximus) Martem prætergressa, quia inferior & proinde velocior, efficiet ut Mars inter Fixas visus contra Signorum seriem moveri videatur ab S per K ad P; cum interim, è Sole, in consequentia ut semper motus videretur.

Similia omnia Jovi & Saturno accident, nisi quod Retrogradationes Saturni frequentiores sunt quam Jovis, Jovisque quam Martis; quoniam Tellus sæpius Saturnum quam Jovem, & Jovem sæpius quam Martem assequitur, mediaque illum inter & Solem transit.

PROPOSITIO VIII.

Phænomena Latitudinis superiorum Planetarum, è Tellure visorum, describere.

Tab. II. Fig. 5. SIt Telluris Orbita T *t* ♄; superioris vero cujusvis (Martis puta) ♂ M, cujus planum ad Eclipticæ planum inclinatur, illudque intersecat in Linea Nodorum N ☉ *n*: Ponatur talis Martis & Terræ situs respectu Solis,

Solis, ut, Marte in ♂ existente, Terra reperiatur in T, inter Solem & Martem fere interjecta; quo casu & Mars Terræ proximus est, & proinde visu maximus, & maxime Retrogadus, ut Prop. præced. ostensum est: ejus Latitudo Geocentrica mensurabitur per angulum ♂ T E, posita ♂ E plano Eclipticæ normali. At si, Marte eundem obtinente situm in sua Orbita, ac eandem proinde habente Latitudinem Heliocentricam, Terra ponatur in *t*, ita ut Sol inter hanc & Martem interjiciatur; ubi, per præcedentem, Mars remotissimus, ideoque visu minimus, simul & motu maxime Directus est; Latitudo Geocentrica, per angulum ♂ *t* E mensurata, multo minor est quam ♂ T E, & in ea ratione minor quæ distantiis Telluris à Marte, nempe T ♂, *t* ♂ rectis, congruat. Eodemque modo, in quocunque situ Martis & Telluris respectu Solis, Latitudo Martis Geocentrica mutatur; ita ut (cæteris paribus) illa sit minor, quo Mars propior est Conjunctioni cum Sole & Directioni velocissimæ; & major, quo Retrogressui & Solis Opposito vicinior.

Patet etiam superiorum nullum è Terra visum posse Solem tegere: Potest tamen illorum quivis à Sole tegi, dum Directus est; si Nodo sit satis propinquus.

PROPOSITIO IX.

Phænomena Planetarum superiorum, quatenus sunt corpora Opaca, à Sole illuminata, exponere.

CUm Saturnus & Jupiter corpora sint Opaca, à Sole illuminata; ea Planetæ medietas, quæ Soli obvertitur (hoc est, quæ illuminatur) obvertitur etiam & Terræ, quæ nunquam procul abest à Sole sive centro Orbitæ Saturni & Jovis: Nam, per Prop. I. Jovis Distantia à Sole plusquam quintuplo, Saturni autem fere decuplo, major est quam Terræ Distantia ab eodem.

 Verum

Verum in Marte res aliter se habet: Nam cum Martis Distantia à Sole sit tantum sesqui-altera Distantiæ Telluris ab eodem; clarum est Martis hemisphærium Soli obversum, non semper, etiam ad sensum, obverti Terræ. Tab. II. Fig. 6. Si T sit Telluris locus in Orbita sua T ♂; patet Martem in situ A vel B, dum vel Soli Conjungitur, vel eidem Opponitur, eandem faciem Telluri obvertere quam Soli, hoc est illuminatam, & proinde Pleno Orbe fulgere; in situ vero D vel C (nempe cum angulus ☉ C T vel ☉ D T est maximus, sive cum ☉ T C vel ☉ T D angulus est fere rectus) faciem illuminatam non totam videri, nec visam totam illuminari; sed Martem, ad partes à Sole aversas paululum lumine deficientem, Gibbum apparere.

SCHOLIUM.

Sicut Phænomena tribus ultimis Propositionibus exposita, ex Ordine & Motu Planetarum Terræ, Martis, Jovis, & Saturni Prop. I. descriptis manifeste consequuntur; ita è converso hæcce Phænomena istum Ordinem stabiliunt.

PROPOSITIO X.

Phænomena motûs Cometarum è Tellure visa describere.

Quoniam diversorum Cometarum diversæ sunt Orbitæ, nec ante Observationes aliquas de Cometis institutas determinandæ; patet, dum quisque prope Perihelium suum descendit, sive in Orbitæ suæ portione versatur, quæ in regionem Planetarum immergitur, similia esse ejus Phænomena, habitâ ratione inclinationis Orbitæ & velocitatis ipsius Cometæ, ac Planetæ vicini. Unde Cometæ via apparens inter Fixas erit Circulus Maximus proxime; nisi quod ejus deviationes in hanc vel illam partem similes erunt atque Planetæ, nempe pro motu Terræ spectatorem deferentis. Nam ex Sole spectatus

tatus



tatus Cometa Circulum Maximum inter Fixas accuratissime describere videretur: Deviatio autem, propter Terræ motum circa Solem, in tempore non nimis magno non erit valde sensibilis.

Porro Cometa, qui progreditur secundum ordinem Signorum, si Terra sit inter Solem & Cometam, Retrogradus est; siquidem Tellus tanto celerius fertur, ut rectæ Terram & Cometam jungentes convergant ad partes ultra Cometam: Sin Terra tardius fertur, motus Cometæ, detracto motu Terræ, fit saltem tardior: At si Sol sit inter Tellurem & Cometam, erit Cometæ motus justo celerior. E contra vero, Cometæ, qui in antecedentia moventur, sunt justo celeriores, si Terra versatur inter ipsos & Solem; & justo tardiores, vel forsan etiam in consequentia apparenter moti, si Terra sita est ad contrarias partes. Contingit hoc ex motu Terræ, in vario ipsius situ, perinde ut fit in Planetis; qui pro motu Terræ, vel conspirante vel contrario, nunc Retrogradi sunt, nunc tardius moveri videntur, nunc vero celerius, ut Propositionibus IV. & VII. ostensum est. Atque hæc omnia magis sensibilia erunt sub finem apparitionis Cometæ, cum ejus motus apparens est tardior, & spectatorem vehentis Telluris motus majorem ad illum rationem habet.

Quinetiam Cometæ Latitudo, cæteris paribus, pro situ Terræ vario varia est; nempe in Oppositione ad Solem major, in Conjunctione vero major minorve, prout Cometa Terram inter & Solem, vel Sol inter Cometam & Terram, positus est; sicut de Planetis est demonstratum Propositionibus V. & VIII.

SE.

SECTIO II.

De Directione Virium, quibus Planetæ Primarii in Orbibus suis retinentur.

PROPOSITIO XI.

Si Corpus secundum Directionem data positione recta linea A Z *moveatur, & simul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad datum punctum immotum* S, *extra prædictam rectam situm; Linea à Corpore descripta Curva est, versus* S *Cava, tota in Immoto Plano per rectam* A Z *& punctum* S *transeunte constituta. Et Areæ sub hujus Curvæ portionibus quibusvis, & rectis ad centrum* S *ductis, comprehensæ eandem habent inter se rationem, quam Tempora, quibus dictæ Curvæ portiones à Corpore describuntur.*

Tab. III. Fig. I.

COncipiatur Tempus divisum in partes æquales, in cujus primâ Corpus solâ Vi insitâ, quâ secundum directionem A Z progredi nititur, describat ejus partem A B; descripturum Temporis parte secundâ B *c* ipsi A B æqualem, si nihil impediret; quoniam, per primariam motûs Legem, Corpus omne motum, aliunde non impeditum, movetur uniformiter in directum: Verum, ubi Corpus ad B pervenit, intelligatur Vis Centripeta ad S tendens agere impulsu unico quovis, ita ut Temporis parte secundâ Corpus per solum hunc impulsum impelleretur per rectam B G. Patet, si per *c* ducatur *c* C ad B G, & per G, G C ad B *c* parallela, Corpus ex utroque impulsu, quo simul impellitur, dictâ secundâ Temporis particulâ perventurum ad C, describens rectam B C; cum in Mechanicâ sit notissimum, Corpus viribus conjunctis Diagonalem Parallelogrammi eodem tempore describere, quo Latera separatis. Constat porro rectam

B C

B C esse in plano parallelogrammi B G C *c*, cujus utrumque latus B G & B *c* est in plano trianguli A S B, quod nempe transit per Centrum Virium S, & rectam immotam A Z. Præterea triangula S C B, S *c* B sunt æqualia, quippe super eâdem basi B S, & inter parallelas S B, C *c* constituta; sed S *c* B, S B A sunt æqualia, quoniam eorum bases æquantur, & altitudo est eadem: Quare S B A, S C B etiam æquantur. Eâdem prorsus ratiocinatione, si tertiâ Temporis particulâ Mobile describat rectam quamvis C D; probabitur triangulum S C D æquale triangulo S B C, & rectam C D esse in eodem plano cum rectis S B, B C; hoc est, in eodem cum eo quod per rectam A B & punctum S traducitur. Et ita porro, quousque motus continuatur, æqualibus Temporis partibus æqualiter augebitur Area, radiis ad immobile Centrum Virium ductis descripta: Et, componendo, sunt Arearum summæ quævis inter se, ut sunt Tempora, quibus describuntur. Et Linea à Corpore descripta jacebit in Immoto plano, quippe per rectam immotam A B & immobile centrum S traducto. Sed & erit versus S Cava, quia ejus quælibet portio recta, ut B C, à præcedente A B declinat versus centrum. Si augeri intelligatur triangulorum S A B, S B C, S C D, &c. numerus, & latitudo minui in infinitum; horum bases A B, B C, C D, constituent Lineam Curvam versus easdem partes Cavam, & in eodem plano jacentem: & Vis Centripeta, quæ prius quasi subsultim & per æqualia Temporis intervalla agebat, quâ Corpus de tangente istius Curvæ (quam triangulorum bases metiuntur) perpetuo retrahitur, nunc indesinenter aget: Areæque quævis descriptæ, S A B C S, S A B C D E S, erunt (ut prius) Temporibus quibus describuntur proportionales. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XII.

Corpus motum in Linea Curva A B C D, *in Plano descripta; versus easdem partes Cava, &, radio ad* S *punctum immotum in eodem plano versus Curvæ cavitatem positum ducto, describens Areas Temporibus proportionales, urgetur à Vi Centripeta tendente ad istud punctum* S.

Tab. III. Fig. 2. INtelligatur Curva à Mobili descripta dividi in partes A B, B C, C D, &c. quorum quælibet à rectâ minime differt, tales ut Temporis partibus æqualibus describantur: Concipiatur item Vis Centripeta subsultim agens in solis punctis B, C, D, &c. ut in præcedente. Producatur A B ad *c*, ita ut B *c* æqualis A B; item B C ad *d*, donec C *d* æqualis B C; & sic porro. Erit S A B triangulum æquale S B C, quia, ex hypothesi, Areæ descriptæ sunt Temporibus proportionales; & S A B æquale S B *c*, quia A B æqualis B *c*: Quare S B C est æquale S B *c*, & igitur (per 39. Elem. I.) C *c* parallela est ad S B. Porro, Corpus prîmâ Temporis particulâ per A B motum, solâ Vi insitâ in secunda particula Temporis percurreret B *c*; sed eâdem parte secundâ revera percurrit B C: Quare Vis in puncto B agens, quæ cum Vi insita conjungitur ad Corpus per B C movendum, dirigitur secundum rectam ipsi *c* C parallelam; hoc est, secundum rectam B S. Eodemque modo Vis in puncto C agens, quæ conjuncta cum Vi insita (quâ solâ Corpus tertiâ Temporis particulâ percurreret C *d*) potest eodem tempore illud per C D movere, dirigitur secundum rectam ad *d* D parallelam; hoc est, secundum C S: Sed rectæ B S, C S, &c. tendunt versus punctum S. Agit ergo Vis Centripeta, qua Corpus de Curvæ tangente retrahitur, secundum rectas ad punctum immobile S tendentes. Quod erat demonstrandum.

PROPO-

PROPOSITIO XIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii, Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis suis retinentur, non tendunt versus Terram, sed versus Solem.

NAm Corpus omne, quod movetur in Linea Curva, detorquetur de cursu rectilineo, quem ex natura sua affectat, per Vim aliquam. Planetas autem in Lineis Curvis moveri vel exinde patet, quod eorum Orbitæ in se redeant. Vis vero hæc in Planetas exercita non tendit ad Terram, quoniam duorum ex illis, Mercurii nempe & Veneris, Orbitæ Terram non cingunt, ut ex Prop. VI. patet; & proinde non sunt in omnibus sui partibus versus Terram Cavæ: Unde (per Prop. XI.) Vires, quibus in Orbitis retinentur, non tendunt ad illam. Præterea Planetæ Primarii, scilicet Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, respectu Terræ nunc Progrediuntur ab Occidente versus Orientem, nunc Regrediuntur ab Oriente in Occidentem, nunc etiam Stationarii sunt: Tempus autem, quo Motus hi peraguntur, uniformiter semper labitur; & proinde Areæ radio ad Terram ducto à Planeta quovis descriptæ non sunt proportionales Temporibus, quibus describuntur. Quare, per præcedentem, urgetur Planeta quivis, & in Orbita sua retinetur, à Vi quæ ad Terram non tendit.

Verum (ex Scholio Prop. VI.) constat Veneris & Mercurii Orbitas Solem cingere, quod & de Martis, Jovis, & Saturni Orbitis etiam patet ex Scholio Prop. IX. Et omnes hi Planetæ Solis respectu semper Progrediuntur, ut ex Prop. I. patet; idque propemodum uniformiter, sicut Tempus fluit. Verum quidem est Planetas paulo celerius in quibusdam suarum Orbitarum punctis, etiam res-

pectu Solis, progredi quam in aliis, ut infra dicetur; sed differentia adeo est parva, ut hic sit negligenda: Sed & tum Planetæ sunt Soli propiores (nam eorum Orbitæ non sunt circuli Soli concentrici) & eorum Motus ita attemperatur, ut Areæ à radiis ad Solem ductis descriptæ æquabiliter augeantur; ut in decursu patebit. Et igitur Vires, quibus à motu rectilineo retrahuntur Planetæ, & in Orbitis suis retinentur, tendunt versus Solem.

PROPOSITIO XIV.

Vires quibus Cometæ in Trajectoriis suis (si hæ sint Curvilineæ) retinentur, non tendunt versus Terram, sed versus Solem.

SI enim Cometarum Trajectoriæ Rectæ sunt, nullis urgentur illi Viribus ad punctum extra Rectas istas positum tendentibus; quippe quibus à motu rectilineo retraherentur, & Orbes curvilineos describere cogerentur, per Prop. XI. Si vero Cometarum Trajectoriæ Curvæ sunt, tamen Vis, quâ Cometa quivis in ista Curva retinetur, versus Terram non dirigitur; quia Tellus extra Trajectoriæ planum plerumque reperitur; & præterea, Terræ respectu, nunc progreditur Cometa, nunc regreditur, & Areas proinde per Radios ad Terram ductos describit Temporibus minime proportionales: Respectu vero Solis in omnium Trajectoriarum planis positi, semper in easdem partes tendit Cometa, & quidem quo Soli vicinior, eo velocius; ita ut Area à Radio ad Solem ducto descripta æquabiliter, instar Temporis, augeatur: Unde ex Prop. XII. constat propositum.

SE-

SECTIO III.

De Ordine, Distantiis & Periodis Planetarum secundariorum circa primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus isti in Orbitis suis retinentur.

PROPOSITIO XV.

Ordinem & Motuum Periodos Planetarum Secundariorum; sive Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hisce Distantias exponere.

E Sex Planetis primariis, qui circa Solem revolvuntur, tres tantum sunt (quantum observatione adhuc certo constat) Satellitio donati; nimirum circa quos alii rursus Planetæ (qui propterea Secundarii appellantur) revolvuntur. Circa Tellurem unus, scil. Luna, diebus 27 $\frac{1}{3}$ fere Periodum suam absolvens, & Telluris semidiametris circiter 60. à Tellure distans. Tab. III. Fig. 3.

Circa Jovem quatuor: quorum intimus revolvitur die 1 $\frac{3}{4}$, ad Distantiam 5 $\frac{2}{3}$ semidiametrorum Jovis à centro ejusdem; secundus revolvitur spatio 3 $\frac{3}{5}$ dierum, ad Distantiam semidiametrorum 9; tertius spatiò 7 $\frac{1}{8}$ dierum, ad Distantiam 14 $\frac{1}{3}$ semidiametrorum; quartus denique & extimus revolvitur circa Jovem spatio 16 $\frac{3}{4}$ dierum, distans ab ejus centro semidiametris 25 $\frac{1}{3}$ Jovis.

Circa Saturnum quinque: quorum intimus revolvitur die 1 $\frac{7}{8}$, ad Distantiam semidiametrorum Saturni 4 $\frac{3}{8}$ à centro Saturni; secundus spatio 2 $\frac{3}{4}$ dierum, ad Distantiam 5 $\frac{2}{5}$ semidiametrorum Saturni; tertius spatio 4 $\frac{1}{2}$ dierum fere, ad Distantiam 8 semidiametrorum; quartus 16 diebus fere, ad Distantiam 18 semidiametrorum;

quintus & hactenus visorum extimus revolvitur circa Saturnum spatio 79 $\frac{1}{3}$ dierum, distans ab ejus centro 54 semidiametris Saturni. Et Systema Solare hactenus visum figuræ est fere, qualem in annexo schemate depinximus: Verum inter extremos duos satellites Saturnios sextum insidere suspicatur Cl. *Hugenius*, cum spatium amplius pateat quam pro distantiis cæterorum; vel etiam ultra quintum alios circumvagari, qui propter obscuritatem nondum sunt visi. Plana Orbitarum satellitum ejusdem Primarii non coincidunt; sed ad se mutuo varie inclinantur, & etiam ad planum Orbitæ in qua Primarius circa Solem defertur.

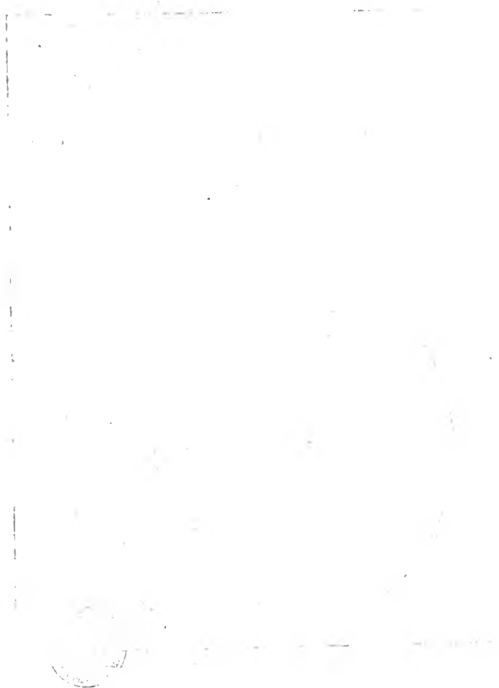
Cingitur præterea Saturnus *Annulo* tenui, plano, nusquam cohærente, instar Fornicis Orbicularis per totum Saturni ambitum exstructi. Annuli hujus planum est plano Æquatoris Terrestris hâc tempestate fere parallelum. Ex ejus varia positione respectu Solis illustrantis (est enim sui Planetæ instar opacus) & oculi videntis, oriuntur phases *Ansarum* Saturni, quæ tam variis figuris Astronomorum operam luserunt. Ab *Hugenio* primum plane detectus est, & in *Systemate Saturnio* Anno 1659 editus. Annuli diameter dupla sesquiquarta est diametri Saturni; & latitudo spatii inter Annulum & Saturni globum interjecti ipsius Annuli latitudinem adæquat.

PROPOSITIO XVI.

Phænomena Lunæ è Terra visa, quatenus est corpus Sphæricum à Sole illuminatum, exponere.

TErram T, circa Solem in Orbita R T rotatam, comitatur Luna Planeta secundarius, in eandem plagam, ab A per B, C, &c. Orbitam suam describens. Hujus tamen Orbitæ Lunaris planum cum Eclipticæ plano non congruit, sed ad illud inclinatur angulo circiter 5 graduum

Tab. IV. Fig. 1.



duum; horumque planorum communis interfectio est recta ☊ ☋; punctaque ☊ & ☋, ubi Orbita Lunaris Eclipticæ planum interfecat, vocantur Nodi Lunæ; ficut prius dictum eft, cum de primariis ageretur. Adeo ut concipienda fit Orbita Lunaris dimidiâ fui parte ☊ A ☋ ad Boream exftare fupra planum Eclipticæ five hujus fchematis, alterâ vero ☊ K ☋ infra idem deprimi ad Auftrum; quæ etiam eft ratio cur Elliptica delineatur. Nodorum alter ☊, (nempe quo Luna, fuperatâ Eclipticâ, ad Boream afcendit,) dicitur *Caput Draconis*; alter vero ☋ *Cauda Draconis*. Nodorum Linea ☊ ☋ non eundem femper fervat fitum, fed ita movetur motu angulari, ut Nodi regrediantur; nempe ☊ per G, F, &c. & ☋ per C, B, &c. contra Signorum feriem; circulumque fpatio 19 annorum fere compleant. Ex quibus conftat Lunam nunquam in Ecliptica reperiri, præterquam bis in revolutione fua menftrua, cum eft in Nodo ☊ vel ☋: reliquo tempore Luna ab Ecliptica deviat in latum; ejufque Latitudo menfuratur per angulum, quo (per def. V. Elem. XI.) recta centrum Lunæ & oculum conjungens inclinatur ad Eclipticæ planum; prorfus ut de primariis dictum eft Prop. V. & VIII.

Præterea, cum Luna (inftar ipforum primariorum) fit corpus Sphæricum, Scabrum & Opacum, radios Solis in fe incidentes reflectens; patet ejus medietatem Soli obverfam illuftrari, averfam vero obfcuram manere. Sed Lunæ hemifphærium Telluri obverfum ab obfervatore Telluris incola folum poterit videri. Et igitur Lunæ variæ erunt Phafes pro varia habitudine hemifphærii ejus illuftrati ad hemifphærium Telluri obverfum; ficut Prop. VI. (in cafu fimili) de inferioribus eft oftenfum. Si in fchemate, Sole in S exiftente & Tellure in T, Luna fit ad A punctum Soli oppofitum; patet faciem Lunæ illuftratam totam Telluri obverti: unde pleno Orbe fulget Luna; quæ Phafis *Plenilunium* vocatur. Cæteris vero manentibus, fi Luna in B pofita

posita intelligatur, illustratæ faciei pars à Terra T avertetur, obscuræ vero pars eidem obvertetur: unde Luna non erit perfecte plena; sed, versus Solis oppositum paululum deficiens, Gibba apparebit. Lunâ vero ad situm C progressâ, ubi angulus C T S est rectus, & Luna in *Quadrato* Solis; tum hemisphærii ad Terram obversi pars dimidia illustratur, dimidia in tenebris versatur: unde Dimidiata & decrescens apparebit. Lunâ longius adhuc progressâ, (ut ad D,) faciei Terræ obversæ pars parva illustratur, multo vero maxima obscura manet: & proinde ob Lunæ figuram vere sphæricam, & apparenter planam, illustrata pars velut in Cornua protensa videbitur; & quidem à Sole aversa (ut Prop. sequente demonstrabitur) sive in casu præsenti versus occasum. Cumque tandem Luna ad situm K sive conjunctionem cum Sole pervenerit, facies illustrata aversa est à Terra; & proinde Luna erit prorsus obscura, fitque *Novilunium*; quippe mox rursus in F apparitura, & lucida Cornua à Sole etiamnum aversa, & proinde nunc in orientem protensa, ostensura. Postea, quasi crescens, in G Dimidiata apparet, primo Lunationis Quadrante elapso; sicut in C factum est ultimo Quadrante inchoato: Atque rursus Gibba in H videbitur, ad Plenilunium in A denuo celebrandum tendens. Nos, majoris evidentiæ causâ, post quemvis Lunæ situm delineavimus correspondentem ejus Phasim, qualiter è Terra T apparet.

Quamvis Lunæ Periodus circa Terram (ut in præcedente dictum) sit dierum tantum 27, horarum $7\frac{3}{4}$, (qui & *Mensis* est *Periodicus*;) tamen per Mensem, sive *Lunationem*, vulgo intelligitur temporis spatium id, quod à Novilunio ad Novilunium proxime insequens impenditur, & prædicto Mense Periodico majus est; quoniam spatio Mensis Periodici, quo Luna à puncto K (ubi nunc Novilunium celebratur) digressa ad idem revertitur, ipsa Tellus, una cum comite Luna, integro fere Signo in conse-

consequentia est mota; unde dictum Orbitæ Lunaris punctum K Sole est multo occidentalius: adeoque Luna ad Conjunctionem cum Sole nondum pervenit; sed adhuc opus est diebus 2 & horis 5, ut Luna Soli sit conjuncta, sive ut Novilunium celebretur; hoc est, ut fiant omnes Phasium vicissitudines, sive ut integra Lunatio absolvatur, quæ & *Mensis Synodicus* dicitur, constans diebus 29, horis $12\frac{3}{4}$.

Porro, paulo ante & post Novilunium (nempe cum Luna est in D vel F) Solis radii à Terra reflexi & Lunam offendentes, illam Luce istâ tenui perfundunt, quâ (præter Cornua) reliquus ejus discus conspicuus redditur. Cum vero Luna extra viam reflexæ à Terra Lucis est progressa, memorata Lucula (quibusdam perperam Lunæ nativa credita) simul evanescit.

PROPOSITIO XVII.

Ad datum Tempus Lunæ Phasem delineare.

PEr centra Solis, Terræ, & Lunæ traductum planum (idem nempe cum plano hujus schematis) secet Lunæ Globum, & sectio sit circulus A D B C. Sit C D circuli hujus diameter, cui recta S L centra Solis & Lunæ conjungens est normalis; & A B ejusdem diameter, cui normalis est recta T L, centra Terræ & Lunæ conjungens. Ex puncto D in A B demittatur perpendicularis D E, diametro A B occurrens in E. Cumque planum ad schematis hujus planum super C D normaliter erectum dividat Lunæ hemisphærium illustratum ab obscuro; & planum super A B similiter erectum dividat ejusdem hemisphærium visum à latente: erit Globi Lunaris portio utrique hemisphærio communis; nimirum quæ inter plana super A L, D L, ut dictum est, erecta comprehenditur, visi hemisphærii pars illuminata; & quæ inter plana super B L, D L, ejusdem pars obscura. Et utraque hæc pars hemisphærii visi, tam illustrata sc. quam obscura, *Tab. IV. Fig. 2.*

 cura,

Tab. IV. Fig. 2. cura, in Lunaris Globi punctis oppositis terminatur; in quibus sc. recta ex L, ad planum circuli A C B D normaliter excitata, & utrinque producta, (quippe planorum super A B & C D erectorum communis sectio,) ejus superficiei occurit: Et partium harum latitudo maxima est in circumferentia A D B; obscuræ quidem B D, illustratæ vero A D.

Arcus B D est mensura anguli B L D, qui æqualis est angulo S L T, comprehenso sub rectis ex Lunæ centro ad Solis & Terræ centra ductis: Nam si æqualibus angulis S L D, T L B (quippe rectis) addatur communis D L T, conficientur æquales. Sed ad Tempus datum innotescit angulus quo Luna distat à Sole, nempe L T S; adeoque & S L T ejus complementum ad duos rectos: Nam distantia Lunæ à Terra tam parva est respectu distantiæ Terræ à Sole, ut rectæ T S, L S, à Terra & Luna ad Solem ductæ, possint pro parallelis haberi. Fiat ut duplum radii ad sinum versum anguli T L S, ita B A ad B E. Porro, cum Lunæ hemisphærium è Terra visum appareat circulus, quod Globo è longinquo spectato contingit, ut
Fig. 3. in Opticis docetur: Sit A M B N circulus Discum Lunæ referens; idem nempe qui prius factus est per sectionem Lunæ cum plano super A B erecto, adeoque eodem cen-
Fig. 2. tro L, eâdemque diametro cum illo descriptus. Et quoniam longinqua est Luna, videbuntur singula per rectas rectæ L T parallelas. Et ideo erunt B E & A E, lati-
Fig. 3. tudines maximæ partium illuminatæ & obscuræ in Disco Lunari. Ducatur diameter M N ad A B normalis; & axe majore M N, & minore æquali duplæ L E, describatur Semiellipsis M E N: Erit M A N E M Pars illuminata, M B N E M vero Pars obscura Disci Lunaris A M B N.

Nam illustrationis superficiei Lunæ sphæricæ, per sphæricum Solem, terminus est circulus; & hic e longinquo oblique spectatus apparet Ellipsis, cujus semiaxes L M, L E,
Fig. 2. ut ex Opticis patet: Oblique vero spectatur per T L,

quo-

quoniam recta S L, illius plano normalis, ad L T inclinatur; nisi in Plenilunio ubi coincidunt. Tab. II. Fig. 2.

In problemate hoc construendo, suppósuimus dimidium Globi Lunæ à Sole illuminari; dimidium etiam à spectatore videri: quorum neutrum est in rigore verum: Nam quia Sol quam Luna major est, paulo amplius dimidio illustratur; & quia spectator non distat infinite, superficiei Lunaris portio paulo minor quam dimidia videtur. Verum hæc adeo sunt minuta, ut merito contemni queant: Et Phasis Lunæ delineata, ut supra, observatis satis respondet. Ut vero schema cum cœlo congruat, linea B A, cui M N Cornua jungens est normalis, in eo ponenda est situ, ut rectà ad Solem dirigatur: Nam recta L A, ex T visa, coincidit cum L S ad Solem tendente. Fig. 3. Fig. 2.

Similiter delineabuntur Planetarum inferiorum & Martis Phases, de quibus Prop. VI. & IX. dictum est: Verum in isto casu, si L referat aliquem è Planetis primariis, rectæ T S, L S inclinantur sensibiliter ad invicem, & triangulum constituunt.

PROPOSITIO XVIII.

Phænomena Lunæ ex Opacitate Telluris Umbram projicientis orta, sive Lunæ Eclipsin exponere.

CUm Tellus sit corpus Opacum, patet ab illa lucido Soli exposita Umbram protendi ad partes à Sole aversas; Umbramque proinde hanc in Eclipticæ plano perpetuo versari, quoniam Terra & Sol in illo versantur. Quod si contingat Lunam, cum in Plenilunio Soli opponitur, etiam in Eclipticæ plano, aut satis prope illud versari, (quod fit cum Plenilunium in Nodo celebratur, aut prope illum:) patet hanc in Umbram immergi; & proinde lumine Solis, quo solo fulget, privari; hoc est, *Eclipsin* pati; & quidem *Totalem* aut *Partialem*, prout tota, aut ex parte tantum, in Umbram incurrit. Fig. 4.

Telluris autem Umbra tandem in apicem desinit, nec ad Cœlum Martis protenditur: Nam Mars in plano Eclipticæ Soli oppositus non deficit; quod necessario fieret, si in Umbram Telluris immergeretur: est enim Mars corpus Opacum, ut ex Prop. IX. patet. Ex hac autem Umbræ Terræ figura, primo obtutu patet Solem esse Terrâ majorem: Nam si æquale sit corpus Lucidum Opaco, Umbra erit æqualiter crassa & cylindrica; si vero Lucidum sit Opaco minus, Umbra quidem erit conica, sed increscens, & quo remotior ab Opaco, eo crassior; utroque autem modo in infinitum porrigeretur. Sicut Sol quam Terra, ita Terra quam Luna major est: quod exinde patet, quod Luna deficiens in Telluris Umbram tota immergatur; Telluris autem Umbra, ubi Luna illam pervadit, multo gracilior est, (ut hactenus ostensum,) quam prope Terram.

Tab. V. Fig. 1. Exponat circulus V M Umbræ Terræ sectionem transversam, ubi Lunari Orbitæ occurrit: Sit Orbita Lunæ L ☋ F, Ecliptica C E. Ea quarundam Eclipsium invenitur duratio, (nempe quatuor horarum,) quæ sufficit ut Luna in tenebras tota immersa pervadat Umbram circiter tres sui diametros latam; quod fit cum centrum Lunæ Umbrosi circuli V M centrum pertransit: Hujusmodi Eclipsis vocatur *Totalis* & *Centralis*.

Quandoque Luna Nodum hactenus est prætergressa, aut Fig. 2. eundem nondum assequuta, cum Umbram pervadit: Si tamen Luna sit Nodo satis propinqua, Luna tota in Umbram immergetur, fietque Eclipsis Totalis, sed non Centralis, neque tantæ durationis; quia via Lunæ per Umbram minor est Umbræ diametro, quippe per centrum non transiens; & proinde citius, cæteris paribus, percurritur.

Si vero Nodus ab Umbra adeo sit remotus, ut Lu- Fig. 3. næ, in Orbita sua prope Umbram transeuntis, pars tantum in Umbram immergatur, fiet Eclipsis Partialis; quæ

tot



tot dicitur esse *Digitorum*, quot duodecimæ partes Diametri Lunaris obscurantur, quando Eclipsis est maxima. Etenim Lunæ Diameter (ut aliud quodvis integrum) in duodecim Uncias sive Digitos divisa intelligitur: Quod & de alia quavis Eclipsis Phase similiter intelligendum est. In omnibus hisce casibus, incipiente Eclipsi, Luna occidentalem Umbræ plagam orientali sui latere primum tangit; & desinente illâ, Lunæ occidentale latus orientalem Umbræ limbum ultimo deserit; totumque interjectum tempus Eclipsi annumeratur; sed totali immersioni illud tantum, quo Luna in tenebris tota versatur.

Verum Lunæ limbus orientalis versus Umbram procedens non statim in densissimas tenebras immergitur, sed obscurior evadit, prout Umbræ fit propior: quod ex Penumbra Umbram omnem (factam à lucido quod sub angulo sensibili videtur) comitante proficiscitur. Hæc autem undique circa Umbram effunditur. Sit ⊙ Sol, E Terra, ducanturque rectæ ut in schemate: Umbræ T V M R, ubi nulla prorsus Solaris luminis pars pertingit, circumfunditur Penumbra V T P M R N, ubi aliqua Solaris lucis pars à Terra impeditur; & hæc Penumbra obscurior est versus T V, R M ipsius perfectæ Umbræ oras, quia pauciores radii (nempe à minore Solis portione profecti) illuc attingunt; minus obscura versus T P, R N ubi plures: ultra quem limitem radii omnes Solares libere pertingunt, quantumque fieri potest illustrant. Tab. V. Fig. 4.

Rubicundus vero iste color, quo Luna etiam in perfectæ Umbræ medio sita perfunditur, & visibilis quandoque instar lateris cocti redditur, (nam in Eclipsibus quibusdam omnino quasi evanescit Luna,) oriri videtur à radiis Solaribus vel in Atmosphæra Terræ circumfusa refractis, vel à particulis extra Terræ Umbram volitantibus ad Lunam reflexis, vel ab illuminatione Stellarum, vel simul omnibus.

Eclipsis aliqua Lunaris, qualem supra descripsimus, ple-

rumque bis ſaltem quovis anno incidit. Nam cum duo ſint Nodi, in quibus Lunaris orbita Eclipticam interſecat, iique in antecedentia moti, (ut Propoſitione XVI. dictum eſt;) & Sol quovis anno Eclipticam in conſequentia peragrare videatur, (ut Prop. II. oſtenſum:) Patet Solem bis quovis anno Lunæ Nodorum alterutri ex Tellure obviam factum videri; & proinde Umbram Telluris Lunæ Cœlum in altero Nodo quaſi perforare. Si igitur Plenilunium hoc tempore contingat, Luna neceſſario totaliter & centraliter deficiet; ut ſuperius oſtenſum. Licet vero Plenilunium non incidat, quando Sol & Nodus fiunt obviam; tantilla tamen eſt Orbitæ Lunæ ad Eclipticam inclinatio, tantaque Umbræ Telluris craſſities, ut etiamſi Plenilunium decem amplius diebus à tempore prædicto, ante vel poſt, diſtet, (integris vero quindecim diſtare non poteſt,) tamen Luna Umbram vix effugerit. At ſi prædictus Solis & Lunaris Nodi occurſus contingat ipſo die Novilunii, vel die uno alterove ante aut poſt, (quod non niſi raro fiet;) ſatis longe aberit Luna ab Umbra Terræ in Plenilunio, cum præcedente tum inſequente, ad illam prorſus vitandam: Nullaque proinde erit iſto ſemeſtri ſpatio Lunæ Eclipſis.

PROPOSITIO XIX.

Phænomena Solis è Terra viſa, ex Opacitate Lunæ orta, ſive Solis Eclipſin exponere.

SIcut Luna ob interpoſitam Terram Solis lumine privata deficere dicitur, ſeu Eclipſin pati; ita viciſſim, ſi Terra ob interpoſitam Lunam lumine Solis ſpolietur, iſtud Phænomenon Eclipſis Terræ dicenda eſſet. Obſervator vero Terreſtris, qui nec Eclipſin, nec Motum, nec aliud quidvis quod imperfectionem illi videtur arguere, in domicilio ſuo agnoſcit, hocce Phænomenon Solis Defectum appellat; pari ratione, quâ incola Lunæ dum hæc in

in Umbram Telluris immergitur, Solem deficere diceret.

Patet vero Eclipsin Solis futuram quovis Novilunio, ubi Luna ad aut prope Nodorum alterutrum reperitur. Tum enim Lunæ, directe inter Solem & Terram interjectæ, Umbra ad Terram protensa, (ut in figura,) incolis tractûs C D densissimâ Umbrâ immersis, Eclipsin Totalem efficit. Quum vero Lunæ Umbra nequeat integram Tellurem involvere, circa circularem Terræ tractum prædictum C D circumfunditur corona B C, E D Penumbræ immersa, cujus incolis Partialis tantum erit Eclipsis: & versus C & D, major Solis pars à Luna tegitur, majoresque proinde tenebræ; versus B vero & E Penumbræ extrema, minor; & luminis Defectus vix sensibilis. Quinetiam Terræ moles efficit, ut alii sint interim illius tractus, (ut E F,) ubi nulla prorsus est Eclipsis; sed quos Sol libere illustrat. Tab. IV. Fig. 5.

Atque hæc omnia in ipsa rerum natura fiunt, ut hactenus dictum. E Terra vero spectatis Sole & Lunâ, hæc illum (ut in figura) tegere videbitur magis minusve, prout spectator Umbræ totali propior est, aut ab illa remotior. Quoniam vero Luna tegens cerni nequit, Sol, quâ ab illa tegitur, deficere videbitur; reliquâ tantum sui parte lucidus. Fig. 6.

Aliquando accidit Eclipsin Solis Centralem non esse Totalem; sed circa Lunam luminosum solis circulum apparere. Quod ex eo provenit, quod Lunæ Umbra brevior sit quam ut ad Terram pertingat; sive id fiat ob majorem tum distantiam Lunæ à Terra; sive quod radii Solares Lunæ oras radentes, per inflectionem, magis quam aliàs, incurventur, & Umbram decurrent. Eclipsis Solaris quantitas (sicut prius de Lunari dictum est) æstimatur per Digitos sive Uncias Diametri Solis, à Luna, ut supra dictum est, tegi visas in loco dato.

Patet porro Lunæ, versus ortum sive à ♎ per ♏ ad ♐ motæ, Umbram latus Telluris occidentale A primo attingere Fig. 5.

tingere, atque per discum Telluris, tanquam maculam; per B, C, D, E ad F (ubi Tellurem relinquit) incedere. E Terra vero spectatæ Lunæ orientalis limbus occidentalem Solis primo tegit, & occidentalis orientalem ultimo retegit: Tenebræ vero spissæ, si quando ingruunt in Totali Eclipsi, brevissimo tempore fugantur; aliquâ Solaris disci parte retectâ statim fere post omnem à Luna tectum: tantilla autem claritatem magnam efficit.

Quamvis ad maximam Solis Eclipsin, in qua Lunaris Umbra per mediam Tellurem incedit, requiratur ut Luna in Nodo existat ipso Novilunii momento; Si tamen non longe inde absit, Lunæ Umbra, aut saltem Penumbræ pars, in aliquem Telluris (quippe satis magnæ) tractum incidet, ibique Eclipsin Totalem, aut saltem Partialem, efficiet: Atque hoc sensu Solis Eclipses sæpius celebrantur quam ipsius Lunæ. Verum Eclipses Solis, in dato Terræ loco visibiles, longe sunt rariores quam Lunæ; quia Lunæ Umbra minor est Umbrâ Terræ, adeoque illa datum Terræ locum non tam sæpe involvit, quam hæc Lunæ partem aliquam.

SCHOLIUM.

Similia Phænomena in Jove & Saturno apparebunt: Illorum nempe Satellites sive Lunæ, in Primarii sui Umbram immersæ, deficiunt; quæ Eclipses nobis similiter observantur, atque Eclipses nostræ Lunæ exinde observarentur. Et vicissim, Satelles quivis inter Solem Primariumque suum interpositus Umbram in Primarium projicit, quæ ab oriente occidentem versus per ejus Discum, maculæ instar, incedere videtur. Verum horum Phænomenon Duratio, Phases, Periodus, &c. varia sunt, & à similibus apud Terram visis, & à Luna nostra profectis, diversa; pro diversitate Umbrarum, Motuum, & Magnitudinum, tam Primarii quam Satellitum.

PRO-

PROPOSITIO XX.

Quivis è Planetis Secundariis, Prop. XV. *enumeratis, urgetur à Vi composita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii, circa quem revolvitur, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Et igitur Vires, quibus dicti Satellites in Orbitis circum suos Primarios retinentur, tendunt versus suorum Primariorum centra respective.*

QUoniam enim Jovis & Saturni Satellites æquabiliter revolvuntur in Orbitis circularibus, Jovi & Saturno respective concentricis, Areas describunt, circa centra illa respectiva, Temporibus (æqualiter auctis) proportionales. Similiter si Lunæ Orbita à circulo Terræ concentrico differat; quo Luna minor apparet, (hoc est, quo longius à Terra abest,) eo tardius circa Terram revolvitur, ita ut æquabiliter augeatur Area, quam describit radius ad Terræ centrum ductus. Adeoque universaliter, Satelles quivis è supra memoratis, radio ad centrum sui Primarii Planetæ ducto, Areas describit, circa centrum illud, Temporibus proportionales. Si ergo intelligatur Systema cujusvis Primarii & circumrevolventium Satellitum urgeri, secundum lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius, in Orbitæ puncto ubi tunc est, versus Solem urgetur; Primarius hic versus Solem amplius non descendet; Secundarii vero, circa Primarium, pergent easdem quas prius Areas describere; id est, quisque Temporibus proportionales: (Nam si corpora moveantur quomodocunque inter se, & à Viribus Acceleratricibus æqualibus, secundum lineas parallelas, urgeantur; vel, quod eodem recidit, si Spatium, in quo corpora hæc motus suos exercent, moveatur uniformiter in directum; pergent omnia eodem modo moveri, ac si dictæ Vires abessent, aut Spatium, quo corpora

includuntur, quiesceret.) Adeoque Satelles quivis, urgente istâ differentiâ Virium, perget Areas Temporibus proportionales circa sui Primarii centrum describere. Et igitur, (per Prop. XII.) differentia ista Virium tendit ad Planetam Primarium ut centrum. Sed, antequam Systema totum urgeretur, per lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius versus Solem urgetur, (hoc est, in statu naturali,) Satelles quivis urgetur à Vi composita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii sui, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Unde prædicta Virium differentia ea est, quâ Satelles in Orbita sua circa Primarium retinetur, reliquâ Acceleratrice Vi, quâ Primarius in quolibet Orbitæ suæ puncto urgetur, ad hoc nihil faciente: Hæc vero Virium differentia hactenus est ostensa tendere ad centrum. Et igitur Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis suis circum Primarios retinentur, tendunt versus dictorum Primariorum centra respective. Quod erat demonstrandum.



SECTIO

SECTIO IV.

De Periodis Planetarum Primariorum circa Solem, ut & Secundariorum circa suum Primarium respectivum, inter se collatis, & eorundem Distantiis etiam inter se collatis; harumque mutua habitudine, ejusque ratione & causis.

PROPOSITIO XXI.

Planetarum Secundariorum circa Primarium quemvis revolventium ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum eorundem à centro Primarii.

THeorema hoc ex Aſtronomorum obſervationibus abunde conſtat, per Quadrata Temporum Periodicorum intelligendo Quadrata rectarum, aut Quadratos numerorum, eandem, cum Temporibus Periodicis, rationem habentium; quo ſenſu etiam accipienda ſunt Quadrata Velocitatum, aliorumve ejuſmodi.

Ita in ſatellitibus Jovis, ubi Tempora Periodica intimi, ſecundi, tertii, & extimi ſunt reſpective ut $1\frac{3}{4}$, $3\frac{5}{9}$, $7\frac{1}{6}$, & $16\frac{3}{4}$ fere, eorumque Diſtantiæ ut $5\frac{2}{3}$, 9, $14\frac{1}{3}$, & 25; Quadratum Temporis Periodici intimi, nempe 3 eſt ad 13 Quadratum Temporis Periodici ſatellitis ſecundi ut 170 Cubus Diſtantiæ intimi à centro Jovis ad 736 Cubum Diſtantiæ ſecundi ab eodem. Pariter 3 eſt ad 51 Quadratum Temporis Periodici tertii ſatellitis ut 170 ad 2890 Cubum Diſtantiæ iſtius tertii à centro Jovis. Et 3 eſt ad 280 Quadratum Temporis Periodici extimi ſatellitis ut 170 ad 15800 Cubum Diſtantiæ dicti extimi à Jovis centro. Et igitur ex æquo eadem ratio

E 2 obtinet,

obtinet, si quivis alii duo Jovis Comites inter se comparantur; secundus nempe cum tertio vel extimo, vel tertius cum extimo. Ratio hæc accuratior prodit, si Distantiæ & Tempora Periodica accuratiora assumantur.

Idem in Satellitibus Saturni obtinere deprehendetur, si sumantur numeri Prop. XV. positi, quibus eorum Distantiæ à Saturno, & Periodi circa eundem æstimantur. At Lunæ Telluris satelliti, cum unicus sit, Propositio hæc applicari nequit.

PROPOSITIO XXII.

Planetarum sex primariorum Motus circa Solem ita attemperatur, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum eorundem à Sole.

SIc (*ex. gr.*) in numeris rotundis Periodus Saturni est 30 annorum; Jovis vero 12; horumque numerorum Quadrati sunt 900 & 144. Saturni Distantia à Sole est per observationes ad Distantiam Jovis ab eodem ut 9 ad 5 fere; horumque Cubi 729 & 125: Liquet vero istos Quadratos esse quam proxime ut hi Cubi. Eodemque modo Periodus Telluris paulo plus quam quadruplo major est Periodo Mercurii; adeoque numerorum illos exponentium Quadrati sunt fere ut 17 & 1; positâ vero Distantiâ Telluris à Sole 10 partium, Mercurii Distantia stabilita ex observationibus, modo infra tradendo, est paulo minor quam 4 partium, sive 3, 9, horumque Cubi ut 1000 & 59: Liquet vero esse 17 ad 1 fere sicut 1000 ad 59. Atque sic de cæteris. Si Distantiæ & Periodi correctioribus numeris exprimantur, eo magis præcisa deprehendetur supradicta æqualitatis ratio inter Quadratos Periodorum & Cubos Distantiarum. Verum hactenus dicta nunc sufficiant: Propositio enim hæc exacte demonstrabitur inferius in Libro III.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Spatia, quæ corpus, urgente quâcunque Vi finitâ, describit, (sive Vis illa determinata & immutabilis sit, sive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur,) sunt, ipso motûs initio, in duplicata ratione Temporum.

Exponantur Tempora per rectas A D, A E; & Velocitates in fine illorum Temporum per ordinatas D B, E C: Et Spatia his Velocitatibus descripta erunt ut Areæ A B D, A C E, ex hisce ordinatis quasi compositæ; Spatium nempe minimâ quâvis Temporis particulâ descriptum, ut Velocitas & Tempusculum conjunctim. Sed, ipso motûs initio, ordinatæ D B, E C sunt puncto A proximæ; in quo casu trilinea A D B, A E C sunt triangula rectilinea similia, curvæ A B C parte eâ, quæ ad trilinea infinite parva pertinet, se non ultra rectam A G, curvam in A tangentem, extendente. Et triangula hæc rectilinea similia sunt in duplicata ratione laterum homologorum A D, A E. Et igitur Spatia (ut dictum est) descripta sunt, ipso motûs initio, in duplicata ratione Temporum. Quod erat demonstrandum. Tab. V. Fig. 7.

COROLLARIUM.

Hinc facile colligitur, quod corporum similes similium figurarum partes temporibus proportionalibus describentium Errores, qui Viribus quibusvis perturbantibus æqualibus, ad corpora similiter applicatis, generantur, & mensurantur per distantias corporum à figurarum similium locis illis, ad quæ corpora eadem, temporibus iisdem proportionalibus, absque viribus istis pervenirent, sunt ut Quadrata temporum, in quibus generantur quam proxime. Sunt enim Errores hi Spatia quæ corpus urgente Vi perturbante describit. Quod si Vires perturbantes non sunt æquales, sed in data ratione; Errores sunt ut Vires istæ,

tæ, & Quadrata temporum conjunctim; posito vires similiter applicari.

PROPOSITIO XXIV.

Subtensa nascens vel evanescens anguli contactûs, in circulo quovis, est in ratione duplicata arcûs comtermini.

Tab. VI. Fig. 1. SIt circulus A D C, quem tangat recta A B in A, adeoque angulus contactûs B A D. Dico ejus subtensam quamvis ipsi A proximam, nempe B D, esse ut quadratum arcûs A D; hoc est, esse hanc subtensam B D ad aliam subtensam *b d*, in iisdem conditionibus, sicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

Ducatur diameter A C, quæ erit ad A B normalis. Jungantur rectæ D A, *d* A, D C, *d* C, & ducantur D E, *d e* ad A B parallelæ. Sit primo subtensa B D parallela ad A C. Estque (per 8. & 17. Elem. VI.) A D *q* = C A × A E, & A *d q* = C A × A *e*. Quare A D *q*. A *d q* :: (A E. A *e* : :) B D. *b d*. Sed cum B D, *b d* sunt puncto A proximæ, sive cum nascuntur, arcus A D, A *d*, & eorum subtensæ non differunt; hoc est, æquales sunt. Quare, in illo casu, B D est ad *b d* sicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

Fig. 2. Quod si, secundo, anguli contactûs subtensa B D non sit ad A C, sed ad A G parallela; idem obtinet: Nam, ductis D F, *d f* ad A C parallelis, erit (ob æquiangula triangula D F B, *d f b*) B D. *b d* : : D F. *d f*; sed hactenus ostensum est esse D F ad *d f* sicut A D *q* ad A *d q*. Quare B D est ad *b d* sicut A D *q* ad A *d q*.

Quod si, tertio, B D secundum aliam quamvis certam legem ducta intelligatur, (*v. g.* versus centrum convergentes;) cum B D, *b d* sunt puncto A proximæ, anguli B & *b* æquales fient; ac propterea, in eo casu, B D. *b d* :: (D F. *d f* ::) A D *q*. A *d q*. Quod erat demonstrandum.

SCHO-

SCHOLIUM.

Idem etiam verum est in Curva alia qualibet, cui æquicurvus circulus describi potest; quales sunt Sectiones omnes Conicæ. Nam puncta D, *d* (cum sint ipsi A proxima) sunt tam in altera ista Curva, quam in circulo illi (ex hypothesi) æquicurvo: Adeoque proprietates ipsarum B D, *b d*, quæ competunt circulo, competunt etiam & Curvæ cui circulus est æquicurvus. Et quoniam Propositio præcedens de omnibus circulis vera est; etiam de omnibus Curvis, quibus circuli æquicurvi describi possunt, vera erit. *Tab. VI. Fig. 1. & 2.*

PROPOSITIO XXV.

Corpora, quæ diversos circulos æquabili motu describunt, urgentur à Viribus Centripetis ad centra eorundem circulorum tendentibus. Et Vires hæ sunt inter se sicut arcuum simul descriptorum Quadrata applicata ad circulorum radios. Quæ etiam vera erunt de Viribus Centrifugis corporum, ut dictum est, motorum.

QUoniam, solâ Vi insitâ, corpora describerent tangentes, manifestum est quod à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis circularibus retinentur à Viribus, ad puncta intra circulos posita tendentibus. Præterea, quoniam (ex hypothesi) corpora æquabili motu in circumferentiis feruntur; Areæ à radio ad centra ducto descriptæ æqualiter augentur, & proinde Tempori æquabiliter fluenti proportionales sunt; & igitur Vires (istæ per Prop. XII.) ad dicta centra tendunt.

Corpora M & T in circumferentiis circulorum M A, T R gyrantia simul describant arcus minimos M F, T D; à quorum extremis F & D ducantur rectulæ F E, D C ad tangentes usque, vel ad S M, S T parallelæ, vel ab S divergentes: (Eodem enim redit, quia M F, T D sunt tantum *Tab. VI. Fig. 3.*

tantum arcus naſcentes.) Atque rectulæ hæ ſunt effectus Virium Centripetarum acceleratricum; adeoque illis, ut cauſis ſuis adæquatis, proportionales ſunt; hoc eſt, Vis Centripeta corporis M eſt ad Vim Centripetam corporis T ſicut E F ad C D. Fiat figura M G H ſimilis figuræ T C D; unde & G H eſt etiam rectula naſcens: Adeoque eſt C D ad G H ſicut arcus T D ad arcum M H. Et (per præced.) G H eſt ad E F ut M H q ad M F q: Et igitur, ex æquo, C D eſt ad E F ſicut (T D × M H q ad M H × M F q; hoc eſt, ſicut T D × M H ad M F q, ſive ſicut) T D × M H × S T ad M F q × S T. Porro, ob ſimilitudinem figurarum T C D, M G H, arcus T D, M H ſunt ſimiles; id eſt, S T . S M :: T D . M H: Unde M H × S T = T D × S M. Poſito ergo hoc illius loco, erit C D. E F :: (T D q × S M . M F q × S T ::) $\frac{TDq}{ST}$. $\frac{MFq}{SM}$. Sed ſupra fuit oſtenſum Vires Centripetas corporum T & M eſſe ipſis C D, E F proportionales. Et igitur Vis Centripeta Corporis in T R gyrantis eſt ad Vim Centripetam corporis gyrantis in M A ſicut $\frac{TDq}{ST}$ ad $\frac{MFq}{SM}$. Et (propter motum in utroque circulo æquabilem) T D, M F, cum ſimul deſcribantur, eandem habent rationem cum ſimul deſcriptis quolibet tempore. Quare Vis Centripeta corporis gyrantis in T R eſt ad Vim Centripetam gyrantis in M A ſicut Quadratum arcûs quolibet tempore in T R deſcripti applicatum ad radium S T, ad Quadratum arcûs eodem tempore in M A deſcripti applicatum ad S M radium.

Tab. VI. Fig. 3.

Porro, ſi prædicta corpora ad centrum S alligata concipiantur per fila, quorum interventu in prædictis circulis detinentur; Vis eadem, quâ tenditur filum, quæ, in filo corpus trahente conſiderata, dicta eſt Vis Centripeta, ſi in corpore filum trahente conſideretur, dicetur Vis Centrifuga: Eademque proinde vera ſunt de Vi Centrifuga,

trifuga, quæ de Centripeta sunt demonstrata. Quæ erant demonstranda.

COROLLARIUM 1.

Hinc sequitur, quod si corpus agitatum eam per Vim Centripetam, quâ in circulo retinetur, demittatur versus centrum; ita ut Vis hæc in descensu neque augeatur neque minuatur, sed eadem maneat, & præter impulsum prius impressum, novum & æqualem corpori perpetuo superaddat, (ut fit in *Galilæana* hypothesi Gravitatis:) Quo tempore dictum corpus in circulo describeret arcum quemlibet, descensu suo versus centrum percurret rectam æqualem ortæ, si quadratum dicti arcûs ad circuli diametrum applicetur. Nam ex Prop. hac XXV. patet istud ipso casûs initio fieri; & in præsenti descensûs hypothesi Spatia percursa sunt in duplicata ratione Temporum; &, cum circulus æquabiliter describatur, arcuum descriptorum Quadrata sunt etiam in duplicata ratione Temporum, quibus describuntur: Atque Quadratorum horum applicatio ad circuli diametrum (quippe constantem) rationem hanc non mutat. Patet igitur istud perpetuo obtinere. Adeoque, in hac hypothesi uniformis Vis Centripetæ; corpus semisse Temporis, quo arcum circuli quemlibet describeret, descensu suo rectam percurret æqualem ortæ, si Quadratum semissis dicti arcûs applicetur ad circuli diametrum; subquadruplam nempe rectæ, per quam descenderet duplo tempore, quo scil. dictum integrum arcum circularem describeret.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam corporum, quæ diversos circulos æquabili motu describunt, Vires Centripetæ sunt in ratione composita ex duplicata ratione Velocitatum directe, & ratione simplici Radiorum inverse. Cum enim motus sit in quovis circulorum æquabilis, eadem erit ratio Velocita-

tum quæ arcuum ſimul deſcriptorum; quippe viarum ſimul emenſarum: Sed (ex Prop. hac XXV.) Vires Centripetæ ſunt in ratione compoſita ex duplicata ratione arcuum ſimul deſcriptorum directe, & ſimplici ratione Radiorum inverſe: Quare etiam Virium iſtarum ratio componitur ex ratione duplicata Velocitatum directe, & ratione ſimplici Radiorum inverſe.

PROPOSITIO XXVI.

Iiſdem poſitis, dico Vires Centripetas eſſe reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum applicata ad radios circulorum; ſive Vires illas eſſe in ratione compoſita ex ratione ſimplici Radiorum directe, & ratione duplicata Temporum periodicorum inverſe. Idemque verum erit de Viribus Centrifugis prædictorum corporum.

Tab VI. Fig. 3. Vocetur Vis Centripeta, quâ corpus in circulorum altero ſive primo gyrans urgetur V, in ſecundo v; Celeritas in primo circulo C, in ſecundo c; Arcuum ſimul deſcriptorum qui in primo deſcribitur A, qui in ſecundo a; Radius, ſive corporis Diſtantia à centro, in primo circulo D, in ſecundo d; Tempus periodicum in primo circulo T, in ſecundo t. Vulgo notum eſt quod, in comparatis motibus, Spatia percurſa ſunt in ratione compoſita ex ratione Temporum, & ratione Celeritatum. Sed ipſi circulorum radii ſunt proportionales circumferentiis integris, quæ ſunt Spatia Temporibus periodicis percurſa. Et igitur $D . d :: C \times T . c \times t$, adeoque $C \times T \times d = c \times t \times D$: igitur $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde, dividendo per $D^2 \times d^2$, erit $\frac{C^2 \times T^2}{D^2} = \frac{c^2 \times t^2}{d^2}$. Unde ſequitur eſſe $\frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D} :: \frac{C^2}{D} . \frac{c^2}{d}$: Sed, ex Cor. 2. præcedentis, $V . v :: \frac{C^2}{D} . \frac{c^2}{d}$. Et igitur $V . v ::$

t^2.

$\frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D}$. At ratio $\frac{t^2}{d}$ ad $\frac{T^2}{D}$ eadem est cum ratione $t^2 \times D$ ad $T^2 \times d$; sive cum t^2 ad T^2, & D ad d. Ergo ratio V ad v æquatur rationi t^2 ad T^2, & rationi D ad d.

Quodque de Viribus Centripetis binorum corporum circa centrum revolventium dictum est, de eorundem Viribus Centrifugis verum erit, cum hæ ab illis solo concipiendi modo differant; ut in præcedente ostensum est. Quæ erant demonstranda.

COROLLARIUM I.

Hinc (& ex Corol. 2. Prop. præc.) si Tempora periodica æquantur, cum Vires Centripetæ, tum Velocitates erunt ut radii; & vice versa. Nam, ex Prop. hac XXVI. est $\frac{V}{v} = \frac{D \times t^2}{d \times T^2}$. Unde si $T = t$, sive $T^2 = t^2$; erit V. v :: D . d. Et vice versa, si V . v :: D . d, cum sit quoque V . v :: D t^2 . d T^2, erit D . d :: D t^2 . d T^2; adeoque $T^2 = t^2$, sive $T = t$. Tab. VI. Fig. 3.

Secunda pars Corollarii hinc constat. In comparatis motibus, Velocitates sunt ut spatia simul percursa: Sed, quoniam Tempora periodica æquantur, spatia simul percursa sunt circulorum circumferentiæ; atque hæ sunt ut radii. Et igitur Velocitates sunt ut radii. Conversa hujus pari modo elicitur.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam, si Quadrata Temporum periodicorum sunt ut radii, Vires Centripetæ sunt æquales, & Velocitates in subduplicata ratione radiorum; & vice versa. Ex Prop. enim hac est $\frac{V}{v} = \frac{D \times t^2}{d \times T^2}$: Sed, ex hypothesi, est T^2. t^2 :: D . d, sive $D \times t^2 = d \times T^2$. Igitur & hisce proportionales V & v, sive Vires Centripetæ æquantur. Et vice versa, si $V = v$, & hisce proportionales æquantur; nem- Fig. 3.

 pe

pe $D \times t^2 = d \times T^2$: Et ideo erit $D . d :: T^2 . t^2$.

Tab VI. fig. 3. Similiter, quoniam ex Corol. 2. Prop. præc. $\frac{V}{v} = \frac{C^2 \times d}{c^2 \times D}$ & hactenus est ostensum, in casu præsenti, $V = v$, erit etiam $C^2 \times d = c^2 \times D$, sive $C^2 . c^2 :: D . d$; hoc est, $C . c :: \sqrt{D} . \sqrt{d}$. Conversa hujus pari modo elicitur quo præcedentis.

COROLLARIUM 3.

Si circuli, quos corpora describunt, fuerint æquales; Vires Centripetæ sunt reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum: Nam ratio radiorum, in hoc casu, nullius est in compositione effectûs, cum sit ratio æqualitatis.

PROPOSITIO XXVII.

Iisdem positis, si ita gyrentur corpora, ut Quadrata Temporum periodicorum eandem habeant rationem cum Cubis radiorum, Vires Centripetæ sunt reciproce ut Quadrata radiorum: Corporum autem Celeritates reciproce in subduplicata ratione radiorum; & vice versa.

Fig. 3. Retentis symbolis Prop. præced. ex illa est $V . v :: \frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D}$. Unde $\frac{V T^2}{D} = \frac{v t^2}{d}$, sive $V T^2 d = v t^2 D$. Adeoque $D v . d V :: T^2 . t^2$. Et, ex hypothesi, est $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$: & igitur $D v . d V :: D^3 . d^3$. Unde sequitur $D v d^3 = d V D^3$, sive $v d^2 = V D^2$. Adeoque $V . v :: d^2 . D^2$.

Fig. 3. Rursus, in demonstratione Propositionis præcedentis ostensum est $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde est $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^2 :: T^2 . t^2$: Sed ex hypothesi est $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$. Ergo $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^2 :: D^3 . d^3$. Adeoque $c^2 . C^2 :: D . d$, sive (extrahendo radicem quadratam, & invertendo,) $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; hoc est, $C . c :: \sqrt{d} . \sqrt{D}$. Quæ erant demonstranda. Con-

Conversæ harum liquent. Sicut enim ex posito $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$, sequitur esse $V . v :: d^2 . D^2$, item esse $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; ita, è converso, ex horum quolibet posito devenitur ad analogiam primo positam, nempe $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$; & hinc rursus ad alteram conclusionem: Adeoque ex tribus hisce uno posito, sequuntur reliqua duo. Tab. VI. Fig. 3.

SCHOLIUM.

Propositiones tres præcedentes (earumque Corollaria) non solum sunt veræ de corporibus diversos concentricos circulos describentibus, sed etiam de describentibus circulos quorum diversa prorsus sunt centra, (centrorum etenim identitas in demonstratione non supponitur;) & de iis quæ similes figurarum quarumcunque, centraque similiter posita habentium partes describunt. Nam quæ in demonstratione illorum Theorematum de circulis assumpta fuerunt, æque vera sunt de figuris quibuslibet aliis, quales nunc descripsimus; nempe quod nascens G H (in fig. Prop. XXV.) fit ad nascentem E F sicut M H q ad M F q, (hoc enim de qualibet figura, cui circulus est æquicurvus, demonstratur Prop. XXIV,) & quod M H sit ad T D sicut S M ad S T, verum est de quibuslibet figuris similibus; modo centrum S similiter positum sit in utraque figura, & M H, T D sint similes, & centri respectu similiter positæ, illarum curvarum partes. Sed & præterea, loco æquabilis motûs in circulis, si figura sit alia quævis à circulo diversa, oportet talem esse corporis in ejus perimetro motum, ut Areæ à radiis ad centra similiter posita ductis descriptæ sint Temporibus proportionales; aliàs (per Prop. XII.) Vires, quibus corpora à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis curvilineis retinentur, ne quidem ad centra ista tendunt. 3.

PROPOSITIO XXVIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis suis retinentur, sunt reciproce ut Quadrata Distantiarum à Solis centro, quod respiciunt.

QUod Vires istæ respiciant Solis centrum hactenus ostensum est Prop. XIII. Quod vero ea sit Virium harum Lex, ut reciprocam habeant rationem Quadratorum Distantiarum à centro, sive quod augeantur Vires in eadem ratione quá Quadratum Distantiæ minuitur, & minuantur in eadem ratione quâ Quadratum istud augetur: *Exempli gratiâ* quod Vis quâ Terra Solem petit, & quâ in Orbita sua perpetuo retinetur, ne in rectam, Orbitam tangentem, excurrat, sit dupla sesquiquarta similis Vis in Marte, & vigecupla septupla similis Vis in Jove, quia Distantia Terræ à Sole subsesquialtera est Distantiæ Martis, & subquintupla sesquiquinta Distantiæ Jovis ab eodem; quodque Vis Centripeta in Terra sit subdupla similis Vis in Venere, quia istius Distantia à Sole est supertripartiens septimas hujus; atque ita in cæteris, sic ostenditur. Quoniam enim (per Prop. XXII.) Planetarum, circa Solem gyrantium & ad illius centrum tendentium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum à Sole; cumque (per præc.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ sint reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: patet Vires Solem respicientes, quibus Planetæ urgentur, quibusque in Orbitis suis retinentur, esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro Solis.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis suis retinentur, sunt reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro sui respectivi Primarii, quod hæ Vires respiciunt.

NAm quoniam (per Prop. XXI.) Planetarum circum-jovialium circa Jovem, & circum-saturniorum circa Saturnum revolventium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum eorundem à centro Jovis & Saturni respective; cumque (per Prop. XXVII.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ sint reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: patet Vires illas Centripetas, quibus Planetæ isti secundarii versus Jovem & Saturnum respective urgentur, esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro dicti Primarii respectivi. Hæc vero Vis in quovis Secundario est tantum altera pars Vis totius, quâ urgetur satelles; altera vero est Vis omnis Acceleratrix, quâ Primarius urgetur; ut Prop. XX. ostensum est.

Quantum ad Lunam Telluris comitem, quia sola circa Terram revolvitur, nequit hæc, quoad Distantiam & Tempus Periodicum comparari cum alia; neque proinde Lex Vis Centripetæ, quâ versus Tellurem urgetur, modo prædicto deduci. In sequentibus quidem deducitur hæc ex figura Orbitæ quam Luna circa Terram describit: Verum hucusque ejus Orbitam tanquam à circulari non abludentem consideravimus. Quod si revera esset circulus Telluri concentricus, Lex Virium quibus in Orbe retineretur, non posset inde detegi: Palam enim est hujusmodi Orbitam describi posse, quæcunque tandem sit Lex Vis Centripetæ.

COROLLARIUM.

Ex duabus hisce Propositionibus sequitur, inter Planetas Primarios, Soli propiorem; inter ejusdem Primarii satellites, ipsi Primario propiorem velocius moveri. Nam ostensum est tam in his quam illis Vires Centripetas esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: & (Prop. XXVII.) ostensum est Celeritates, in isto casu, esse inverse in subduplicata ratione Distantiarum à centro motûs; sive mediam proportionalem inter Distantias remotioris & propioris esse ad Distantiam propioris ut Velocitas propioris ad remotioris Velocitatem. Cumque harum magnitudinum prima major sit quam secunda, erit tertia major quam quarta; hoc est, propioris Velocitas major Velocitate remotioris.

SECTIO V.

De Planetarum Primariorum Motu circa proprios Axes, & Phænomenis hinc ortis.

PROPOSITIO XXX.

Corporum Mundanorum Motus circa proprios Axes positione datos, horumque Periodos, exponere.

QUando Corpus immotum esse dicimus, intelligimus quamlibet in illo lineam, & quodlibet punctum immotum esse. Si vero Corpus in Linea aliqua motum dicamus, atque omni alio privatum solo hoc motu cieri, tum intelligimus istius Corporis centrum Gravitatis Lineam dictam percurrere, dum Corpus quantum fieri potest (quod ad cætera attinet) immotum manet; hoc est, quamlibet in isto Corpore lineam situm retinere parallelum illi, quem ante motum hunc habuerat; ac propterea lineam quamvis Corporis sic moti sibi semper parallelam manere.

Quippe

Quippe hoc modo (& quidem solo) fiet ut omnium motuum summa sit minima, (hoc est, motus totius minimus, quod supponitur;) & ut quodlibet moti Corporis punctum tantundem moveatur atque aliud quodvis, similemque & æqualem, soloque situ diversam Lineam describat: Nam quæ à centro Gravitatis percurritur Linea, ab ipso Corpore percursa intelligitur, propter Centri istius naturam Geometris satis notam. Præterea, si Corpus, cætera immotum, circa datum Axem rotari dicitur; Axis iste immotus intelligitur, dum quodvis Corporis punctum, extra Axem, circulum describit, cujus plano perpendicularis est Axis. Et ideo, si Corpus per Lineam aliquam feratur, & simul circa Axem rotetur; Axis, toto lationis tempore, sibi parallelus manebit. Neque ad hunc Axis parallelismum conservandum aliud requiritur, quam ut prædicti duo motus soli imprimantur Corpori: Nam si tertius nullus eidem insit, Axis erit perpetuo parallelus rectæ, cui semel parallelus erat.

Hisce præmissis, ex observatis constat Corpora Mundana majora, (si non omnia, saltem omnis generis,) præter motus de quibus superius generatim est dictum, circa Axes revolvi. Et primo ex observatione Macularum Solarium, patet Solem, Corpus in Systemate nostro sui generis unicum, ab occidente in orientem revolvi circa Axem, ad planum Eclipticæ inclinatum angulo quasi $83\frac{1}{2}$ graduum, spatio circiter 25 dierum. Cumque Sol non moveatur de loco in locum, Axis iste immotus manet.

Inter Planetas primarios Tellus æquabili motu revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, angulo $66\frac{1}{2}$ graduum ad planum Eclipticæ inclinatum, spatio Diei naturalis. Cumque Tellus etiam circa Solem feratur spatio annuo, ejus Axis saltem sibi parallelus manet, cum immotus constare nequeat. Atque istud fiet (ut supra est ostensum) ex solis dictis duobus motibus, absque alio

quovis, quem proinde frustra comminiscuntur quidam; & *Parallelismi* nomine indigitant. Telluris autem Axis, licet in una revolutione annua sibi parallelus ad sensum maneat, in multis situm hunc mutat: de cujus causis & Phænomenis suo loco dicetur.

Pari modo Jupiter revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, spatio 10 horarum fere; Mars horis $24\frac{2}{3}$, & Venus quasi 23 horis, circa Axes suos; quorum proinde quisque sibi perpetuo parallelus manet, si corpora ista alio nullo motu agitantur, præter circumlationis istum circa Solem & circumrotationis hinc circa Axem.

Inter Planetas secundarios Luna, Telluris comes, præter motum menstruum circa Terram, rursus spatio annuo circa Solem delatam, (quo solo si agitaretur, quælibet in ea linea sibi parallela semper maneret,) etiam circa seipsam spatio itidem menstruo ita revolvitur, ut eadem ejus facies Telluri semper obvertatur.

De reliquis Planetis tam Primariis quam Secundariis ex observationibus tam certo adhuc non constat. Credibile interim est illos, prædictorum instar, circa Axem quendam revolvi; nempe ut, sæpius quam semel in una revolutione circa Solem, cujusque pars quælibet, radiis Solaribus exposita, & iis rursus subducta, vicissitudines patiatur naturæ suæ congruas.

PROPOSITIO XXXI.

Solis & Planetarum, circa proprios Axes rotatorum, figuram describere.

SI Sol & Planetæ motu omni circa proprios Axes essent privati, figuram sphæricam inducerent; si quidem eorum partes, partium Terræ instar, versus centrum graves sint, (quales revera sunt, ut inferius ostendetur,) & nunc aut olim fluidæ. Hoc in Hydrostaticis demonstravit *Archimedes.*

chimedes. Ex motu autem circa Axem fit, ut partes ab Axe quantum possunt recedentes juxta medium inter Polos circulum ascendere conentur, per Vim Centrifugam à motu circulari oriundam. Et ideo, si Solis vel Planetæ materia fluida sit, circuli istius inter Polos medii diametros ascensu suo augebit; Axem vero descensu ad Polos diminuet; & figuram constituet Sphæroidem Latam, ex rotatione Ellipsis circa minorem Axem genitam; ad Polos nempe depressam, versus medium inter Polos circulum elevatam, magis aut minus pro quantite Vis Centrifugæ.

Sphæroides hæc figura in Jove Telescopio observatur: in Terra (*) (cum hanc eminus conspicere non detur) experimentis evincitur.

SCHOLIUM.

Sicut figura Sphæroides ex rotatione corporis circa proprium Axem, & partium fluiditate consequitur; ita vicissim, ex figura ista observata motus circa Axem, & partium fluiditas (saltem olim) legitime concluduntur.

PROPOSITIO XXXII.

Phænomena orta ex Motu Telluris Diurno circa Axem, è Tellure visa, exponere.

IN præcedentibus ostensum est, qualia forent Phænomena Motûs Solis & Planetarum e Tellure visorum, si Tellus esset punctum: Sol nempe ab occidente in orien-

(*) Constat ex celeberrimorum Geometrarum observationibus, experimentis & argumentis, Terram quidem Sphæroidem esse, sed oblongam non verò depressam versus Polos, contra quod affirmat Autor noster. Verùm circa hanc quæstionem consulantur Historia & Commentarii Regiæ Scientiarum Academiæ anni præsertim 1720.

tem progredi inter Fixas videretur; Planetæ vero nunc progredi, nunc regredi, pro Telluris & Planetæ cujusque situ. Verum cum Tellus corpus sit opacum, Observatoris respectu, satis amplum; ejus superficiei (licet sphæricæ) pars exigua, quæ sub visum prope hanc hærentem simul venit, in planitiem extendi videbitur. Cumque oculus undiquaque Cœlum libere circumspectans visu definiat superficiem sphæricam cavam, Telluri, aut potius oculo, concentricam; hæc in partes duas æquales dividetur à dicto superficiei Telluris Plano, (quippe per centrum ducto;) quarum altera visui patet, altera propter Telluris opacitatem latet.

Quoniam vero Tellus circa Axem rotatur, huic insistens Spectator, dictumque Planum suum, hemisphærium Cœlorum sibi visum ab inviso disterminans; (quod *Horizon* illi dicitur,) simul in eandem plagam (nempe orientem) rotatur. Unde versus ortum posita, prius inconspicua, reteguntur, propter Horizontem infra illa quasi subsidentem; & alia versus occasum teguntur, Horizonte supra illa elevato. Et ideo Spectatori, cui solenne est Locum suum pro immoto habere, illa supra Horizontem ascendere videbuntur sive oriri, hæc infra eundem descendere sive occidere: unde & Plagis istis nomina sunt imposita.

Cumque motus Telluris, simul & huic affixi Spectatoris cujusque Horizontis, æquabiliter perpetuo circa eundem Axem & versus eandem plagam fiat; omnia omnino corpora & Phænomena, quæ eundem motum non participant, (hoc est, quæ à Terra penitus separata sunt,) pari tempore, at versus partes oppositas (ab ortu sc. in occasum) uniformiter moveri videbuntur; iis exceptis quæ Telluris Axis productus offendit, quæ immota apparebunt. Horumque unumquodque, sensûs judicio, describet circumferentiam circuli, cujus plano Telluris Axis, ad centrum, normalis insistit. Et quoniam circuli hi omnes,

omnes, cum visibilibus illos describentibus, in cava superficie sphærica cœlesti, Terræ concentrica, apparent; visibile quodvis circulum describere videbitur majorem aut minorem, pro majore aut minore distantia à punctis supra descriptis, quæ immota videntur. Breviter, Sphæra Cœlestis, ab ortu in occasum, spatio unius Diei revolvi videbitur circa eundem positione Axem, circa quem Terra revera, ab occasu in ortum, eodem tempore revolvitur: ejusque motûs illi erunt Poli, ubi Terræ Axis productus ejus superficiei occurrit; & ille medius inter Polos circulus, & proinde maximus, (qui etiam *Æquinoctialis* & *Æquator* appellatur, propter rationes Propositione sequenti explicandas,) ubi medii inter Polos Telluris circuli planum productum cavæ Sphæræ occurrit: & universaliter, quivis in Telluris superficie Circulus, ab ejus puncto quovis per motum diurnum signatus, correspondentem habet in Sphæra Cœlesti Circulum, factum per intersectionem superficiei Sphæræ Cœlestis cum superficie Coni, cujus basis est signatus in Terra Circulus, & vertex Telluris centrum. Axis mundi, Circulique prædicti Cœlestes eundem semper inter Fixas situm habent; quoniam primitivi illi Terrestres, unde ortum ducunt, eousque (ut supra dictum est) producti, in easdem (ad sensum) Fixas incidunt, in quocunque demum Orbitæ suæ puncto collocata sit Tellus.

PROPOSITIO XXXIII.

Phænomena Solis è Tellure visa, orta ex Telluris Motu Diurno circa suum Axem, simul & Annuo circa Solem; sive Diei & Noctis vicissitudinem, harumque in diversis Terræ locis Annique Tempestatibus diversitatem, exponere.

LIcet Terræ locus quilibet illuminetur à Stella quavis supra ejus Horizontem versante, tamen illuminatio à Sole facta tam magna præ cæteris est, ut *Diem* esse

dicamus ubi Sol eſt ſupra Horizontem ; *Noctem* vero ubi infra. Et quoniam Sol, à Tellure penitus remotus, motum ejus diurnum non participat ; dati loci reſpectu orietur ille, Diemque efficiet, & per medium Cælum delatus, circulumque, cujus plano Mundi axis eſt normalis, ad apparentiam deſcribens, rurſus occidet ; faciens Noctem duraturam, donec per apparentem univerſalem iſtam omnium Cœleſtium revolutionem, ſupra dicti loci Horizontem denuo oriatur.

Tab. VI. Fig. 4. Ad exponendam Dierum & Noctium varietatem, & hinc ortas Anni Tempeſtates, repræſentare intelligatur circulus ♈ ♋ ♎ ♑ Orbitam, quam Tellus tempore annuo deſcribit circa Solem in centro S poſitum. In ſchemate circulus hic conſulto reclinatur, & Ellipticam figuram induit, ut variæ Telluris poſitiones commodius delineentur. In Orbita hac intelligatur Terra A Q B E, modo Prop. XXX. deſcripto, ab ♈, ♉, ad ♊ &c. delata, ſuper Axem B A in eandem plagam, ſive à Q ſurſum verſus per E rotata. Erunt Axis extrema Telluris Poli, A Auſtralis, B Borealis : E Q Æquator, cujus proinde planum inclinatur ad planum Eclipticæ angulo 23 ½ graduum ; nempe complemento ad rectum anguli 66 ½ graduum, quo Axis Terræ (ad Æquatoris planum normalis) ad illud inclinatur. Quemadmodum A Q B E ipſam Tellurem refert, concipi poteſt referre etiam Sphæram Cœleſtem (qualem Prop. præc. deſcripſimus) Telluri concentricam, illique quaſi circumfuſam, unaque cum illa tranſlatam : licet enim Sphæram hanc ad quamvis diſtantiam deſcribere. Atque is erit Solis, aut cujuſvis ſyderis punctive, in Sphæra hac locus, in quo recta Terræ centrum dictumque punctum conjungens ejus ſuperficiei occurrit ; quippe ad quem, ab Oculo in centro Terræ poſito, refertur.

Intelligatur Tellus ad ♎, ubi recta S ♎, Solis & Telluris centra conjungens, perpendicularis eſt ad Telluris

luris Axem A B; hoc eſt, ubi Sol in Æquatoris Terreſtris plano producto, ſive ubi è Terra viſus apparet in Æquinoctiali circulo in Sphæra Cœleſti ſignato: adeoque nec declinare ad Polum Boreum nec Auſtrinum, ſed inter utrumque medius ipſum Æquinoctialem motu diurno deſcribere videtur. Cumque Sol in Eclipticæ plano perpetuo verſari videatur, (ut Prop. II. oſtenſum eſt;) patet illum in communi interſectione circulorum Eclipticæ & Æquatoris in Sphæra Cœleſti deſcriptorum apparere; nempe in ♈. Porro, in hoc ſitu, illuſtratio Terræ à Sole facta ad utrumque Polum A & B pertingit, (quia illuſtrationis terminus eſt maximus in Terra circulus, cujus plano normalis eſt recta conjungens centra Solis & Terræ;) unde dimidium cum Æquatoris Terreſtris E Q, tum alterius cujuſvis circuli huic paralleli, à Sole illuminatur; alterum vero dimidium in tenebris verſatur. Et ideo quilibet Terræ Locus, (quippe qui vel Æquatorem, vel illi parallelum aliquem deſcribit,) motu Diurno æquabili circumvectus, tam diu in tenebris manet quam in luce; hoc eſt, per totam Terram Dies Noctibus æquantur. Unde & Circulus, in Sphæra Cœleſti, inter Polos medius, quem Sol motu Diurno nunc deſcribere videtur, nomen eſt adeptus. Tab. VI. Fig. 4.

Terrâ motu annuo paulatim verſus ♏ & ♐ motâ, planum Æquatoris Terreſtris E Q non amplius verſus Solem dirigitur; ſed infra verſus Auſtrum ſubſidit: Unde Sol paulatim verſus Polum Boreum, ab Æquatore Cœleſti, declinare videbitur. Nam Terrâ ad apparentiam quieſcente, & ejus Æquator apparenter quieſcit. Unde Æquator Cœleſtis huic correſpondens, ſolo motu apparente diurno cietur: Et ideo Sol, qui ad hunc ſitum mutat, moveri videbitur. Et lumen Solis, quod prius ad utrumque Polum A & B pertingebat, paulatim ultra B protendetur, citraque A deſinet. At cum Tellus ad ♑ pervenit, Sol exinde viſus in ♋ apparet;

paret; ubi omnium maxime ad Boream declinare videbitur, (quanto nimirum Ecliptica ad Æquatorem inclinatur,) mox versus Æquatorem reversurus. Atque circulus in Sphæra Cœlesti Æquatori parallelus per T C designatus, ad quem Sol declinando ad Boream pervenisse, quemque nunc motu diurno percurrere videtur, dicitur *Tropicus Cancri*, nomen mutuatus ab Eclipticæ Signo quod Sol tunc occupat; eodemque nomine gaudet correspondens in Tellure Circulus. Tellure in hoc situ positâ, manifestum est Solis radios ejus medietatem illustrantes ultra Polum Boreum B pertingere in L, & citra Austrinum A desinere ad F, ita ut arcus B L vel A F æqualis sit arcui E T; mensuræ nimirum maximæ declinationis Solis, sive inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Si per L & F descripti concipiantur circuli, Æquatori E Q parelleli, (nempe K L, F G,) erunt hi *Polares*; ille *Arcticus*, hic *Antarcticus*. Hisce positis, clarum est Telluris tractum Polari Arctico K L inclusum, non obstante revolutione diurna, continuo in luce versari, perpetuoque proinde Die frui; &, ex adverso, tractui intra Polarem Antarcticum F G perpetuam esse Noctem. Patet porro, (ex *Prop.* XIX. *Lib.* II. *Sphæric. Theodosii*,) cujuslibet circuli Æquatori E Q paralleli, inter hunc & Polarem Arcticum K L interjecti, partem majorem in luce versari; cujusvis autem, qui Æquatorem & Antarcticum F G interjacet, partem majorem esse in tenebris; & quidem (per *Prop.* XX. *dicti Libri*) tanto majorem, quanto circulus iste ab Æquatore magis distat; & (per *Prop.* XI. *Lib.* I.) ipsius Æquatoris semissem alteram esse in luce, alteram in tenebris. Et igitur, in isto Telluris situ cum Sol in ♋ apparet, Borealis Terræ partis incolis longissimi sunt Dies, Noctes brevissimæ, adeoque Æstas: Australis vero partis incolis Dies brevissimi, Noctesque longissimæ, unde Hyems. Et quidem tanto longiores erunt Dies longissimi, Noctesque brevissimæ breviores, quanto locus ab

ab Æquatore est remotior. At in ipso Æquatore degentibus, Dies Noctibus etiamnum, & ideo per totum annum, erunt æquales.

Procedente Terrâ per ♒, ♓ ad ♈, quo tempore Sol Signa ♋, ♌, & ♍ peragrare videtur, Sol paulatim versus Æquatorem revertitur; donec tandem ad ♎ in Æquatore Cœlesti conspiciatur, (propterea quod tunc Æquatoris Terrestris planum productum per Solem denuo transit,) Dies Noctibus æquales per totam Terram efficiens; pari modo quo factum est dum Terra in ♎ esset. Et nunc denuo illuminationis extrema ad utrumque Terræ Polum pertingunt; adeo ut Polo B, (quippe qui in luce versabatur,) hucusque perpetua fuerit Dies semestri spatio æqualis (ex quo nimirum Tellus ♎ reliquit;) sicut ipsi A semestris Nox.

Terrâ porro per Signa ♈, ♉, ♊ motâ, Sol interim per ♎, ♏, & ♐ apparenter incedens paulatim ab Æquatore versus Austrum declinare videbitur; donec tandem, Terrâ revera in ♋ existente, Sole autem inter Fixas in ♑ viso, eadem omnia Australis Telluris hemisphærii incolis contingant, quæ, Tellure in ♑ existente, Borealis hemisphærii incolis contigerunt; & eadem ad Boream eveniant, quæ prius ad Austrum. Et cum Tellus per ♋, ♌ & ♍ fertur, Sol per ♑, ♒ & ♓ motus ad Æquatorem & ♈, completo Anno, redire videbitur; eadem Australis Terræ incolis decrescentis Diei & crescentis Noctis edens Phænomena, atque Borealis partis incolis dum per tria opposita Signa incederet.

SECTIO VI.

De Planetarum & Cometarum Orbitis; harumque figura; deque Virium Lege requisita, ut illi in ejusmodi Orbitis moveantur.

PROPOSITIO XXXIV.

Quilibet Planeta Primarius describit perimetrum Ellipsis; in cujus Umbilicorum altero est Sol.

HUcusque, dum generalia tractaremus, satis erat Planetæ cujusque semitam considerare tanquam circumferentiam circuli, cujus centrum est Sol, cum ab hac notabiliter non differat. Verum Planetarum circa Solem motorum Phænomena attentius consideranti constabit, eos non æqualiter ubique à Sole distare: *Ex. gr.* Tellus, æstate nostrâ, magis à Sole distat; hyeme minus: quod ex Solis Diametro apparente circa medium Junium minore, circa medium Decembrem majore, plane liquet. Hoc ulterius apparet ex velociore motu Telluris circa Solem mediâ hyeme, quam mediâ æstate, parte circiter decimaquintâ. Atque hinc fit quod ab Æquinoctio Verno ad Autumnale, tempore æstatis, circiter octo amplius Dies insumantur, quam ab Æquinoctio Autumnali ad Vernum, tempore hyemis; quamvis utrobique Tellus è Sole, vel Sol è Terra inter Fixas spectatus, semicirculum peragrâsse videatur. Cum igitur Terra velocius progrediatur circa Solem hyeme nostrâ quam æstate, & illi propiorem esse necesse est, per Propositionem XII; ut nempe Area per rectam è Sole ductam descripta, Temporis instar, æquabiliter augeatur, minore trilinei altitudine majorem ejus basem compensante. Idemque similiter in reliquis Primariis circa Solem motis obtinet: Immo cujusvis ex illis (si Venerem excipias) Semita magis differt à circulo, cujus centrum



trum est Sol, quam ipsius Telluris Semita; ut inferius ostendetur.

Atque deviatio hæc Planetarum circa Solem revolventium à circumferentia circuli Soli concentrici tanta est, tamque sensibilis, ut Astronomos omnes adegerit ad comminiscendum *Orbes Excentricos*: Cumque alium nullum præter perfecte circularem in Cœlis motum esse admittendum pro indubitato haberent, Planetam quemque moveri volebant in Circulo A I P R, cujus centrum C in ea ponebant à Sole in S distantia, quæ ejus motibus congruat. Orbis hujus Excentrici punctum A, à Sole remotissimum, *Aphelium*; P vero *Perihelium*; ambo *Apsides* vocabant; Rectamque A P Apsides conjungentem (in qua etiam Sol locatur) *Lineam Apsidum*; hujusque partem C S *Excentricitatem*. Atque ex hac supposita *Theoria* Planetarum loca satis exacte, calculo subducto, inventa fuere; eorum præsertim, quorum Orbitæ à Circulis non multum abludunt: *ex. gr.* Telluris. Tab. VII. Fig. 1.

Verum cum de Marte ageretur, ex numeris istius Theoriæ prodit ejus locus ab observato diversus satis, ut inde colligatur Orbitam Martis non esse Circularem, sed in locis ab Apsidibus remotissimis I & R aliquantulum depressam, & quasi Ovalem. Ovalis hæc sagacissimo *Keplero*, numeros indefesso labore (in *Commentariis de Stella Martis*) versanti, evasit tandem Ellipsis perfecta, cui iidem sunt Vertices A & P qui prius in Orbita circulari Apsides, iisdemque hic nominibus gaudentes, & Umbilicorum alter ipsum Solis centrum. Quippe sola Ellipsis hæc exhibet Distantias à Sole (sive rectas S E) observatis consentaneas, & Æquationes probas, quibus angulus A S E determinatur ex dato Planetæ motu medio: Hoc est, sola Ellipsis præfinita ejusmodi est, ut Tempus periodicum, sive revolutionis integræ, eandem habeat rationem ad Tempus à discessu ab Aphelio in A, quam Area integra A E P L A ad Aream A S E Q A interceptam inter

 lineam

Tab. VII. Fig. 1. lineam Apſidum S A, & lineam S E (obſervatione cognitam) à Sole ad Planetam protenſam: Hanc autem eſſe conditionem motûs Planetæ cujuſvis circa Solem, patet ex Propoſitione XIII. Præterea locus Telluris in Orbita Elliptica ejuſmodi eſt, ut aliorum circumcirca Planetarum loca in ſuis Orbitis Ellipticis reſpectivis inventa, è Tellure viſa, obſervatis in Cœlo locis exacte congruant; quod in alia quavis Orbita non æque feliciter contingit. Cum igitur Planetarum loca, per calculum ad Orbes Ellipticos accommodatum inventa, locis obſervatis optime conſentiant; ad alterius vero figuræ Orbes neutiquam, niſi quatenus aliæ illæ ad Ellipticas prædictas accedunt; conſtat Orbitas Ellipticas à Planetis revera deſcribi. Planetarum primariorum Orbitæ Ellipticæ, circa Solem in communi Umbilico deſcriptæ, immotæ fere ſunt; hoc eſt, cum Planetæ ad Orbitarum ſuarum Apſides, aliave quævis data puncta, pervenerint, ad eadem proxime Spatii Mundani puncta redeunt: Namque hæ ſolæ obſervatis è Tellure Planetarum locis inter Fixas ſatisfaciunt.

PROPOSITIO XXXV.

Quilibet Cometa movetur in Sectione Conica, cujus Umbilicorum alter eſt Sol.

TAles namque Orbitæ eæque ſolæ obſervatis Cometarum locis omnibus conveniunt. Verum quidem eſt *Keplerum*, & hunc ſequutos Philoſophos non paucos, Cometarum Trajectorias poſuiſſe Rectas lineas; & inde Cometarum quorundam loca obſervatis ſatis congrua calculo ſubduxiſſe. Atque hoc fieri poterit, licet Cometa in Sectione Conica feratur, ſi obſervetur tantum in Orbitæ ſuæ parte quæ à Recta non multum abludit. Sit Fig. 2. A P V B C Coni Sectio valde excentrica; hoc eſt, in qua Diſtantia Focorum ejus Axi tranſverſo eſt fere æqualis: hujus Focus alter ſit S Solis centrum. Fieri poteſt ut

ut Cometa observetur, dum Orbitæ suæ partem A P percurrit; & tempore reliquo, dum à P per V, B ad C transit, (ubi in regiones longinquas abiens visui se subducit,) sub radiis Solaribus delitescat, respectu observatoris in Tellure circa Solem S mota: Vel fieri potest ut Cometa percurrens A P V B sub Solis radiis abscondatur, (situ & motu Telluris ita ferentibus,) & tunc demum observetur, cum ad B pervenerit Lineam B C descripturus; & in utroque casu Semita Cometæ à recta non differet sensibiliter. In priore casu Cometæ à Sole absorberi videbuntur; quippe tunc visi dum ad Solem appropinquarent; postea vero conspectum fugientes, ac proinde pro destructis habiti: in posteriore è Sole oriri; nempe primum visi cum ab illo in regiones longinquas ascenderent. Porro, cum Cometa in suo versus Solem descensu (ut in A P) observatur, ad Solem postea appropinquans, & sub ejus radiis ad aliquod tempus delitescens, (nempe dum P V B describit,) & ad alteras Solis partes insperato emergens, & Caudâ (propter rationes suo loco tradendas) insigniter productâ; pro novo & à priore diverso plerumque habetur; & illius Trajectoria A P Recta, hujus vero B C. Harum etiam Trajectoriarum (dum singulares habentur) diversitas, & quasi contrarietas, etiam Astronomos quosdam ita fefellit, ut asseruerint non esse eundem Cometam qui utramque descripsit. Neque Error hic facile corrigitur in Cometa ad eundem locum, quantum per observationes adhuc vulgo constat, nunquam revertente. Ex quibus omnibus constat, cur Trajectoriæ Rectilineæ Cometarum motibus plerumque respondeant; quod nempe una tantum ejus portio pro integra Trajectoria habeatur: At si tota simul consideretur, tam in descensu versus Solem quam in ascensu ab illo, alia nulla præter Coni Sectionem congruere deprehendetur.

Tab. VII. Fig. 2.

Fig. 2.

Ex tribus vero Sectionibus Coni, Ellipsis, in cujus

Focorum altero eſt Solis centrum, Cometæ motibus eſt maxime accommoda; ut ſuo loco oſtendetur: Et ſi Cometæ corpora ſunt perennia in Orbem redeuntia, aliæ nullæ ſunt præter Ellipſes, quæ illis congruant. Verum loco portionis prope verticem Ellipſis admodum excentricæ, qualem Cometæ motus exigit, tuto ſubſtitui poterit portio Parabolæ eodem vertice & Umbilico deſcriptæ, quæ ab illa non differt ſenſibiliter. Atque ipſa hæc Parabolica curva eſt vera ejus Trajectoria, ſi in Orbem non redit: vel forſitam Hyperbolica, modo tales exſtiterint Cometæ, quorum motibus Hyperbolicæ Trajectoriæ melius congruunt quam Parabolicæ.

PROPOSITIO XXXVI.

Planeta quivis ſecundarius circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt centrum Primarii.

QUod attinet ad Lunam Telluris comitem, hæc ſemel in ſua circa Tellurem revolutione minor apparet, ſimul & cæteris paribus tardior; & in parte Orbis oppoſita, major & velocior: unde patet ejus Orbitam eſſe Telluri excentricam. Quod vero Ellipſis ſit focum in Telluris centro habens, ſimilibus rationibus conſtat, quibus (Prop. XXXIV.) conſtitit Planetarum primariorum ſemitas circa Solem eſſe Ellipticas: Ex aſſumpta ſcilicet Lunæ via Elliptica prodeunt Lunæ diſtantiæ à Terra obſervatis conſentaneæ, & æquationes probæ, quales ex alia quavis non inveniuntur. Atque hæc omnia ſatellitum Jovis & Saturni Orbitis etiam conveniunt: hæ tamen proxime accedunt ad Circulos Jovi & Saturno concentricos.

Quamvis Orbitæ Ellipticæ, in quibus Planetæ primarii circa Solem revolvuntur, immotæ fere ſunt, (ut in præcedente dictum;) in Planetis ſecundariis res aliter ſe habet:

bet: Horum enim motus, ex causis inferius explicandis, ita perturbantur, ut non eædem perpetuo Ellipses (etiam abstrahendo à motu Primarii) de novo describantur. Sed ut illorum Orbitæ ad Ellipses reducantur, oportet concipere Ellipsin quamque à Planeta secundario descriptam etiam motam, sic ut manentibus Ellipsis plano, & foco in centro Primarii fixo, Axis Ellipsis circa focum immotum feratur motu angulari, in consequentia. Verum motus hic tam tardus est & insensibilis, (quippe qui etiam in Luna plusquam centies tardior est quam ipsa Luna,) ut hoc loco merito sit negligendus; & Ellipses, quas secundarii describunt circa suos primarios, pro immotis habendæ, nisi quatenus una cum primariis circa Solem deferuntur.

PROPOSITIO XXXVII.

Si corpus secundum directionem rectæ cujusvis projiciatur, & simul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad centrum S, *ita ut motu ex hisce duobus composito, describat curvam* A P p; *hanc vero tangat in puncto quovis* P *recta* P R, *& à puncto* B, *ipsi* P *proximo, ducatur* B D *recta* S P *normalis, &* B R *eidem* S P *parallela; similisque fiat constructio ad aliud quodvis curvæ punctum* p. *Dico Vim centripetam in* P *esse ad Vim centripetam in* p, *sicut* $\frac{Spq \times bdq}{br}$ *ad* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$: *sive Vim centripetam in* P *esse reciproce ut Solidum* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, *ubi figura* P R B D *est indefinite parva.* Tab. VII. Fig. 3.

Vis in P ad centrum S tendens, vocetur V. Tempus quo percurritur arcus minimus P B, vel quo corpus, solâ Vi insitâ, percurreret tangentem minimam P R, vocetur T. Vis centripeta in p agens, vocetur v: & tempus quo $p\,b$ percurritur, vel quo tangens $p\,r$ percurreretur, vocetur t. Sumatur arcus P β, quem corpus percurrit æquali

Tab. VII. Fig. 3. quali tempore quo $p\,b$ arcum; & ducatur $\beta\,\rho$ parallela ad P S. Hisce positis, ratio lineolæ B R ad lineolam $b\,r$ componitur ex ratione B R ad $\beta\,\rho$, & ratione $\beta\,\rho$ ad $b\,r$: Sed (per Proposit. XXIV.) B R est ad $\beta\,\rho$ in duplicata ratione arcûs P B ad arcum P β; & hi arcus, cum sint minimi, sunt ut triangula æquialta B S P, β S P; hoc est, (per Prop. XII,) ut tempora quibus, radio ad S ducto, describuntur; sive, per constructionem, ut tempora quibus describuntur arcus P B, $p\,b$. Rursus, lineola $\beta\,\rho$ est ad lineolam $b\,r$ ut causæ ipsarum productrices; hoc est, ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in p. Et igitur ratio lineolæ B R ad lineolam $b\,r$ componitur ex ratione duplicata temporum quibus percurruntur P B, $p\,b$, & ratione Vis centripetæ in P ad Vim centripetam in p: hoc est, in symbolis, $\frac{BR}{br} = \frac{T^2}{t^2} \times \frac{V}{v}$; sive $\frac{BR}{br} = \frac{T^2 \times V}{t^2 \times v}$. Adeoque $\frac{V}{v} = \frac{BR \times t^2}{br \times T^2}$. Sed (per Prop. XI.) T est ad t sicut area S B P ad aream S $b\,p$; sive ut illius duplum S P × B D ad hujus duplum S p × $b\,d$. Positâ ergo, loco rationis $\frac{t^2}{T^2}$, ejus æquali $\frac{Spq \times bdq}{SPq \times BDq}$, fiet $\frac{V}{v} = \frac{BR \times Spq \times bdq}{br \times SPq \times BDq}$, sive V ad v sicut B R × S $p\,q$ × $b\,d\,q$ ad $b\,r$ × S P q × B D q; id est, (applicando ad B R × $b\,r$,) sicut $\frac{Spq \times bdq}{br}$ ad $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Vis igitur in P ad S tendens est reciproce ut $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, Solidum sc. nascens vel evanescens. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Unde, si detur figura quævis, (ut A P p,) & in ea punctum S, ad quod Vis centripeta dirigitur; inveniri potest

potest Lex Vis centripetæ, quâ corpus à cursu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo describet; modo Vis hæc componatur cum idonea Vi secundum figuræ tangentem impressa. Quippe Lex quæsita est (per Prop. hanc XXXVII.) ut Vis sit reciproce ut nascens Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, ex data figuræ natura computandum. Hujus rei dabimus exemplum illustrius ab ipsa rerum natura petitum. Tab. VII. Fig. 3.

PROPOSITIO XXXVIII. LEMMA.

Si Ellipsin API, *cujus foci* S *&* F, *tangat recta* ZPR *in puncto quovis* P, *& huic per centrum* C *ducatur parallela diameter* IK; *recta* SP, *focorum alterutrum (ut* S*) & contactûs punctum jungentis, portio* EP *inter dictas parallelas interjecta, æqualis est Ellipsis semiaxi majori* CA. Fig. 4.

PEr focum alterum F ducatur FH ad PR parallela, ipsi SP occurrens in H. Quoniam (per *Prop.* XLVIII. *Lib.* 3. *El. Conic. Apollonii*) anguli FPZ, HPR sunt æquales, & hisce alterni PFH, PHF æquantur; unde PH æqualis PF. Rursus (per II. El. 6.) erit SE æqualis EH, quia SC æqualis CF; cumque SH sit differentia rectarum PS, PH, erit eadem & differentia ipsarum PS, PF; & EH semi-differentia earundem. Et igitur PE (conflata nempe ex minore & semi-differentia) æqualis est semi-summæ ipsarum PS, PF. Sed (per *Prop.* LII. *Lib.* 3. *El. Conic.*) rectæ SP, PF simul sumptæ æquantur axi majori: Quare & semisumma ipsarum (hoc est, ipsa EP) semiaxi majori CA æqualis est. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Revolvatur corpus in Ellipsi; quæritur Lex Vis centripetæ tendentis ad Focum Ellipsis.

Tab. VII. Fig. 5. SIt Ellipsis A P M, cujus perimeter à corpore revolvente describitur; hujus focus sive umbilicus alter S, ad quem dirigitur Vis quâ corpus à motu rectilineo retractum in Orbita Elliptica retinetur: Quæritur hujus Lex.

Ducantur Ellipsis axes conjugati T A, G Y, in centro C se invicem decussantes. Et per quodlibet in ejus perimetro punctum P ducantur recta P Z Ellipsin contingens, & diameter P M, & huic conjugata I C K ad P Z parallela, ad quam ex P demittatur normalis P N. Compleatur parallelogrammum P C I H; rectaque I H Ellipsin continget per XVII. *Lib.* I. *Conic.* Jungatur S P secans I K in E. Per B ipsi P proximum ducantur B R ad P S, & B X ad P Z parallela, rectæ S P in X, & M P in O occurrens. Vis centripeta ad S tendens est (per Prop. XXXVII.) recipoce ut Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Hoc proinde ex Ellipsis natura est computandum. In quem finem Ellipsis *Latus Rectum Principale*, sive ad axem mâjorem T A pertinens, vocetur L. Ratio ipsius L × B R ad B D q componitur ex rationibus L × B R ad L × P O, L × P O ad M O × P O, M O × P O ad B O q, B O q ad B X q, & B X q ad B D q: Sed ratio ipsius L × B R ad L × P O, sive (per Prop. I. El. 6) ipsius B R aut P X ad P O, æqualis est rationi P E ad P C, (per Prop. II. El. 6,) quia X O est parallela E C; & (per præced.) P E æqualis A C: Ergo ratio ipsius L × B R ad L × P O æqualis est rationi A C ad P C. Porro, ratio L × P O ad M O × P O est eadem cum ratione L ad M O. Et ratio ipsius M O × P O, sive M O P rectanguli, ad B O q eadem est (per XXI. *Lib.* I. *Conic.*) cum ratione

ratione rectanguli M C P (hoc est C P q) ad I C q. Et, in casu præsenti, ratio B O q ad B X q est ratio æqualitatis; nam, coeunte puncto B cum P, B O fit ipsi B X æqualis. Denique, ratio B X q ad B D q æqualis est rationi P E q ad P N q: (Triangula enim B D X, P N E sunt æquiangula, ob angulos ad D & N rectos; & B X D, P E N alternos in duabus parallelis B X, E N itidem æquales.) Et P E q est æquale C A q, quia ipsæ rectæ (per præced.) æquantur: Ergo ratio B X q ad B D q eadem est cum ratione C A q ad P N q. Porro, (per *Prop.* LXXII. *Lib.* 4. *Gregorii à S*[to]. *Vincentio*,) rectangulum sub G C & C A æquale est parallelogrammo P C I H; hoc est, rectangulo sub I C & P N: Quare (per XVI. El. 6.) C A est ad P N ut I C ad G C; ergo & C A q ad P N q ut I C q ad G C q: Et igitur ratio B X q ad B D q eadem est cum ratione I C q ad G C q. Quoniam igitur ratio ipsius L × B R ad B D q componitur ex rationibus L × B R ad L × P O, L × P O ad M O × P O, M O × P O ad B O q, B O q ad B X q, & B X q ad B D q; componitur etiam ex rationibus hisce respective æqualibus; nimirum ex rationibus A C ad P C, L ad M O, C P q ad I C q, & I C q ad G C q; adeoque æqualis erit rationi A C × L × P C q ad P C × M O × G C q: Sed (per *Prop.* XIII. *Lib.* I. *Conic.*) A C × L = 2 G C q. Posito ergo hoc illius loco, erit ratio L × B R ad B D q æqualis rationi 2 G C q × P C q ad P C × M O × G C q; hoc est, rationi 2 P C ad M O: Atqui (in casu præsenti, cum punctum B est ipsi P proximum) punctum O minime distat à P puncto; hoc est, M O æquatur 2 P C; & igitur, in hoc casu, L × B R æquatur B D q. Quoniam ergo, in Ellipsi, B D q = L × B R, erit $\frac{SPq \times BDq}{BR} = \left(\frac{SPq \times L \times BR}{BR} =\right)$ S P q × L: Huic ergo Solido Vis centripeta est reciproce proportionalis; & L est recta constans & invariata. Ergo Vis centripetæ ad Ellipsis umbilicum tendentis, (qua corpus à cursu recti-

Tab. VII. Fig. 5.

rectilineo perpetuo retractum in figuræ istius perimetro detinetur, eumque revolvendo describit,) ea est Lex, ut sit Quadrato distantiæ loci P à centro S reciproce proportionalis. Quod erat inveniendum.

COROLLARIUM I.

Tab. VII. Fig. 6. Si Ellipsis focus S, ad quem Vis tendit, una cum vertice proximo T maneat; alter vero F, ad hunc appropinquando, tandem cum illo coincidat: Corpus P, eodem modo quo prius in perimetro Ellipsis, nunc in Circuli perimetro detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, & eâdem quâ prius lege urgente. Et sicut Circulus potest à corpore describi, urgente Vi quâlibet centripetâ tendente ad punctum situm extra rectam, secundum quam solâ Vi insitâ moveretur, (ut Prop. XXIX. dictum;) ita Recta describetur à corpore quod urgetur à Vi nulla tendente ad punctum extra dictam Rectam situm: Nam, si manente utroque Ellipsis vertice foci ad illos accedant, Ellipsis in Rectam mutabitur. Ad reliquas omnes Lineas, præter Rectam & Circularem, describendas, particulari opus est Lege Vis centripetæ.

COROLLARIUM 2.

Fig 7. Si Ellipsis focus S, ad quem ceu centrum Vis dirigitur, una cum vertice proximo T maneat, alter vero focus F magis magisque elongetur, & tandem in infinitum abeat; corpus P eodem modo quo prius in perimetro figuræ T P detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, cujus eadem est quæ prius Lex. Atqui in hoc casu Ellipsis mutatur in Parabolam: Et igitur Lex Vis centripetæ tendentis ad umbilicum Parabolæ, quâ corpus in hujus figuræ perimetro detinetur, ea est, ut sit Quadrato distantiæ ab umbilico reciproce proportionalis.

COROL-

COROLLARIUM 3.

Si, reliquis uti prius manentibus, Ellipsis umbilicus alter F ad distantiam plusquam infinitam abeat; (hoc est, si à tergo redeat versus T, faciatque nunc vertices A & T inter focos S & F; cum prius fuerint foci S & F inter vertices A & T,) in quo casu Ellipsis mutatur in Hyperbolam; corpus eâdem Lege Vis centripetæ agitatum quâ prius, (nempe ut Vis illa augeatur in ratione quâ Quadratum distantiæ à centro diminuitur,) in perimetro hujus Hyperbolæ moveri perget. Tab. VIII Fig. 1.

COROLLARIUM 4.

Quod si Ellipsis superioris maneant focus F, eique proximus vertex A, dum interim focus alter S, ad quem Vis dirigitur, magis magisque elongatus, tandem in infinitum abeat, (hoc est, si Ellipsis vertatur in Parabolam;) Vis centripeta, quæ dirigitur ad punctum S infinite distans, sive secundum rectas Parabolæ axi A F parallelas, quâque urgetur corpus in perimetro motum, evadet æquabilis: Nam distantiæ à centro infinite dissito, quarum intervalla sunt finita, æquales sunt. Adeoque Vis, quæ est reciproce ut Quadratum illius distantiæ, æquabilis est. Et è converso, corpus quod urgetur à Vi æquabili tendente ad centrum infinite dissitum, quæque proinde dirigitur secundum rectas datæ cuidam parallelas, motu suo describet Parabolam, cujus axis prædictæ rectæ parallelus est. Atque hoc est celebre *Galilæi* Theorema de Projecti semita. Fig. 2.

COROLLARIUM 5.

Reliquis ut in Corollario præcedente manentibus, si focus S (scil. centrum ad quod Vis dirigitur) ad distantiam abeat plusquam infinitam, ut in Corol. 3. foco F contigit; tum Ellipsis vertetur in Hyperbolam, & corpus detinebitur in perimetro figuræ sic mutatæ, per Vim quæ Fig. 3.

 secun-

ſecundum rectas s p quidem dirigitur, & quæ Quadrato diſtantiæ loci à centro s eſt reciproce proportionalis; ſed quæ reſpectu puncti s eſt centrifuga, quia Curva A P eſt verſus illud convexa.

Sicut Ellipſis deſcribitur à corpore quod urgetur à Vi ad focorum alterutrum (quia internum) tendente, & ſecundum legem Propoſitionis præcedentis agente; & Hyperbola, dum Vis centripeta ejuſdem Legis ad focum internum tendit, vel dum dicta Vis centripeta mutatur in centrifugam tendentem à foco exteriore: Ita Parabola, inter ſectiones dictas quaſi intermedia, naturam utriuſque etiam hic participat; deſcribiturque urgente Vi centripetâ ejuſdem Legis ad focum internum tendente, (ut in utraque præcedentium.) & etiam urgente Vi centripetâ ad focum alterum, vel centrifugâ ab illo altero tendente, (ad morem Ellipſis & hyperbolæ reſpective;) prout nimirum focus iſte alter ad partes Curvæ cavas vel convexas poſitus cenſetur: Poteſt namque utrolibet modo conſiderari, cum ſit infinite diſſitus.

COROLLARIUM 6.

Vide Figuras præcedentes.

Ex hac Propoſitione cum ſuis Corollariis ſequitur, quod ſi corpus quodvis ſecundum lineam quamvis rectam P R quacunque cum Velocitate exeat de loco quolibet P, & ſimul urgeatur à Vi centripeta, quæ ſit reciproce proportionalis Quadrato diſtantiæ loci à centro s, extra prædictam rectam ſito; movebitur hoc corpus in aliqua Sectionum conicarum, umbilicum habente in centro ad quod Vis tendit. Nam in nullam Lineam præter Rectam & coni Sectiones poterit (per motum alterutrius foci in axe eove producto) præcedentis Propoſitionis Ellipſis mutari. Et Sectionis hujus latus rectum principale (ad axem majorem pertinens) ſive L, ex ipſius Propoſitionis demonſtratione (in qua oſtenſum eſt $L \times BR = BD\,q$) eſt tertia proportionalis ipſis B R & B D naſcentibus.

PRO-

PROPOSITIO XL.

Si corpora plura revolvantur circa centrum commune, & Vis centripeta sit reciproce ut Quadratum distantiæ à centro; dico quod Quadrata Temporum periodicorum in Ellipsibus sunt ut Cubi transversorum axium.

SInt duæ quævis Orbitæ A P T, *a p t* circa communem focum S, in quibus superior constructio manere supponatur. Harum latera recta, sive L & *l*, (per Corol. 6. Propositionis præcedentis,) æquantur $\frac{BDq}{RB}$, $\frac{bdq}{rb}$ respective; coeuntibus nempe B & P, item *b* & *p*. Sed R B est ad *r b* (cum simul generentur) ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*; hoc est, ex hypothesi, ut S *p q* ad S P *q*: Et igitur L . *l* :: ($\frac{BDq}{Spq} . \frac{bdq}{SPq}$ ::) B D *q* × S P *q*. *b d q* × S *p q*. Et B D × S P est ad *b d* × S *p* ut ipsorum semisses; hoc est, ut areæ à corporibus P & *p* simul descriptæ: Et igitur L & *l* sunt ut Quadrata arearum quas corpora, radiis ad commune centrum S ductis, eodem tempore describunt; hoc est, dictæ areæ simul descriptæ sunt in subduplicata ratione laterum rectorum. Cumque integræ Ellipsium areæ sint ut harum particulæ simul descriptæ, ductæ in respectiva tempora periodica; erunt areæ illæ integræ inter se in ratione composita ex ratione subduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum. Porro, (per *Prop.* CXCI. *Lib.* 4. *Gregorii à S^{to}. Vincentio*,) Ellipsis A G T Y est ad *a g t y* ut A T × G Y ad *a t* × *g y*: Adeoque etiam rectangula sub axibus Ellipsium sunt in ratione composita ex ratione subduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum; hoc est, ut $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in A P T ad $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *a p t*. Porro, ex natura Ellipsis, G Y est media geometrica inter L &

A T,

Tab. VIII. Fig. 4.

A T, & $g\,y$ inter l & $a\,t$; five G Y $=$ $L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{1}{2}}$, & $g\,y = l^{\frac{1}{2}} \times a\,t^{\frac{1}{2}}$. Unde $L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{3}{2}} . \; l^{\frac{1}{2}} \times a\,t^{\frac{3}{2}}$ :: ($GY \times AT . \; g\,y \times a\,t$ ::) $L^{\frac{1}{2}} \times$ tempus periodicum in A P T . $l^{\frac{1}{2}} \times$ tempus periodicum in $a\,p\,t$. Applicando ergo antecedentes ad $L^{\frac{1}{2}}$, & confequentes ad $l^{\frac{1}{2}}$, & quadrando terminos inde refultantes, fiet A T Cubus ad $a\,t$ Cubum ut Quadratum Temporis periodici in Ellipfi A P T ad Quadratum Temporis periodici in Ellipfi $a\,p\,t$. Quod erat demonftrandum.

Tab. VIII. Fig. 4.

COROLLARIUM I.

Quoniam Circulus eft Ellipfis fpecies; nempe ubi focus uterque cum centro coincidit, & axis major æqualis cuivis diametro; patet Quadrata Temporum periodicorum corporum in Ellipfi & Circulo circa idem centrum revolventium effe ut Cubos tranfverforum axium: Adeoque fi axes illorumque Cubi fuerint æquales, Temporum periodicorum Quadrata, ipfaque proinde Tempora periodica, æquabuntur: hoc eft, cum idem eft centrum Virium, Tempora periodica in Ellipfibus eadem erunt atque in Circulis, quorum diametri æquantur majoribus axibus Ellipfium.

COROLLARIUM 2.

Ex demonftratione Propofitionis patet, quod Orbium quorumcunque à corporibus circa commune centrum revolutis, & à Vi centripeta, quæ eft reciproce in duplicata ratione diftantiæ à centro, agitatis, defcriptorum latera recta funt in duplicata ratione arearum quas corpora, radiis ad centrum ductis, eodem tempore defcribunt: Hoc enim oftenfum eft univerfaliter de quibufvis Orbibus, five Ellipticis, five Parabolicis, five Hyperbolicis, antequam ad Ellipfes ratiocinatio eft reftricta; in quibus folis Tempus periodicum locum habet.

PRO-

PROPOSITIO XLI.

Manente eâdem Lege Vis centripetæ; dico quod corporum, circa commune centrum revolventium, Velocitates in quibusvis punctis sunt inter se in ratione composita ex ratione subduplicata laterum rectorum principalium, pertinentium ad Lineas quas describunt, & ratione inversa perpendiculorum à communi centro demissorum in rectas tangentes ad puncta ubi versantur corpora.

Revolvantur corpora P & p circa commune centrum S in Lineis quibusvis P B, p b. Quoniam corpora, ex hypothesi, urgentur à Vi centripeta, quadrato distantiæ loci à centro reciproce proportionali; erunt (per Corol. 6. Prop. XXXIX.) Lineæ hæ Sectiones coni, quarum focus est S. Vocentur illarum latera recta principalia L & l. Ab S demittantur S N, S n normales in rectas P R, p r in P & p tangentes. Dico velocitatem corporis P esse ad velocitatem corporis p in ratione composita ex ratione $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$, & ratione S n ad S N; sive ut $L^{\frac{1}{2}} \times S\,n$ ad $l^{\frac{1}{2}} \times S\,N$. Tab VIII. fig. 5.

Sumantur arcus P B, p b eodem minimo tempore descripti; & per B ducatur B X ad R P parallela, & B D ad S P normalis; simileque fiat ad b. Velocitates in P & p sunt ut nascentes arcus P B, p b; quippe viæ simul percursæ: hoc est, ut hisce æquales P R, p r rectæ. Porro, ob triangula rectangula B D X, S N P habentia angulos B X D, S P N æquales propter parallelas B X, N P; est S N. S P : : B D. B X; & ideo B X vel huic æqualis $PR = \frac{SP \times BD}{SN}$. Et, propter similes rationes, $pr = \frac{S\,p \times b\,d}{S\,n}$. Sed S P × B D, S p × b d sunt inter se ut eorum semisses, nempe trilinea S P B, S p b; hoc est, sicut areæ à corporibus P & p simul descriptæ, quæ rursus (ex Cor. 2. Prop. præc.) sunt in subduplicata ratione laterum recto-

Tab. VIII. Fig. 5. rum L & l; ſive ſicut $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$. Et igitur PR eſt ad pr, ſive Velocitas corporis in P ad Velocitatem corporis in p ſicut $\frac{L^{\frac{1}{2}}}{SN}$ ad $\frac{l^{\frac{1}{2}}}{Sn}$: : $L^{\frac{1}{2}} \times Sn \,.\, l^{\frac{1}{2}} \times SN$: hoc eſt, in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum ad figuras PB, pb pertinentium, & ratione inverſa perpendiculorum à centro virium S in tangentes demiſſorum. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM 1.

Hinc Velocitates corporum, in maximis & minimis ab umbilico communi, circa quem gyrantur, diſtantiis, ſunt in ratione compoſita ex ſubduplicata ratione laterum rectorum, & ratione inverſa diſtantiarum à dicto communi umbilico. Nam, in maxima vel minima diſtantia ab umbilico, perpendicularis in tangentem eſt ipſa diſtantia. Si diſtantiæ hæ à centro fuerint æquales, Velocitates, in iſto temporis articulo, erunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum; alterâ iſtâ diſtantiarum inverſâ in rationem æqualitatis mutatâ. Et ſi figurarum altera ſit Circulus, erit Velocitas in Sectione conica, in maxima vel minima ab umbilico diſtantia, ad velocitatem in Circulo in ſubduplicata ratione lateris recti ſectionis ad diſtantiam duplicatam.

COROLLARIUM 2.

In eadem figura, & etiam diverſis, quarum latera recta ſunt æqualia, Velocitas corporis eſt reciproce ut perpendiculum demiſſum ab umbilico, ſive virium centro, ad tangentem: Nam ſubduplicata ratio laterum rectorum eſt in hoc caſu ratio æqualitatis. Adeoque Velocitates corporis in Ellipſi gyrantis, in maxima & minima ab umbilico diſtantia, ſunt inverſe ut diſtantiæ. Nam, in hoc caſu, diſtantiæ ſunt ipſa perpendicula in tangentes Orbitam.

COROL-

COROLLARIUM 3.

Motus apparentes corporis in Orbitæ verticibus principalibus A & P, è centro virium S ſpectati, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum S A, S P. Sumantur enim ad vertices A & P arcus minimi A *a*, P *p*, à corpore circa S revoluto æqualibus temporibus minimis deſcripti; & jungantur S *a*, S *p*. Erunt corporis motus ex S apparentes, anguli A S *a*, P S *p*. Angulorum A S *a*, P S *p* ratio componitur ex ratione A *a* ad P *p* (cum arcus hi minime differant ab arcubus circularibus centro S deſcriptis) & ratione S P ad S A; nempe inverſa radiorum. Sed quoniam A *a*, P *p* æqualibus temporibus deſcribuntur, erunt illi ut Velocitates in A & P; quæ (per præced. Corol.) ſunt ut S P ad S A. Et igitur A S *a* eſt ad P S *p* ut S P *q* ad S A *q*. Tab. VIII. Fig. 6.

COROLLARIUM 4.

Et hinc rurſus ſequitur, ſi Orbita ad Circulum proxime accedat, eſſe motus corporis apparentes ex centro S ſpectatos in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab eodem quam proxime. Nam, in iſto caſu, rectæ ab S in Orbitam cadentes ſunt omnes proxime ad Orbitam perpendiculares.

COROLLARIUM 5.

Ex Corollario 2. ſequitur quod ſi corpus, in quavis Sectione conica A D P (ut dictum eſt) motum, Velocitate quam habet in quovis puncto P, relictâ curvâ, progrederetur uniformiter in recta P Q curvam in P tangente; area S P Q, quam radio ad S ducto deſcriberet, æqualis eſſet areæ S A D, quam (eodem vel æquali tempore) in Sectione conica retentum deſcribit idem vel aliud corpus. Sumantur lineolæ A *a*, P R, eodem minimo tempore à duobus mobilibus deſcriptæ; & à Sectio- Fig. 7.

 nis

Tab. VIII. Fig. 7. nis umbilico S ad tangentes AH & PQ demittantur perpendiculares SH, SN. Per Corollarium 2, Velocitas in A est ad Velocitatem in P ut SN ad SH: Sed ut Velocitates in A & P, ita spatia eodem tempore à mobilibus percursa; nempe A*a* & PR. Et igitur A*a* est ad PR sicut SN ad SH. Unde triangulum SA*a* triangulo SPR est æquale. Cumque istud ubique obtineat in triangulis minimis trilinea SAD & SPQ constituentibus, & porro spatia SAD, SPQ ex æqualibus numero triangulis conflentur, quia æqualia insumuntur tempora in percurrendis lineis AD & PQ; patet triangulum SPQ æquale esse areæ SAD.

PROPOSITIO XLII.

Planetæ primarii & Cometæ hâc lege circa Solem moventur, ut motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili secundum rectam tangentem Orbitam, & altero ad Solis centrum tendente, in quo Vis acceleratrix est quadrato distantiæ à dicto centro reciproce proportionalis.

QUilibet è Planetis primariis (per Prop. XIII.) urgetur à Vi tendente ad Solis centrum, & (per XXXIV.) describit perimetrum Ellipsis, cujus umbilicus est Sol; quæ de Cometarum quolibet (per Propositiones XIV. & XXXV.) etiam vera sunt; vel saltem Cometa quivis, dum urgetur à Vi tendente ad Solem, aliam quandam eodem foco gaudentem coni Sectionem describit. Et igitur (per Prop. XXXIX. ejusque Corollaria) horum quilibet urgetur à Vi æquabili secundum rectam tangentem Orbitam impressa, & ab alia, quâ à dicta tangente retrahitur & in Orbita curvilinea retinetur, quæ ad Solis centrum in sectionis umbilico positum tendit, & est quadrato distantiæ ab illo reciproce proportionalis. Quod erat demonstrandum.

Concipiendi igitur sunt Planetæ primarii & Cometæ quasi

quasi totidem Projecta, quæ nempe à duabus Viribus urgentur: Nam hoc modo, eoque solo Orbitas describunt, quales observata produnt. Et Vis, quæ Projectilia hæc à motibus rectilineis retrahit, hæc est Lex, ut augeatur prout minuitur quadratum distantiæ projecti Planetæ vel Cometæ à centro Solis: quam esse legem quâ Planetæ ad Solem tendunt, etiam aliunde quam ex figura semitæ, Prop. XXVIII. ostensum est.

PROPOSITIO XLIII.

Orbium Planetariorum Nodi & Apsides quiescunt.

Quoniam per Prop. XI. Planeta quilibet in plano immoto revolvitur, binorum quorumvis planorum communis sectio etiam immota manet: Sed cujuslibet intersectio cum plano Orbis Telluris est Linea Nodorum istius Planetæ. Istius igitur, similiter que omnium, Nodi quiescunt. Porro, Planeta quilibet describit, in plano immoto, Ellipsin perpetuo eandem sive immotam, (per Prop. XXXIV.) & proinde ejus Apsides etiam quiescunt. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Cum stellæ Fixæ cujusvis simile sit officium (quantum hominibus conjicere datur) atque ipsius Solis; nempe ut circa illius corpus immensum alia minora corpora tanquam Planetæ circumrotentur; similes erunt & affectiones aliæ: nimirum illarum, sicut & nostri Solis, nullus aut insensibilis erit motus; quod ex earum constanti & perpetuo eadem distantia mutua ulterius liquet. Unde idem erit situs Nodorum Apsidumque Orbium Planetariorum ad Fixas.

SCHOLIUM.

Propositio hæc vera est, si spectetur sola Vis centripeta Planetarum in Solem, ut hucusque factum: Verum

 si con-

ſi conſiderentur actiones Planetarum & Cometarum in ſe mutuo, paulo ſecus res ſehabere deprehenditur; ut ſuo loco manifeſtum fiet. At actionum iſtarum effectus propter virium producentium parvitatem exigui admodum, & quaſi nulli ſunt; ideoque hoc loco negligendi. Immo tam parvi ſunt motus Nodorum & Apſidum Planetarum primariorum, ut etiam in calculo Aſtronomico à magni nominis Viris penitus ſit neglectus, & Nodi Apſideſque pro immotis habiti.

PROPOSITIO XLIV.

Planetæ & Cometæ in Cœlis quam liberrime moventur; & proinde eorum motus diutiſſime conſervari poteſt.

NAm, Prop. XXXIX. (ubi determinatur Lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus, quod revolvitur in perimetro Ellipſis aut alterius Sectionis coni, cujus focorum alter eſt centrum ad quod Vis tendit) ſuppoſuimus motum utrumque, ex quibus componitur motus in curva Elliptica, Parabolica vel Hyperbolica, omnino liberum, nec illi quicquam obſtare aut reſiſtere. Cum igitur Planetæ perfectas Ellipſes, quarum communis umbilicus eſt Sol, motu ſuo deſcribant, & Ellipſes has denuo repetant; patet è converſo Planetarum motus ab omni reſiſtentia eſſe prorſus immunes; hoc eſt, Planetas quam liberrime in Cœlis moveri. Porro, ſi Planetæ abſque reſiſtentia quam liberrime moventur, idem & Cometis contingit; quippe per regiones Planetarum, quamdiu à Terricolis videntur, motis, in viis quæ ſunt vel Ellipſes veræ, vel Ellipſium ſpecies; Parabolæ nimirum vel Hyperbolæ, quarum umbilicus eſt Sol; quibus deſcribendis eâdem opus eſt immunitate ab omni reſiſtentia. Et medii reſiſtentiam in regionibus Syſtematis Solaris ultra Planetas, non eſſe majorem quam in regionibus Planetariis veriſimillimum eſt. Si enim vel minima ſenſibilis foret in Cœlis reſiſtentia, certe

certe eædem viæ à Planetis circa Solem, projectorum more latis, non describerentur, quæ ipsis liberrime motis competere demonstratæ sunt: Sed prorsus sicut, in aere nostro, semita projecti valde diversa deprehenditur à Parabolica quæ demonstrata est illi competere, si nulla foret medii resistentia; ita Planetarum viæ, saltem in pluribus revolutionibus, immane quantum ab Ellipsibus discrepare deprehenderentur; neque Ellipses magnitudine & positione eædem cum describendis à Planetis, per spatia libera motis, illorum locis tam olim quam recenter observatis adeo exacte congruerent, atque calculo rite subducto fieri compertum est. Nulla ergo est: Sed Planetæ & Cometæ quam liberrime in Cœlis moventur, & propterea eorum motus diutissime conservari potest. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLV.

Planetæ secundarii circa Primarios suos hâc lege moventur, ut, præter Vim omnem acceleratricem quâ Primarius urgetur, motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili secundum rectam Orbitam tangentem, & altero ad Primarii centrum tendente, in quo vis acceleratrix est quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalis.

Sepositâ Vi omni acceleratrice quâ primarius urgetur, (ut Prop. XX. factum est,) quilibet Planeta secundarius (ex Prop. XXXVI.) circa suum Primarium revolvitur in perimetro Ellipsis umbilicum in Primarii centro habentis, ad quod (per dictam Prop. XX.) tendit vis centripeta, quâ à motu rectilineo retrahitur: (deformitas enim Ellipsis à motu Apsidum vel aliunde tantilla est, ut hic sit negligenda:) Et igitur (per Prop. XXXIX.) lex vis centripetæ tendentis ad Primarii centrum ea est, ut dicta vis sit quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalis: hâc enim solâ corpus à motu rectilineo in tan-

tangente à vi insita orto retrahitur, & in Orbitâ Elliptica retinetur. Hi ergo duo motus, (nimirum alter in tangente æquabilis, alter vero versus Primarii centrum tendens, & auctus in ratione quâ quadratum distantiæ satellitis ab illo diminuitur,) inter se compositi, Planetam secundarium (projecti instar) Orbitam Ellipticam describere cogunt.

SECTIO VII.

PLANETÆ & COMETÆ IN ORBITIS SUIS RETINENTUR PER GRAVITATEM, EADEM LEGE PER UNIVERSUM SYSTEMA SOLARE PROPAGATAM.

PROPOSITIO XLVI.

Vis, quâ Luna ad Terræ centrum tendit, quâque in Orbita sua retinetur, eadem est cum vi Gravitatis, quâ corpora terrestria quævis ad idem centrum tendunt.

Tab. IX. Fig. 1. DEsignet R A E Terram, cujus centrum T, V L orbitam Lunæ, cujus pars L C à Luna percurritur spatio unius scrupuli horarii. Quoniam (ex Prop. xv.) Luna periodum suam sive integrum circulum conficit spatio dierum 27, horarum 7, scrupulorum 43; hoc est, scrupulis horariis 39343; patet L C esse $\frac{1}{39343}$ integræ peripheriæ, sive 33 scrupulorum secundorum gradûs. Porro, ambitus Terræ (secundum nuperam *D. Picart.* mensuram) est pedum Parisiensium 123249600; ejusque proinde semidiameter T A pedum 19615800: quare T L semidiameter orbitæ Lunaris est pedum 1176948000; nempe (ex prædicta Prop. xv.) ipsius T A sexagecupla: & arcûs L C, 33″ sinus versus L D, & huic æqualis B C est pedum Parisiensium $15\frac{1}{12}$ quam proxime. Igitur vis, quâ Luna versus Terræ centrum tendit, (quâque à motu rectilineo secun-



secundum tangentem L B retrahitur, & in orbita sua retinetur,) talis est quæ spatio scrupuli unius horarii Lunam versus Terræ centrum impellit per pedes Parisienses $15\frac{1}{12}$. Cumque (per Prop. præc.) vis hæc in Luna augeatur in eadem ratione, quâ Quadratum distantiæ à centro Terræ diminuitur; si descendatur ad superficiem Terræ, ubi quadratum distantiæ à centro minuitur vicibus 60×60, augebitur illa vicibus 60×60, & ideo spatio scrupuli horarii Lunam apud nos in superficie Terræ positam versus centrum impelleret per longitudinem pedum $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$. Sed Gravitatis ea est vis, quæ corpus quodvis in Terræ superficie positum, spatio scrupuli secundi horarii, versus centrum impellit per longitudinem pedum Parisiensium $15\frac{1}{12}$, ut ex accuratissimis experimentis definit Celeb. *Hugenius Prop. ultima Part.* IV. *Horol. Oscill.* Et ideo eadem ista Gravitatis vis, spatio scrupuli horarii, corpus impellit versus centrum per longitudinem pedum $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$; quia spatia à gravi cadente percursa sunt in ratione duplicata temporum quibus percurruntur. Quoniam igitur vis, quâ Luna in orbita sua retinetur, & vis Gravitatis paria præstant, eosdemque in iisdem circumstantiis producerent effectus, & versus idem punctum (nempe Terræ centrum) tendant, eædem erunt; id est, vis quâ Luna retrahitur à motu rectilineo, & in orbita sua coercetur, illa ipsa est quam nos Gravitatem dicimus. Quod erat demonstrandum. Tab. IX. Fig. 1.

Lunæ distantia à Tellure paulo major quam sexagecupla semidiametri Terræ calculo præcedenti melius congrueret, puta sexagecupla sesqui-tertia; cui etiam rationes Astronomicæ melius respondent. Nos rem in numeris rotundis æstimare satis habuimus.

SCHOLIUM.

Eodem modo quo Luna revolvitur in orbem circa Tellurem, aliud quodvis grave ex puncto extra Telluris superficiem,

Tab. IX. Fig. 2. perficiem, ſecundum Horizontalem rectam, vi ſatis validâ projectum Orbitam deſcriberet, & Terrâ intactâ (Planetæ inſtar) gyrum compleret; atque hoc continuo. Circulus A B C D referat Terram, cujus centrum T. Sumatur punctum aliquod extra Terræ ſuperficiem, (nempe G,) ex quo, ſecundum directionem rectæ G H ad T G normalis, projiciatur grave quodvis. Patet, ſi corpus hocce minimâ aut nullâ vi projiciatur, (hoc eſt, ſi libere demittatur,) caſurum illud ad A, directe infra G; ſi aliquâ vero, grave attinget Terram ad punctum B ab A verſus H diſtans; ſi adhuc majore, corpus projectum ultra B ut ad C Terræ occurret. Si augeatur vis projiciens euſque, ut Terram non attingat donec ultra B punctum ipſi A oppoſitum perveniat, tum rurſus verſus G aſcendens Ellipſin G K M F complebit; atque eandem rurſus perpetuo non impeditum deſcribet, & Planeta fiet. Si in ſemitæ puncto M ipſi G oppoſito, projectum minus diſtet à Terra, quam cum in G; tum centrum Terræ T eſt Ellipſis umbilicus à vertice G remotior. Si augeatur vis projiciens, donec puncta M & G æqualiter à T diſtent, ſemita fiet Circulus; auctâque adhuc vi projiciente (reliquis manentibus) fiet Ellipſis, in qua T eſt focus vertici G vicinior, alter vero focus longius à T removebitur pro vis projicientis augmento, donec tandem in Parabolam, poſteaque in Hyperbolam mutetur. Atque eadem obtinebunt quamvis H G non ſit ad T G normalis, præterquam quod in hoc caſu G non eſt Orbitæ vertex principalis. Quo altius eſt punctum G ſupra Terram, eo minori opus eſt vi ad projectum in Planetam mutandum; & quo humilius, eo majori: adeo ut ſi Luna eâdem celeritate quâ nunc in Orbita ſua fertur, ex altitudine mille tantum paſſuum ſupra Terram projiceretur ſecundum directionem horizontalem, circa Tellurem non revolveretur; ſed, Planetæ naturam exuens, vulgaris projecti inſtar in Terram impingeret, antequam diſtantiam quindecim

cim mille passuum attingeret. Nam arcus, quem Luna viginti scrupulis secundis horariis percurrit, minor est quam 15000 passus, & grave prope Terram viginti istis scrupulis secundis cadendo percurrit 20. × 20 × 15 $\frac{1}{12}$, sive 6033 pedes; hoc est, plus quam mille passus: unde Luna prius Terram attingeret quam ad distantiam 15000 passuum projiceretur. Si vero, eâdem manente gravitatis actione, Terra annihilaretur, projecta omnia (Planetarum more) describerent Ellipses, aliasve Sectiones conicas, quarum communis focus esset punctum quod nunc est Terræ centrum.

PROPOSITIO XLVII.

Planetæ secundarii Jovis gravitant in Jovem, satellites Saturni in Saturnum, & Planetæ primarii & secundarii graves sunt in Solem; omnesque vi Gravitatis suæ retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis suis retinentur.

PRopter Naturæ simplicitatem rerum naturalium non plures admittendæ sunt causæ, quam quæ earum Phænomenis explicandis sufficiunt; & effectuum naturalium ejusdem generis eædem agnoscendæ sunt causæ: igitur cum revolutiones Stellarum Medicearum circa Jovem, Saturni comitum circa Saturnum, & Planetarum primariorum circa Solem, Phænomena sint ejusdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; eædem etiam erunt illarum causæ. Vires enim, quibus Jovis & Saturni secundarii, & Planetæ primarii retrahuntur à motibus rectilineis & in Orbibus suis retinentur, respiciunt Jovis, Saturni & Solis centra respective, similiter atque vis, quâ Luna in Orbita sua retinetur, respicit centrum Telluris; & Vires, quibus illi urgentur, eâdem lege augentur minuunturque pro diversa distantia à Jovis, Saturni & Solis centris respective, quâ vis Lunam urgens, dum in variis à Terræ

L 2 centro

centro distantiis constituitur; prout superius fuse est ostensum. Unde cum vis hæc in Luna eadem sit ostensa (in Prop. Præc.) cum vi illa quam Gravitatem dicimus; eadem etiam erit vis, quâ prædicti isti Planetæ, tum primarii cum secundarii, versus Solem & suos primarios respective tendunt. Porro, secundarii omnes graves etiam sunt in Solem, & illorum gravitas in Solem est vis illa acceleratrix secundario cuilibet & suo primario communis; de qua Prop. XX. & XLV. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM

Hinc patet dari Gravitatem in Solem & Planetas omnes primarios. Cum enim Luna & terrestria omnia gravia sint in Terram, Comitesque Jovis & Saturni in Jovem & Saturnum respective; cumque tres reliqui Planetæ primarii, Mercurius, Venus & Mars sint corpora ejusdem generis cum Saturno, Jove & Terra, (quod etiam ex illorum Gravitate versus Solem superius probata liquet;) constat ex prius stabilita similitudine causarum similium effectuum, & in illos etiam dari Gravitatem, cujus vis acceleratrix est quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalis. Et, quoniam actioni cujusvis generis contraria est reactio, Sol vicissim in Planetas omnes primarios & secundarios gravis est. Porro, quoniam experimentis exactissime institutis constat corpora quævis, in eadem distantia, æquali tempore, æqualia spatia cadendo versus Terram percurrere, & momenta corporum inæqualium æqualiter acceleratorum esse ut ipsa corpora; corpora omnia cujuscunque naturæ, in æqualibus distantiis, gravia sunt in Terram in ratione materiæ quam continent. Cumque nullum sit dubium naturam Gravitatis versus Solem & Planetas eandem esse atque versus Terram, (quod ex prædictis abunde constat, & hinc etiam quod Planetæ primarii eorumque satellites, corpora sc. valde inæqualia, æquali vi acceleratrice versus Solem descendant, prorsus ut

corpora

corpora magnitudine & densitate inæqualia æque velociter versus Terram cadunt ;) patet corpora omnia in Solem & Planetas singulos gravitare, & pondera eorum in quemvis, paribus ab ejusdem centro distantiis, proportionalia esse quantitati materiæ in singulis. Et quoniam omnis actio est mutua, Sol & Planetæ in corpora quævis, corporaque proinde omnia in se invicem, eâdem lege gravitant.

PROPOSITIO XLVIII.

Virtutis omnis à centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagatæ Vis, sive efficacia, in diversis locis est quadrato distantiæ loci à centro reciproce proportionalis.

Sit s centrum à quo vel ad quod Virtus propagatur, circa quod describantur duæ superficies sphæricæ T E, M A in quibuscunque distantiis S T, S M. Dico Virtutis Vim, sive efficaciam, in T esse ad ejusdem vim in M ut S M q ad S T q. *Tab. IX. Fig. 3.*

Virtus eadem, in spatium duplo majus æqualiter diffusa & sparsa, duplo minor erit in qualibet data parte ; quippe duplo minus constipata : & si in spatium triplo majus diffundatur, triplo minor erit: &, universaliter, efficacia Virtutis est reciproce ut spatium, in quod data Virtus diffunditur ; quippe directe ut Virtutis constipatio. Sed Virtus omnis, quæ in distantia S T à centro æqualiter diffunditur per superficiem sphaericam T E, in distantia S M similiter diffunditur per superficiem sphæricam M A. Quare Virtutis istius efficacia in distantia S T est ad ejusdem efficaciam in distantia S M sicut superficies sphærica M A ad superficiem sphæricam T E ; id est, sicut S M q ad S T q. Quod erat demonstrandum.

Hujusmodi sunt Virtutes Lucis, Caloris, &c. & ex superius ostensis etiam Gravitatis. At Virtutes aliquæ, ut Magnetica & Electrica, sunt generis alterius.

PROPOSITIO XLIX.

Gravitates acceleratrices versus diversa corpora, in paribus distantiis, sunt ut ipsa corpora versus quæ fiunt.

Tab. IX. Fig. 4. Exponantur duo quælibet corpora A & B in locis quibuscunque A & B; erunt hæc (per Corol. Prop. XLVII.) versus se mutuo gravia: & quidem, cum actioni contraria & æqualis sit reactio, Gravitas sive vis motrix corporis A versus B æqualis est Gravitati sive vi motrici corporis B versus A. Sed vis motrix fit ex quantitate materiæ sive massa ducta in vim acceleratricem, prorsus ut quantitas motûs ex quantitate materiæ ducta in celeritatem: Et igitur massa corporis A ducta in ejus vim acceleratricem versus B æqualis est massæ corporis B ductæ in hujus vim acceleratricem versus A. Unde vis acceleratrix corporis A versus B est ad vim acceleratricem corporis B versus A sicut massa corporis B ad massam corporis A: Vires vero (de quibus hic agitur) sunt Gravitates, & massæ corporum sunt quantitates materiæ sive ipsa corpora: Et igitur Gravitas acceleratrix corporis A versus B est ad Gravitatem acceleratricem corporis B versus A sicut corpus B ad corpus A. Sed (ex superius ostensis) omnia corpora in æquali distantia à corpore B posita in qua est A, æqualem habent versus B Gravitatem acceleratricem atque ipsum A; & omnia corpora in æquali distantia à corpore A posita in qua est B, æqualem habent versus A Gravitatem acceleratricem atque B corpus; & distantia corporis A à corpore B æqualis & distantiæ corporis B ab A, & sumpta sunt hæc corpora & distantia utcunque. Et igitur Gravitates acceleratrices versus diversa corpora, in paribus distantiis, sunt ut ipsa corpora. Quod erat demonstrandum.

COROL-

COROLLARIUM.

Hinc si Gravitas consideretur tanquam vis attractiva corporis versus quod dirigitur, propagata ut in præcedente Propositione; vires absolutæ corporum attrahentium sunt ut ipsa corpora quorum sunt vires. Nam absoluta vis atractiva corporis A est ad absolutam vim attractivam corporis B ut attractio acceleratrix corporum omnium versus A ad attractionem acceleratricem corporum omnium versus B, in paribus distantiis. Sed, in paribus distantiis, attractio acceleratrix corporum omnium eadem est cum attractione acceleratrice corporis cujusvis, & attractiones hæ acceleratrices (ex hac Prop.) sunt ut corpora versus quæ fiunt; hoc est, ut ipsa corpora attrahentia: Et igitur, ex æquo, vires absolutæ corporum (ut dictum est) attrahentium sunt ut ipsa corpora quorum sunt vires. Tab. IX. fig. 4.

Et hinc rursus, & ex præcedentibus (per Prop. XXIII. El. 6.) colligitur vim acceleratricem corporis A versus B gravis esse ad vim acceleratricem corporis C versus D gravis in ratione composita ex ratione corporis B ad corpus D, & duplicata ratione distantiæ inter C & D ad distantiam inter A & B: & porro, rationem ponderis corporis A ad pondus ipsius C componi ex prædicta ratione composita, & insuper ratione corporis A ad corpus C.

SEC.

SECTIO VIII.

De Motu Corporum se mutuo attrahentium, hujusque symptomatibus; quæ omnia ad Systema Solis & Planetarum primariorum applicantur.

PROPOSITIO L.

Corpora duo se invicem trahentia, & circum se invicem revoluta, describunt & circum se mutuo, & circum commune centrum gravitatis, figuras similes.

PRop. XXXIX. & sequentibus exposuimus Motus corporum attractorum ad centrum immobile: decet enim à simplicioribus ordiri. Verum, quoniam attractiones fiunt ad corpora, & hæc vicissim attrahuntur; ut superius ostensum est: Cum corpus circa aliud revolvitur, attrahens ipsum quiescere nequit; sed ambo attractione mutuâ agitata circa gravitatis commune centrum revolvuntur. Et si plura fuerint corpora, quæ se mutuo attrahunt, hæc inter se ita movebuntur, ut gravitatis centrum commune vel quiescat vel uniformiter progrediatur in directum. Geometris enim notum est commune gravitatis centrum ab actione corporum inter se non mutare statum suum motûs vel quietis; sicut à celeberrimis Viris D. D. *Wrennio* & *Hugenio* demonstratum prostat. Ordo igitur postulat, ut motus corporum se mutuo (ut dictum est) trahentium consideremus; nempe Orbitas ab iis descriptas, reliquaque generalia, quibus differt corporum in se mutuo agentium systema à systemate prius supposito; & quidem primo universaliter, quæcunque tandem sit Lex attractionis mutuæ.

Tab. IX. Fig. 5. Sint duo corpora S & P se invicem trahentia, quæ circum se mutuo revoluta describunt curvas S *s*, P *p* dum interea illorum centrum gravitatis C vel quiescit, vel (quod

(quod demonstrationem haud turbat) movetur uniformiter in directum: Dico figuras quatuor, nempe s *f* c, *Tab. IX. Fig. 5.*
p *p* c, illam quam s describit circa p spectatum tanquam immotum, & illam quam p circa s similiter spectatum describit, esse inter se similes.

Quoniam s & p eadem manent, manebit (durante motu) ratio inter c p & c s; quippe, ex natura centri Gravitatis, eadem cum ratione corporum s & p: cumque anguli p c *p*, s c *f* sint ubique æquales, (quia c est in recta jungente corpora,) erunt figuræ s *f* c, p *p* c similes. Figuræ enim p *p* c, s *f* c similes omnio sunt, quas recta *p* c *f*, circa punctum c motu angulari lata, describit seu verrit, dummodo quovis momento eadem sit ratio inter c *p* & c *f* quæ inter c p & c s. Rursus, quoniam ubique datur ratio inter *f* c & c *p*, componendo datur ratio inter *f p* & c *p*, & linea *p* c *f* recta manet: & igitur (per hactenus dicta) recta c *p* circa punctum c, & recta *f p* circa punctum *f* spectatum tanquam immotum, similes describunt figuras. Porro figuræ, quarum una describitur à *p* circum *f* habitum pro immoto, altera ab *f* circa *p* pariter pro immoto spectatum, similes & omnino æquales sunt, (ut in Opticis demonstratur,) quia *f p* tum magnitudine tum positione eadem est cum *p f*. Quare quatuor figuræ propositæ similes sunt. Q. E. D.

PROPOSITIO LI.

Si corpora duo s *&* p *viribus quibusvis se mutuo trahant, & interea revolvantur circa gravitatis centrum commune* c; *dico figuris, quas corpora sic mota describunt circum se mutuo, posse figuram similem & æqualem circum corpus alterutrum immotum, viribus iisdem, describi.* *Fig. 6.*

POsito enim Orbitas p r, s q primo circa immotum c describi, & puncta *f* & *p* esse loca quævis ad libitum, ad quæ corpora s & p simul pervenient. Intelligatur

Tab. IX. Fig. 6. gatur recta *f* c *p* sibi parallela moveri, donec punctum *f* congruat cum s, atque hoc fieri in omnibus punctis correspondentibus curvarum s Q, P R. Patet, appulso *f* ad s, alterum rectæ *f p* sic parallelus motæ extremum perventurum ad punctum in curva P π, quam corpus P circa s describeret, si (s immoto manente) P circa illud revolveretur, attractum eâdem vi, quâ prius corpora se mutuo petebant: Nam latio parallela rectæ *f p* nullam in viribus, quibus corpora se mutuo attrahunt, mutationem inducit. Sed eadem P π est linea, quam P circa s tanquam immotum spectatum describit: sic enim revera immotum permanet, & rectæ s π eadem est longitudo, eademque inclinatio ad s P, quæ ipsius *f p*. Cum igitur figuræ illæ congruunt, æquales sunt & similes. Quodque de figurâ, quam P circa s describit, est ostensum, de figura, quam s circa P pro immoto habitum describit, utpote æquali & simili, verum est.

Verum si centrum Gravitatis C progrediatur uniformiter, superinducendo systemati corporum s & P motum æqualem & in plagam contrariam factum, reducentur omnia ad casum priorem: sed motu hoc uniformi secundum rectas parallelas nihil mutatur in viribus corporum s & P. Igitur constat propositum in utroque casu. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM I.

Corpora duo viribus quibusvis se mutuo trahentia, & circa Gravitatis centrum gyrantia, radiis ad centrum illud & ad se mutuo ductis describunt areas temporibus proportionales.

COROLLARIUM 2.

Quia corpus circa aliud immotum revolvens, & ad illud vi quadrato distantiæ reciproce proportionali attractum, describeret (per Prop. XXXIX.) Ellipsin vel aliam

liam Sectionem coni, cujus umbilicus alter coincidit cum centro corporis immoti; sequitur ex hac Propositione, quod corpora duo viribus quadrato distantiæ reciproce proportionalibus se mutuo trahentia describunt, & circum commune Gravitatis centrum & circum se mutuo, Sectiones conicas umbilicos habentes in centro, circa quod figuræ describuntur. Et è converso, si tales figuræ describuntur, vires centripetæ sunt quadrato distantiæ reciproce proportionales.

PROPOSITIO LII.

Si corpora duo viribus quibusvis se mutuo trahentia circa se mutuo revolvantur, motus eorum iidem erunt, ac si non traherent se mutuo, sed utrumque à corpore tertio, in communi Gravitatis centro constituto, viribus iisdem traheretur. Et virium trahentium eadem erit Lex respectu distantiæ corporum à centro illo communi, atque respectu distantiæ totius inter corpora.

NAm vires, quibus corpus P tendit ad S, diriguntur ad quodvis punctum in recta P S ad partes S producta. Et similiter vires corporis S diriguntur ad quodvis ejusdem rectæ ad partes P productæ punctum. Sed C est rectæ S P utrinque productæ punctum unicum, quod in omni corporum situ immotum manet: & ideo C est punctum illud, ad quod tendunt corpora P & S iisdem viribus, quibus se mutuo attrahunt. *Tab. IX Fig. 5.*

Rursus, quoniam dantur corpora revolventia, datur ratio distantiarum centri gravitatis à corporibus; & consequenter ratio distantiæ corporis utriusvis à centro isto communi ad distantiam corporis ejusdem à corpore altero. Et proinde datur ratio cujusvis potestatis distantiæ unius ad similem potestatem distantiæ alterius; ut & ratio quantitatis cujusvis, quæ ex una distantia & quantitatibus datis utcunque componitur, ad quantitatem aliam,

quæ ex altera distantia & quantitatibus totidem datis, datamque illam distantiarum rationem ad priores habentibus similiter componitur. Proinde si vis, quâ corpus unum ab altero trahitur, sit directe vel inverse ut distantia corporum ab invicem, vel ut quælibet hujus distantiæ potestas, vel denique ut quantitas quævis ex hac distantia & quantitatibus datis quomodocunque composita; erit eadem vis, quâ corpus idem ad commune gravitatis centrum trahitur, directe itidem vel inverse ut corporis attracti distantia à centro illo communi, vel ut eadem distantiæ hujus potestas, vel denique ut quantitas ex hac distantia & analogis quantitatibus datis similiter composita: Adeoque vis trahentis eadem erit Lex respectu distantiæ à centro gravitatis, quæ respectu distantiæ corporum. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LIII.

Corporum duorum S *&* P, *circa commune gravitatis centrum* C *revolventium, tempus periodicum est ad tempus periodicum corporis alterutrius* P *circa alterum immotum* S *(viribus iisdem trahens) gyrantis, in subduplicata ratione corporis* S *ad aggregatum corporum* S *&* P.

Tab. IX. Fig. 7. Concipiatur corpus *p*, ipsi P simile & æquale, describere circa immotum *s*, ipsi S simile & æquale, Orbitam *p d r*. Figuræ C P D R, *s p d r* (per Prop. L.) sunt similes: & vires, quibus corpora in punctis quibusvis similiter positis (ut D & *d*) versantia ad centra C & *s* tendunt, sunt æquales; quia (per Prop. LI.) vis quâ corpus D tendit ad E æqualis est vi quâ corpus *d* tendit ad *s*. Et (per præcedentem Propositionem) corpus D tendit ad C eâdem vi quâ ad E. Et igitur (per Corol. 2. Prop. XXVI. & Schol. Prop. XXVII.) quadratum temporis periodici corporis P in Orbita P D R moti est ad quadratum temporis periodici corporis *p* in Orbita

Orbita *p d r* sicut recta C P ad rectam homologam *f p*; hoc est, sicut C P ad S P; hoc est, (ob naturam centri gravitatis,) sicut corpus S ad S + P. Unde ipsum tempus periodicum corporis P in Orbita P D R (vel corporis S in Orbita S E L) est ad tempus periodicum corporis *p* in Orbita *p d r* in subduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LIV.

Si corpora duo S & P, *viribus quadrato distantiæ suæ reciproce proportionalibus, se mutuo trahentia revolvantur circa gravitatis centrum commune; dico quod Ellipsis, quam corpus alterutrum* P *hoc motu circa alterum* S *describit, (modo Prop.* L. *descripto,) axis major erit ad axem majorem Ellipsis, quam corpus idem* P *circa alterum* S *quiescens, (ut Prop.* LI.*) eodem tempore periodico describere posset, in subtriplicata ratione summæ corporum* S & P *ad corpus quiescens* S. Tab. IX. Fig. 7.

SI Ellipses, circa mobile & quiescens S, à corpore P descriptæ forent æquales, tempora periodica in hisce (per Prop. LI. & LIII.) essent in subduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Mutari intelligatur hæc ultima Ellipsis, donec corporis P (hanc circa quiescens S describentis) periodicum tempus æquale fiat tempori periodico corporis P circa mobile S revolventis; (ut in hac Propositione supponimus;) hoc est, donec tempus periodicum in illa diminutum sit in dicta subduplicata ratione corporis S ad summam corporum S & P. Quoniam vero, (per Prop. XL.) in casu præsenti, quadrata temporum periodicorum sunt ut Cubi transversorum axium, ipsa periodica tempora erunt in dictorum majorum axium ratione sesquiplicata. Axis igitur major posterioris Ellipsis minutus est in ratione, cujus sesqui-

Tab. IX. Fig. 7. plicata eſt ſubduplicata ratio s ad s + P; hoc eſt, in ratione ſubtriplicata s ad s + P: (Nam $\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{2}$:) Et proinde eſt ad invariatum Ellipſis alterius, circa mobile corpus s deſcriptæ, axem (huic antequam diminueretur æqualem), in ratione ſubtriplicata s ad s + P. Et igitur inverſe, axis major Ellipſis, circa corpus s mobile deſcriptæ, eſt ad axem majorem Ellipſis, eodem vel æquali tempore deſcriptæ circa quieſcens s, in ſubtriplicata ratione ſummæ corporum s + P ad corpus quieſcens s. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LV.

Fig. 8. *Manente eâdem attractionis lege, dico corporis* P *Orbitam* P R *propius accedere ad Ellipſin, cujus focus eſt* C *commune centrum gravitatis corporum* S *&* M, *quam ad Ellipſin, cujus focus eſt centrum ipſius* S; *& quod areæ radiis ad* C *ductis deſcriptæ ſunt temporibus magis proportionales, quam areæ radiis ad centrum ipſius* S *ductis deſcriptæ.*

NAm corporis P attractiones verſus S & M componunt ipſius attractionem abſolutam, quæ magis dirigitur verſus C commune illorum gravitatis centrum, quam verſus ipſum maximum S; quæque quadrato diſtantiæ P C magis eſt proportionalis reciproce, quam quadrato diſtantiæ P S: Nam ultimum hoc tum tandem præciſe obtineret, ſi nullum prorſus eſſet M; & hæc eadem vera eſſent de M, ſi illud creſceret, donec immenſum excederet S. Quare conſtat vires (in caſu præſenti) in punctum aliquod inter S & M intermedium & majori propius dirigi, quale eſt commune illorum centrum gravitatis C; quod etiam punctum illud eſt, ubi gravium circumcirca poſitorum vires quælibet Phyſicæ uniuntur & concentrantur: ibi enim jure cenſetur ex gravibus pluribus aggregatum, ubi eſt illorum commune centrum gravitatis; ut Philoſo-

Philosophis notum est. Constat igitur propositum. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVI.

Positis iisdem attractionum legibus, dico corpus exterius P *circa interiorum* S *&* M *commune gravitatis centrum* C, *radiis ad centrum illud ductis, describere areas temporibus magis proportionales; & orbem ad formam Ellipsis umbilicum in centro eodem habentis magis accedentem, si corpus intimum & maximum* S *his attractionibus, perinde atque cætera, agitetur, quam si vel non attractum quiescat, vel multo magis vel multo minus attractum aut multo magis aut multo minus agitetur.* Tab. IX. Fig. 8.

Ex præcedente liquet centrum, ad quod corpus exterius P urgetur, proximum esse centro gravitatis interiorum S & M. Si coincideret centrum illud cum hoc centro communi, & quiesceret commune gravitatis centrum trium S, M & P; describeret P ex una parte, & ipsorum S & M commune centrum ex altera, Ellipses accuratas circa commune trium centrum gravitatis quiescens tanquam umbilicum communem, per Corol. 2. Prop. LI. Et proinde minima erit dicti (in Ellipsibus) motûs perturbatio, ubi prædictum commune centrum gravitatis trium S, M & P quiescit: Quiescit vero illud, si corpus S perinde atque cætera agitetur; ut superius dictum est. Et igitur minima erit perturbatio, ubi S lege cæterorum attrahitur. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Eodem modo, si corpora plura minora revolvantur circa maximum, colligere licet quod Orbitæ descriptæ propius accedent ad Ellipticas, & arearum descriptiones fiunt magis æquabiles, si corpora omnia viribus acceleratricibus, quæ sunt ut eorum massæ directè & quadrata

distantia-

diſtantiarum inversè, ſe mutuo trahant, (nam hoc eſt agitari perinde atque cætera, poſitâ lege attractionum, quæ in Propoſitione ponitur;) & Orbitæ cujuſque umbilicus collocetur in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum, quam ſi corpus maximum quieſcat, & ſtatuatur communis umbilicus Orbitarum omnium.

PROPOSITIO LVII.

Corpora plura, quorum vires acceleratrices ad ſe mutuo ſunt inverſè in duplicata ratione diſtantiarum ab eorundem centris, moveri poſſunt in Ellipſibus circa magnum, & radiis ad illud ductis areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime.

Tab. IX. Fig. 9. SUpponantur corpora plura minora P, p, π circa magnum aliquod S revolvi: & quoniam omnium commune centrum gravitatis, ab actionibus corporum horum in ſe mutuo, non mutat ſtatum ſuum motûs vel quietis; (ut ſuperius explicatum,) & illa ab omni externa agitatione aut impedimento immunia ſupponimus; quieſcere poterit illud centrum. Si jam ponamus corpora minora P, p, π tam parva eſſe reſpectu magni S, ut hoc nunquam diſtet ſenſibiliter à dicto communi gravitatis centro, tum magnum illud S quieſcet quam proxime; minora autem revolventur circa hoc magnum in Ellipſibus, in quorum umbilico communi magnum iſtud locatur; atque ideo, radiis ad illud ductis deſcribent areas temporibus proportionales; niſi quatenus errores inducuntur, vel per aberrationem maximi à communi iſto gravitatis centro, vel per attractiones minorum corporum ad ſe mutuo. Diminui autem poſſunt corpora minora, donec aberratio iſta & attractiones mutuæ ſint datis quibuſvis minores. Et igitur corpora plura moveri poſſunt circa magnum in Ellipſibus, & radiis ad illius centrum ductis areas deſcribere temporibus proportionales, ita ut errores commiſſi (quomi-

(quominus sc. ista exacte fiant,) sint datis quibusvis minores; hoc est, quamproxime. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVIII.

Ex actione mutua Solis & cujusvis Planetæ primarii, Planeta describit Ellipsin, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ. Ex actione vero Planetarum primariorum in se mutuo, cujusque Orbita est quamproxime Ellipsis, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum se inferiorum.

SI Planetæ primarii graves essent in Solem; non autem Sol in Planetas, Planeta quisque describeret Ellipsin circa immotum Solis centrum, ceu umbilicum descriptam; ut Prop. XLII. ostensum est. Et, si Planetarum massæ prorsus essent insensibiles respectu massæ Solis, idem obtineret quamproxime, per præcedentem: & hunc esse fere casum systematis Solaris liquet ex Prop. XXXIV. Quoniam vero (per Corol. Prop. XLVII.) non tantum Sol gravis est in Planetam, sed etiam Planeta in Solem, & porro Planeta non est massæ prorsus minimæ respectu Solis; Planeta quivis (per Corol. 2. Prop. LI.) describit Ellipsin, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ: & (per Prop. LIV.) major hujus Ellipsis axis excedit axem majorem Ellipsis, quam Planeta circa immotum Solem eodem vel pari tempore describeret, in subtriplicata ratione summæ massarum Solis & Planetæ ad massam Solis.

Porro, quoniam (per prædictum Corol. Prop. XLVII.) Planetæ etiam graves sunt in se mutuo, & Sol iisdem attractionibus agitatur quibus Planetæ; Mercurius (per Prop. L.) quam proxime describet Ellipsin umbilicum in centro Solis habentem; Venus Ellipsin, cujus focus est in communi centro gravitatis Solis & Mercurii: & ita porro, quisque Primarius describet Ellipsin, cujus focus est in

communi centro gravitatis Solis & omnium ſe inferiorum. Atque hoc modo actiones Planetarum primariorum in ſe mutuo conſiderantur, & ad normam reducuntur.

SECTIO IX.

De *Motu Systematis corporum circa corpus aliud revolventis; quæ omnia ad systema Solis, & Planetarum primariorum & secundariorum applicantur.*

PROPOSITIO LIX.

Syſtematis gravium duorum vel plurium circa ſe mutuo revolventium in Ellipſibus, commune centrum gravitatis moveri poteſt in Ellipſi, aut alia Sectione coni, circa aliud maximum in Ellipſis umbilico poſitum, &, radiis ad umbilicum ductis, areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime.

Tab. IX. Fig. 10. POnamus Syſtema corporum duorum circum ſe mutuo (ut in Cor. 2. Prop. LI.) revolventium, aliudve corporum minorum L, *l*, λ, (modo Prop. LVII. deſcripto) circa magnum P revolventium Syſtema progredi uniformiter in directum, quod fieri poſſe palam eſt; (hoc eſt, ejus centrum gravitatis commune progredi ſecundum rectam puta P R;) & interea vi corporis alterius maximi, & ad magnam diſtantiam poſiti (puta S) urgeri ad latus, & à recta P R retrahi & in curvam P H cogi. Et quoniam æquales vires acceleratrices ſecundum rectas parallelas impreſſæ non mutant ſitum corporum ad ſe invicem; ſed ut Syſtema totum, ſervatis partium motibus inter ſe, ſimul transferatur, efficiunt: manifeſtum eſt quod, ex attractionibus in corpus maximum S, nulla prorſus orietur mutatio motûs attractorum inter ſe, niſi ex attractionum acceleratricium inæqualitate, vel ex inclinati-

clinatione linearum ad se invicem, secundum quas attractiones fiunt. Augeri vero potest corporis maximi distantia, donec rectarum ab illo ad corpora Systematis moti (nempe magnum P, & minora L, *l*, λ) ductarum differentiæ, respectu ipsarum ductarum, & inclinationes ad se invicem, minores sunt quam datæ quævis. Cumque attractiones omnes acceleratrices versus S, ex hypothesi gravitatis, sint reciproce ut quadrata distantiarum; hæ (in hoc casu) differunt à viribus æqualibus, differentiâ minore quâlibet datâ: & ideo perseverabunt motus partium Systematis P cum suis L, *l*, λ, inter se eodem tenore quo prius, antequam maximum S Systema istud attraheret; saltem errores erunt quibuslibet datis minores; totumque Systema ad modum corporis unius attractum, sui centro gravitatis, (in quo totum Systema gravium P & L, *l*, λ, ut in aliis casibus physicis, unitum & contractum intelligitur;) describet Sectionem conicam, cujus umbilicus est S; & radio ad maximum illud ducto areas describet temporibus proportionales: Et errores qui adhuc supersunt, per auctam corporis S distantiam, possunt pro libitu minui. Moveri ergo potest centrum gravitatis Systematis corporum P & L, *l*, λ in Ellipsi quamproxime. Q. E. D. Tab. IX. Fig. 10.

COROLLARIUM I.

Cum Systema corporum duorum circum se mutuo revolventium, vel corporis magni cum minoribus revolventibus, circa maximum movetur; eo magis turbabitur motus partium Systematis inter se, quo propius accedit corpus maximum ad dictum Systema: propterea quod linearum à corpore maximo ad partes istas ductarum major est inclinatio, majorque rationis inæqualitas; &, uno verbo, quia magis receditur à casu ubi perturbatio est nulla; nempe quando corpus S infinite distat.

Corollarium 2.

Tab. IX. Fig. 10. Unde è contrario, si Systematis corporis P & minorum revolventium L, *l*, λ partes in Ellipsibus vel Circulis sine perturbatione insigni moveantur; manifestum est, quod eædem à viribus acceleratricibus, ad alia corpora tendentibus, aut non urgentur nisi levissime, aut urgentur æqualiter, & secundum rectas parallelas quamproxime.

PROPOSITIO LX.

Tab. X. Fig. 1. 2. 3. *Si corpus minus* L *circa magnum* T *revolvatur, (ut in Corol.* 2. *Prop.* LI. *) & horum Systema revolvatur circa maximum* S, *(ut in præcedente,) &, in tribus hisce corporibus, attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium sint inter se reciproce ut quadrata distantiarum ab eodem; propositum sit generatim ostendere Errores à corpore* L *commissos, horumque causas & rationes; nempe quominus corpus* L, *radio ad* T *ducto, areas describat temporibus proportionales exacte, & percurrat perimetrum Ellipsis, cujus focus alter* T.

Quoniam corpus L nunc magis nunc minus distat à corpore S, sit S K ejus mediocris distantia; quæ etiam exponat attractionem acceleratricem corporis L versus S in ista media distantiâ. Assumatur ad libitum L locus corporis minimi in sua orbita B C G D: sumaturque in S L, eave producta, recta S A talis, ut hæc sit ad S K in duplicata ratione ipsius S K ad S L, quæ proinde exponet attractionem acceleratricem corporis L versus S, dum in puncto assumpto L versatur; quia, ex hypothesi, vis acceleratrix in L est ad vim acceleratricem in K in duplicata ratione ipsius S K ad S L; hoc est, (per constructionem,) ut S A ad S K. Jungatur T L, & per A huic parallela ducatur A M, rectæ S T occurens in M.

Corpo-

Corporis in L versus S attractio S A resolvitur (ut notum est) in attractiones A M, M S. Quare corpus L urgebitur vi acceleratrice triplici : unâ tendente ad T, & oriundâ à mutua attractione corporum L & T ; hâc vi solâ, corpus L, radio L T ad centrum corporis T ducto, describeret areas temporibus proportionales, & percurreret Ellipsin, cujus umbilicus alter est in dicto centro. Vis altera, quâ L urgetur, exponitur per A M, estque ejus directioni L T parallela ; quæ, quoniam tendit ab L ad T, adjuncta vi priori unam cum illa conficiet, quâ fiet, ut areæ radio ad T ducto etiamnum temporibus proportionales describantur, per Corol. I. Prop. LI. At quoniam vis hæc ut A M non est quadrato distantiæ L T reciproce proportionalis, vis composita ex illa & priori talis non erit ; sed ab hac proportione abludet, idque eo magis (cæteris paribus) quo major est vis hæc nova per A M repræsentata, quæ priori superadditur. Proinde corpus L quod à composita hac vi urgetur, non describet perimetrum Ellipsis, cujus focus est T : (ad hoc enim requiritur vis ad T tendens, quæ sit quadrato distantiæ ab illo reciproce proportionalis, per Prop. XXXIX.) sed faciet ut orbis L G B aberret ab Ellipsi, cui umbilicus T ; idque eo magis quo magis aberrat vis hæc composita, (quâ L urgetur,) à vi quadrato distantiæ à T reciproce proportionali ; id est, (ut hactenus ostensum,) quo major est, cæteris paribus, vis superaddita quam refert A M, respectu vis primæ quâ L à T attrahitur. Rursus vis tertia quâ urgetur corpus L, quam exponit recta M S, secundum hujus directionem ; (nempe secundum L F ad M S parallelam) agens, viribus prioribus superaddita componet vim quæ non dirigitur ab L versus T ; sed secundum rectam inde versus F declinantem magis aut minus, pro ratione tertiæ hujus vis ad summam virium priorum. Et ideo, vis integra (ex tribus composita) Tab. X. fig. 1. 2. 3.

Tab. X. Fig. 1. 2. 3 quâ L urgetur, cum ad T non tendat; (per Prop. XI.) faciet ut corpus L, radio L T, areas temporibus non proportionales describat. Atque aberratio ab ista similitudine rationum inter areas descriptas & tempora quibus describuntur tanto erit major, quanto major est ratio tertiæ hujus vis secundum L F agentis ad vires priores. Porro, superadditio vis hujus tertiæ deformitatem etiam in figuram Ellipticam orbitæ duplici de causa inducet, cum quod non dirigitur ab L ad T, tum quod non est reciproce proportionalis quadrato distantiæ; deformitasque tanto est major, quanto, cæteris paribus, vis hæc M S major est. In recta S T (ab S versus T) sumatur S N, quæ sit ad S K in duplicata ratione ipsius S K ad S T; exponetur corporis T attractio acceleratrix versus S per rectam S N. Si attractiones acceleratrices S M, S N æquales sint, (ut in fig. 2,) hæ, agendo in corpora T & L æqualiter & secundum rectas parallelas, nil mutabunt eorum situm ad se invicem: sed, corporibus S & T factis propioribus, ipsorum T & L iidem erunt motus inter se, ac si istæ attractiones prorsus abessent. Verum si attractio acceleratrix S N minor sit attractione acceleratrice S M, (ut in fig. 1,) illa, hujusque pars illi æqualis se mutuo (ut in casu præcedente dictum est,) ad eum statum reducent, ac si abesset utraque, & maneret harum differentia, sive vis acceleratricis S M pars per M N exposita; quæ proinde arearum & temporum proportionem, & orbitæ G C B D figuram Ellipticam perturbat. Sin S N excedat S M, (ut in fig. 3,) illarum intervallum M N denotat differentiam illam virium acceleratricium, quâ dictæ arearum descriptarum & temporum describendi proportio, & orbitæ G C B D forma Elliptica perturbantur. Et igitur, per attractionem N S, attractio tertia S M semper reducitur ad M N, quæ ab M ad N, sive ab L versus F, vires suas exerit, prioribus viribus prorsus immutatis. Atque hæ sunt vires generatrices Errorum corporis L Q. E. I.

PROPOSITIO LXI.

Iisdem positis, propositum sit corporis minoris L *circa magnum* T *revolventis, non in eodem plano in quo* T *circa maximum* S *revolvitur, Errores quosdam, ex dictorum planorum inclinatione ortos, eorumque causas & rationes exponere.* *Tab. X. Fig. 4. 5.*

EX Prop. præc. demonstratione patet Errores omnes corporis L ex viribus per rectas A M, M N repræsentatis oriri. Quia autem harum altera A M agit secundum rectam L T, quæ in plano Orbis corporis L jacet, vis secundum illius directionem agens motum ipsius L in latitudinem nunquam perturbat.

Porro, si talis fuerit orbitæ corporis L situs, ut corpus S reperiatur in communi illius sectione cum plano orbis E T E, quem T describit circa S; (hoc est, in phrasi Astronomica, si Nodi orbitæ ipsius L fuerint in Syzygiis corporis S;) M N etiam in plano orbis corporis L jacet; quippe in communi sectione: ac proinde vis secundum illius directionem agens motus hos non perturbat.

Reliquis manentibus, supponatur corporis L orbitæ planum G C B D ad planum S E T inclinatum, ita ut ejus pars C G D supra illud elevetur, pars vero C B D infra idem deprimatur; eodem centro T & æquali semidiametro, intelligatur circulus C *b* D *g* descriptus in plano S E T, & Nodi erunt C & D: supponantur hi, ex T spectati, aspectum quadratum cum corpore S obtinere; hoc est, supponantur anguli S T D, S T C recti. In casu motûs corporis L per semicirculum C G D, (vid. fig. 4.) corporis L vis ut M N, cum directione M N (hoc est, ab L ad F) agens trahit corpus ex sua orbita C G D versus C *g* D; id est, Latitudinem corporis L (à plano C *g* D computatam) minuit: & corpus L, recedendo perpetuo versus plagam S à plano C G D, usque

dum

Tab. X. Fig. 4. 5. dum perventum fuerit ad Nodum proximum, non tranſit planum E T S ſive C *g* D in puncto in quo illud prius tranſierat, ſed paulo citra illud; Nodumque orbitæ, à ſe nunc deſcriptæ, efficit paululum in antecedentia reſpectu Nodi D orbitæ C G D, quam abſque hâc vi M N deſcripſiſſet. Similiter in tranſitu à Nodo D ad nodum C per ſemicirculum D B C, (cui caſui fig. 5. eſt accommodata,) vis ut M N agens ſecundum directionem M N, ſive ab L verſus F, facit ut corpus L perpetuo recedat ab orbita D B C, aliamque deſcribat ad D *b* C in minori angulo inclinatam, & ut planum D *b* C tranſeat citius quam in C; hoc eſt, quam feciſſet ſi vis M N non adfuiſſet; & hoc pacto fiet novus Nodi locus in antecedentia vergens rurſuſque peragrando orbitæ ſuæ partem C G D verſus conjunctionem cum corpore S, Nodus proximus in antecedentia recedet ut prius.

Fig. 6. Porro, deſignet (oculo nempe in linea Nodorum producta collocato,) S *g* T *b* planum orbis corporis T circa S revolventis, G D B planum orbis corporis L, dum hoc angulo minimo, nempe G D *g* vel B D *b*, ad illud inclinatur; quod contingit (ut hactenus eſt oſtenſum) ubi corpus L ex T viſum eſt in Syzygiis corporis S. Cumque etiam hactenus ſit oſtenſum Nodos orbitæ corporis minimi L vergere in antecedentia; orbita quam corpus L, diſcedens à G ubi ex T viſum conjungebatur cum S, porro deſcribit, occurret ipſi *g* D *b* citra D reſpectu ipſius S, eritque linea G *d*. Et orbita quam deſcribit idem L, diſcedens à B ubi ipſi S opponebatur, nempe B *δ* linea, occurret plano *g* D *b* in *δ*; ſc. ultra D reſpectu ipſius S. Patetque G *d* vel B *δ* lineam angulum majorem cum *g* D *b* continere ad *d* & *δ*, quam eſt ille quem G D vel B D cum eodem *g* D *b* continet; æqualem circiter illi, quem continebat corporis L orbita cum *g* D *b*, quando L proxime in Nodo verſaretur. Nodi igitur in Quadraturis poſiti recedunt, in Syzygiis vero quieſcunt; adeo-

adeoque, semper vel retrogradi vel stationarii, simpliciter recedunt: At in locis intermediis, conditionis utriusque participes recedunt tardius; & quidem eo tardius quo propiores sunt Syzygiis. Ubi vero Nodi sunt in Quadraturis, inclinatio plani orbis corporis L minuitur in transitu corporis L à Quadraturis ad Syzygias, & vicissim augetur in ejusdem transitu à Syzygiis ad Quadraturas: (Nam linearum G *d*, B *δ* partes versus *d* & *δ* majori angulo inclinantur ad *g* D *b*, quam earum partes versus G & B; & corporis Orbita ad quodvis momentum censenda est lineola, quam illud eo momento describit; & Orbis planum illud est quod per dictam lineolam, & corporis T centrum traducitur.) Et ideo, corpore L in Syzygiis existente, orbis inclinatio evadit omnium minima, reditque ad priorem magnitudinem circiter, ubi corpus ad Nodum proximum accedit. Atque hi sunt præcipui Errores ex planorum inclinatione oriundi. Q. E. I. Tab. X. Fig. 6.

Scholium.

Hæc eadem obtinent licet L non revolvatur circa T; sed utrumque T & L circa S tanquam centrum. Nam in hoc casu extimum T effectus edit corporis S; & S una cum L circum illud revoluto, vices gerit ipsius T & circum-revoluti L in præcedentibus. Demonstratio enim eadem est sive corpus perturbans moveatur sive non. Fig. 7.

Corollarium.

Iisdem legibus, quibus corpus L circum T revolvitur, fingamus corpora plura circa idem T ad æquales ab illo distantias ferri; deinde ex his multiplicatis & tandem contiguis factis conflari Annulum rotundum & rigidum G B D G corpori T concentricum: & singulæ Annuli partes motus suos omnes (qui à rigiditate non impediuntur,) ad legem corporis L peragent. Et ideo

Tab. X. Fig 7. Annuli C B D G Nodi C & D quiescunt, quando sunt in Syzygiis corporis S: & extra has movebuntur in antecedentia, velocissime quidem in Quadraturis, tardius aliis in locis: & Annuli inclinatio mutabitur, (oscillante ejus axe,) prout de Orbita G C B D ostensum est in Propositione.

Si jam Globus T (eundem habens axem cum Annulo C B D G, & gyros suos circa illum axem iisdem temporibus complens,) concipiatur eousque auctus, vel Annulus (cæteris manentibus) eousque diminutus, ut Globus superficiem Annuli contingat interius, eique inhæreat; quippe illo arcte cinctus: Globus T (quem ad impressiones omnes supponimus prorsus indifferentem) participabit motum Annuli, & utriusque compages oscillabitur, & Annuli Nodi (sive intersectiones ejusdem cum plano Orbis corporis T circa S) regredientur.

PROPOSITIO LXII.

Fig. 4. 5. *Corpus* L, *radio ad* T *ducto, describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipsis, cujus umbilicus* T, *magis accedentem; si* T *eâdem lege, quâ* L, *versus* S *attrahitur, quam si multo minus aut multo magis attrahatur.*

NAm, per præcedentem, perturbatio proportionalitatis arearum & temporum, & deformitas figuræ Orbitæ oriuntur præcipue à vi per M N repræsentata. Et igitur areæ ac tempora ad proportionalitatem, & Orbita G C B D ad figuram Ellipticam tum maxime accedunt, ubi M N vel nulla est, vel quam fieri potest parva: hoc est, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices S M, S N (quarum differentia M N) sunt fere æquales; sive, quod non multum abludit, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices factæ versus S accedunt, quantum fieri potest, ad æqualitatem: (Nam etiam

etiam altera pars attractionis acceleratricis corporis L ad s per S A expositæ, nempe A M, quamvis dictam proportionalitatem omnino non turbat, tamen Ellipticam figuram deformem reddit;) id est, ubi S N, attractio acceleratrix corporis T versus S, non est nulla; (nam ex superius ostensis attractio S M ad minorem M N reducitur per S N attractionem,) neque minor minimâ attractionum omnium S M, (alias M N esset in omni situ corporis L magna nimis,) sed inter omnium S M maximam & minimam quasi media; hoc est, non multo major neque multo minor attractione S K. Itaque corpus L radio ad T ducto describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipsis magis accedentem, si T eâdem lege, quâ L, versus S attrahitur, quam si multo minus aut multo magis attrahatur. Quod erat demonstrandum. *Tab. X. Fig. 4. 5.*

Hæc eadem obtinent si, reliquis manentibus, corpus L non revolvatur circa T; sed utrumque T & L circa S. Nam, ut in præcedente dictum est, demonstratio eadem est sive corpus perturbans moveatur sive non.

SCHOLIUM.

Similiter colligetur quod, si Systema corporum P & L, *l*, λ circa S revolvatur; (ut in Prop. LIX.) Orbitæ descriptæ propius accedent ad Ellipticas, si corpora omnia iisdem attractionum legibus agitentur, quam si quovis modo dictæ leges non obtineant: & commune gravitatis centrum corporum P, L, *l*, λ Orbitam describet, cujus umbilicus est in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum; ut in Corol. Prop. LVI. *Tab. IX. Fig. 10.*

PROPOSITIO LXIII.

Ex actione mutua Telluris & Lunæ, illarum commune centrum gravitatis in Orbe magno circa Solem movetur. Similiter commune centrum gravitatis Jovis ejusque satellitum, & Saturni comitumque Saturniorum, in Orbitis Jovis & Saturni, Prop. LVIII. *definitis, feruntur.*

QUoniam (per Propositiones XLVI. & XLVII.) Luna gravis est in Terram, & vicissim Terra in Lunam; Jovis satellites in Jovem, & vicissim Jupiter in satellites; Saturni comites in Saturnum, & vicissim hic in illos; propositum patet ex Prop. LIX. Et quoniam (per Corol. Prop. XLVII.) Sol, Planeta quisque primarius, ejusque secundarii iisdem attractionum legibus agitantur, secundarii cujusque Orbita est proxime Ellipsis umbilicum in primarii centro habens, per præcedentem. Perturbantur autem satellitum motus, ut in Propositionibus LX. & LXI. ostensum est, variisque afficientur inæqualitatibus de quibus infra locis propriis agetur.

PROPOSITIO LXIV.

Tab. X. Fig. 8. *Propter Telluris figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur; & Axis Terræ, singulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem.*

PRopositione XXXIII. axem Terræ consideravimus quasi sibi perpetuo quam exactissime parallelum; quia tunc unius tantum annuæ revolutionis Phænomena erant explicanda, quo temporis spatio parallelismum suum quamproxime conservat. Verum, propter Telluris figuram Sphæroidem prolatam, ex causis Prop. XXXI. indicatis ortam, res paulo aliter se habebit. Sit ♈ ♋ ♎ ♑ Orbita Telluris circa Solem ☉, A E B Q ipsa Tellus, cujus

cujus poli A & B, Æquator E Q. Et quoniam (per Prop. XXXI.) Terra est figuræ Sphæroideos prolatæ, (depressæ ad polos A & B, & versus æquatorem E Q elevatæ,) erit hæc instar Globi Annulo inhærentis: supplet enim vicem Annuli iste materiæ excessus in regionibus Æquatoris. Et igitur (per Corol. Prop. LXI.) Annuli hujus Nodi regredientur: hoc est, Tellus digressa à ♎, (ubi communis intersectio Eclipticæ & terrestris Æquatoris versus Solem ☉ dirigitur, ac proinde Sol in Æquatore cœlesti visus Æquinoctium efficit,) per ♑ versus ♈, prius ad Nodum ♈ pertinget, quam ad ♈ punctum ipsi ♎ oppositum pervenerit: & Tellus ab ♈ per ♋ versus ♎ progressa prius ad novum Nodum ♎ perveniet, quam ad ♎, ubi in priore revolutione erat Nodus: id est, Æquatoris Terrestris planum productum per Solem prius transibit, quam Telluris centrum ad ♎ pertingat. Sed tum celebratur Æquinoctium, cum Sol in plano Æquatoris Terrestris reperitur; (ut fuse supra ad Prop. XXXIII. ostensum est;) illaque pro punctis Æquinoctialibus recte habentur, in quibus Sol videtur tempore Æquinoctiorum. Quare patet puncta Æquinoctialia, & cum his omnia Eclipticæ puncta quatenus nominibus insigniuntur, (quippe ab Æquinoctialibus pendentia & inde numerata,) regredi videri, sive in antecedentia moveri; si Stellæ Fixæ pro immotis habeantur. Verum si Eclipticæ puncta pro immotis habeantur, Fixæ tantundem in consequentia moveri censebuntur. Tab. X. Fig. 8.

Punctorum Æquinoctialium regressus hactenus explicatus ab actione Solis in Annulum Telluri ad Æquatorem circundatum, sive materiam ad Æquatorem redundantem, procedit; ut Corol. Prop. LXI. ostensum est: Sed & Lunæ etiam in eundem Annulum magnæ sunt vires, ut ex Scholio dictæ Prop. LXI. ejusque Corol. liquet; nam cum hæc in Eclipticæ plano aut non procul ab eo perpetuo hæreat, in eundem cum Sole conspirabit effectum.

 Porro,

Porro, in ſemi-revolutione Telluris circa Solem à ♎ per ♑ ad ♈, inclinatio Æquatoris ad Eclipticam per Solis actionem minor eſt quam cum Tellus erat in ♎: Eſtque hæc minima cum Terra eſt in ♑, (per Prop. LXI.) Nodis Annuli in Solis Quadrato verſantibus. Et cum Tellus ad ♈, & Nodi ad Solis Syzygias pervenerunt, rurſus reſtituitur præcedens inclinatio: & in tranſitu ab ♈ per ♋ ad ♎, ſimilis dictæ inclinationis imminutio rurſus accidit; ſimulque cum Æquatore Telluris Axis oſcillatur. Axis igitur Terræ, ſingulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem; quod & ſingulis menſibus periodicis, bis quoque ex actione Lunæ fiet. Oſcillatio vero hæc vix erit ſenſibilis, dum interim regreſſus punctorum Eclipticæ eſt omnibus notus, licet ab iiſdem viribus ortus. Nam, in ſingulis Æquinoctiis, Axis Terræ inclinatio ad Eclipticam redit ad priorem magnitudinem, & decurſu annorum ſenſibilior non evadit: regreſſus vero punctorum Eclipticæ continuo fit verſus anteriora, nec unquam in priſtinum locum reſtituuntur Æquinoctialia puncta, niſi poſt perfectum integrum circulum. Et quæ in uno anno, aut ſemiſſe anni,(quo temporis ſpatio tota inclinationis Axis Terræ mutatio finitur,) inſenſibilis prorſus eſt mutatio, plurium annorum decurſu ſatis fit ſenſibilis; cum ſemper ad eaſdem partes fiat. Propter Telluris igitur figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur, & Axis Terræ ſingulis annis bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO LXV.

Commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum & Cometarum quiescit; quod proinde pro centro Systematis Solaris, ipsiusque adeo Mundi, habendum est.

Demonstratum est à Philosophis Prop. L. citatis, commune gravitatis centrum, ab actionibus corporum in se invicem, non mutare statum suum motûs vel quietis: sed Systematis corporum plurium eandem esse legem atque corporis solitarii, quoad perseverantiam in dicto statu; cum tam illius quam hujus motus progressivus per motum centri gravitatis sit æstimandus. Systematis igitur Solaris commune centrum Gravitatis vel quiescit, vel movetur uniformiter in directum; siquidem, excludendo vim externam, hic est status corporis solitarii. Posterius dici nequit, cum sic circumjectarum Fixarum aliæ fierent viciniores quam prius, aliæ remotiores; earumque proinde situs & ordo decursu temporis sensibiliter mutaretur, contra observata. Cumque in præcedentibus ostensum sit Solem, Planetas, & Cometas omnes graves esse in se mutuo, & proinde perpetuo agitari, (solo communi illorum centro gravitatis quieto manente,) patet illorum cujusvis centrum mobile pro Systematis Solaris centro haberi non posse, sed prædictum commune centrum Gravitatis immobile.

Quod si non punctum invisibile prædictum, sed corpus aliquod insigne illi maxime propinquum, pro istius Systematis centro sit habendum, erit illud Sol; quippe qui, propter ingentem materiæ quantitatem quam præ cæteris continet, à prædicto communi Gravitatis centro vix unquam distat sensibiliter.

Porro, si universæ corporum omnium compagi (sive Mundo) figura competat, limitesque statuantur; aliud nullum Systema potiori jure ejus meditullium vendicat, quam

quam Solare nostrum: aliudque igitur nullum centrum, quam supra definitum, Mundo convenit. Quod erat demonstrandum.

SECTIO X.

De Causis & Ratione motus Planetarum a Philosophis adductis.

EXposito hactenus Mundi Systemate, generatim quidem & quatenus proposito nostro hucusque sufficit, & motuum magnorum Mundi corporum Causâ explicatâ, analogâ vel potius eâdem (uti decet) cum illa quam apud nos quotidie experimur; Gravitate nempe omnium corporum versus omnia, cujus eadem est Lex atque Gravitatis nostræ, vel alterius Virtutis cujusvis naturalis per rectas lineas in uno puncto concurrentes propagatæ; hoc est, jactis præcipuis Astronomiæ Physicæ fundamentis, Ordo postulat, ut eorundem effectuum Causas & Rationes Physicas ab aliis adductas etiam consideremus, simul & dispiciamus num illæ, æque ac superius explicatæ, quæsito satisfaciant. Per causas vero, de quibus hic est sermo, non intelligimus ultimas illas, quarum nullæ rursus sunt causæ; sed quales apud nos experimur, quarumque vires calculo æstimare valemus, earumque proprietates, sicut & aliarum quarumvis quantitatum, geometrice investigare; qualis est Lux, ex cujus consideratione variæ ortæ sunt scientiæ, Optica nempe, Catoptrica & Dioptrica; Gravitas, cujus symptomata considerat Statica, omnisque ferme Mechanica: quamvis neque Lucis neque Gravitatis rationes ultimas norint istarum scientiarum cultores, neque olim noscent.

Duæ sunt celebriores Sectæ Philosophiæ hujus Cœlestis, quæ motûs corporum Mundanorum causas explicare conatur; *Kepleriana* nempe & *Cartesiana*: Nam de illa, quæ solidos orbes in cœlos invexit & intelligentias illis rotandis

rotandis præfixit, non opus est nunc verba facere, cum & parum Philosophica sit & à superioris sæculi Astronomis plus satis confutata. Utramque breviter describemus, & rationes subnectemus cur neutra sit Cœlestis, ostendendo quod corporum, ut Philosophi illi volunt, motorum non erunt eædem Leges quæ in corporibus Cœlestibus obtinere deprehenduntur. Et primo quidem *Keplerianam Physicam, Lib.* IV. *Epit. Astr. Copernicanæ* traditam, breviter suis plerumque verbis explicabimus.

PROPOSITIO LXVI.

Kepleri *Physicam Cœlestem; sive Causam & Rationem, cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam adduxit* Jo. Keplerus, *summatim & breviter explicare.*

SUmmus hic Astronomus vult Solis ingens corpus, cætera immotum, in ipso rerum exordio ab Omnipotentia creatrice fuisse in gyrum actum circa axem positione datum; & ne ex inertia materiæ paulatim langueat hic motus, illum perpetuâ vel Creatoris vel Animæ ad hoc destinatæ Curâ sustentatum esse: quod etiam in Telluris & aliis universi globis circa proprios axes rotatis obtinere vult. Sol, gyratione hâc corporis sui, circumferens speciem sui Corporis immateriatam per amplissima Mundi spatia, Planetas illâ prehensos, more vectis, una circumfert. Species hæc est Solis virtus per lineas rectas in omnem Mundi amplitudinem emissa, quæ, eo ipso quod species est corporis, una cum corpore Solis rotatur instar rapidissimi vorticis, totam illam circuitûs amplitudinem, ad quantamcunque perringit, æque celeriter pervagans atque Sol circa axem se convertit; & proinde Planetam flumini huic quasi immersum secum vehit. Advertendum porro, præter hanc vim in Sole vectoriam, esse etiam naturalem inertiam in Planetis ipsis ad motum, quâ sit ut inclinati sint, materiæ ratione, ad manendum

in loco ſuo. Pugnant igitur inter ſe potentia Solis vectoria, & inertia Planetæ materialis. Utraque ſuam partem habet victoriæ; illa Planetam ſede ſua emovet, hæc ſuum, hoc eſt Planetæ corpus, nonnihil eripit è vinculis illis, quibus à Sole erat prehenſum, ut ab alia atque alia circularis hujus virtutis parte apprehendatur: ab ea ſc. quæ proxime ſuccedit illi, ex qua Planeta ſe modo extricaverat. Et quia virtus iſta Planetam vehens, ex corpore Solis effluens, eoſdem imbecilitatis gradus habet in diverſis intervallis quos habet ipſa Lux; potentia hæc vectoria, more illuminationis, decreſcit creſcente diſtantia à Sole: unde Planetam ad majorem à Sole diſtantiam poſitum tardius circumvehet, & proinde illius tempus periodicum, ex hoc capite, majus conſtituet. Porro, cum ſimilis potentia vectoria ex corpore Planetæ cujuſvis, circa axem proprium moti, etiam propagetur; fiet ut hæc Planetas ſecundarios, quos in flumine hoc vorticis immateriati offendit merſos, etiam ſimiliter deferat; qui Primarium ſuum rurſus non deferent, quippe qui à ſpecie corporis Solaris circa Solem, æque ac primarii, & una cum illis, deferuntur. Atque hiſce ſolis poſitis, patet primarios Planetas circa Solem deferendos in circulis Soli concentricis, in plano circuli in Sole maximi inter Polos medii, & ſecundarios ſimiliter circa ſuos Primarios.

PROPOSITIO LXVII.

Modum, quo ex allatis principiis Keplerus *deducit periodica Planetarum tempora reperiri exactiſſime in proportione ſuorum orbium ſeu circulorum ſeſquialterâ; explicare.*

PRoportionem hanc in corporibus Cœleſtibus obtinere primus obſervavit *Keplerus*, magno Aſtronomiæ veræque Phyſicæ commodo; quod nempe, in rotatione Planetarum primariorum circa Solem, & ſecundariorum circa

circa Primarium quemque, Quadrata temporum periodicorum eandem habeant proportionem quam Cubi semidiametrorum suorum orbium sive distantiarum à Sole; sumendo nempe distantias mediocres, & abstrahendo ab excentricitate. Hanc autem ex suis principiis modo sequenti deduxit. Cum Solis potentia vectoria (quâ Planetæ circumducuntur à vortice immateriato sive flumine speciei Solaris,) more illuminationis decrescat crescente distantiâ à fonte sive Sole, (hoc est, in ratione duplicata distantiæ,) & vires suas secundum unam dimensionem (nempe in longum) tantum exerat; Potentia hæc vectoria in hoc effectu producendo (Planetam nempe circumducendo) minuetur in simpla tantum ratione distantiæ à Sole auctæ: Cumque (ex rationibus archetypicis) ponat moles corporum Planetariorum eandem habere rationem quam habent illorum distantiæ à Sole; potentia Solis vectoria æquales vires in unumquemque Planetam circumducendum impendet; nempe tanto majores ob majorem Planetæ molem sive magnitudinem, in quam species motoria incurrit, quanto imbecillior est virtus motoria in ista distantia, & in eadem ratione; distantiæ nimirum à Sole. Rursus, concinnitate Geometricâ adductus, statuit quantitatem materiæ in Planetis invicem comparatis esse in subduplicata ratione molis sive magnitudinis; (atque ita densitas erit in eadem subduplicata magnitudinis ratione inversa,) hoc est, ut superius dictum, in subduplicata ratione distantiæ à Sole. Cum ergo tempus periodicum in Planeta à Sole remotiore majus sit quam in viciniore, propter majus iter, (id est, majorem Orbitam,) & etiam propter majorem materiæ copiam transportandam, (cætera vero æquale, quia æquales vires motorias in illos impensas esse supra est ostensum,) & iter majus sit in ratione distantiæ à Sole, & copia materiæ etiam major in ejusdem distantiæ ratione subduplicata; ob utramque simul cau-

ſam, remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum in ratione ex hiſce compoſita : Sed ratio compoſita ex ſimpla & ſubduplicata eſt ratio ſeſquialtera aut ſeſquiplicata : Quare remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum quam vicinioris, in ratione ſeſquiplicata diſtantiarum à Sole; hoc eſt, Quadrata temporum periodicorum ſunt ut Cubi diſtantiarum à Sole. Quæ de ſecundariis circa primarium rotatis ſimiliter intelligenda ſunt.

PROPOSITIO LXVIII.

Cauſas, cur Planetarum Orbitæ Excentricæ ſunt, à Keplero *allatas explicare.*

CUm Planeta quivis ſit corpus Solis corpori cognatum, cujus pars altera (Magnetis more) Soli eſt amica, altera inimica; converſo Solis corpore, convertitur ſimul Virtus etiam illa Solis; quâ Planetam trahit vel repellit, prout pars ejus amica vel inimica Soli obvertitur; quemadmodum Magnete converſo, vis tractoria vel repellens in plagas mundi alias atque alias transfertur. Cumque Sol illâ virtute ſui corporis arripuerit Planetam, ſeu trahens illum, ſeu repellens, ſeu dubius inter utrumque, ſecum etiam circumducit illum; trahendo quippe & repellendo retinet, retinendo circumducit. E Magnetibus quidem noſtris quilibet duas habet plagas diverſæ virtutis, quarum unâ Magnes magnetem alterum ſecundum datam plagam attrahit; alterâ vero eundem repellit. In cœlo res paulo aliter eſt comparata. Sol enim, non unâ plagâ, ſed omnibus ſui corporis partibus, facultatem hanc activam & energeticam poſſidet attrahendi vel repellendi Planetam. Itaque credibile eſt centrum corporis Solaris reſpondere uni extremitati vel plagæ Magnetis; ſuperficiem vero totam alteri Magnetis plagæ, cum totâ hâc & non unâ tantum plagâ Planetam ſecundum datam plagam attrahat vel repellat

Hiſce

Hisce stabilitis, palam est Planetæ corpus non in eadem ubique à Sole distantia circa Solem delatum iri; sed dum plagam amicam Soli obvertit, toto illo tempore versus Solem accedere propius, donec rectæ secundum plagam hanc ductæ, (hoc est, fibræ secundum quas virtus ista trahens propagatur à Sole,) sibi fere ubique parallelæ, non amplius ad Solem inclinantur, sed recta à Sole ad Planetam ducta est fibris hisce normalis: in quo casu, cum Sol non amplius trahit, attractionis effectus (nempe Planetæ versus Solem accessus) cessabit, & Planeta tum in maxima ad Solem propinquitate est sive in Perihelio. Circumducto interim per superius descriptam Solis potentiam vectoriam Planetâ, ejus plaga opposita & Soli inimica paulatim versus Solem dirigitur, unde continuo repellitur planeta à Sole; idque tamdiu fiet, donec neutra plaga versus Solem inclinetur, sed recta jungens Solem & Planetam fiat iterum ad fibras virtutis normalis; & tunc Planeta in Aphelio reperietur, quippe in maxima distantia, ad quam vis Solis repellens Planetam interim circumductum removere potest. Atque ope harum fibrarum sic libratus Planeta, ut in altera Orbitæ suæ parte à Sole trahatur, in opposita vero inde pellatur, describit Orbitam, circa Solem quidem, at non ut circa suum centrum; sed Soli Excentricam. Rursus, quia species corporis Solaris, motum Planetæ concilians, in ampliori circulo tenuior & imbecilior est in ratione distantiæ à Sole, quatenus hunc effectum producit, (ut in Præc. Prop. ostensum est,) & interim Planeta ejusdem maneat molis & densitatis; quippe idem Planeta: patet celeritatem Planetæ diminui, cæteris paribus, in eadem ratione cum constipatione & densitate virtutis vectoriæ Solis; hoc est, in inversa ratione distantiæ à Sole. Porro, virtus Solis Planetam extrudens & trahens, quæ fit secundum lineas virtuosas ex centro Solis exeuntes, & una cum Sole circumeuntes, (ut fit in reliquis ope-

Vide Tab. XI. *Fig.* 1.

 ribus

ribus naturalibus,) fortis est in ratione sinûs complementi anguli, quem radius Solis continet cum fibra per quam admittitur virtus Solaris intra Planetam : Et igitur Orbita hæc Excentrica non erit perfectus Circulus, sed à lateribus paulo angustior & compressior Ellipsis evadit, cujus umbilicus alter est ipse Sol. Sed & ex iisdem principiis ostendit Ellipsin circa Solem in umbilico positum ita describi, ut æquales Areæ temporibus æqualibus describantur per radium ad Solem ductum, quem *Vectorem* nuncupat ; & universaliter areas, quas verrit radius vector, esse proportionales temporibus quibus describuntur.

Verum cum fibræ hæ libratoriæ, quarum ope Planetæ in altum librantur, sibi semper in omni Planetæ circumductione quasi parallelæ maneant, & (per supra ostensa) ita respectu universi totius inclinentur, ut cujusque Planetæ Linea Apsidum perpendicularis sit fibris hisce, vel in plano orbis Planetæ vel in situ huic parallelo positis ; cumque nullius è primariis Planetis axis, circa quem motu quasi diurno rotatur, hanc habeat positionem, & nulla alia præter axem hunc, eique parallelas rectas, situm eundem respectu universi conservet, si Planetæ Globus totus sit solidus & unitus ; patet *Keplero* necesse fuisse intra crustam hanc Planetæ exteriorem, (cujus axis situm datum retinet, quippe circa quem Planeta motu suo diurno revolvitur,) globum à crusta prorsus separatum & divisum, & ejus motui diurno minime obsequentem ponere, cujus axis & rectæ illi parallelæ fibrarum dictarum *Libratoriarum* vices sustinerent, & situm ad hoc opus necessarium modo descriptum conservarent ; dum interim crusta exterior, pro Planetæ cujusque indole, motu diurno sibi peculiari circumrotatur.

PRO-

PROPOSITIO LXIX.

Causas, cur Planetarum Orbitæ sint ad Eclipticam inclinatæ, à Keplero *adductas explicare.*

IN Physica hac *Kepleriana*, in qua nunc versamur, si nullæ inessent Planetis fibræ (quales Prop. præc. descripsimus) quibus in altum librantur, vel si fibræ hæ latus Soli obvertant; (hoc est, neque plagam Soli amicam neque inimicam;) Planeta quivis in eadem à Sole distantia manens perfectum circulum Soli concentricum describeret. Pari modo, Planetæ (viribus hinc solummodo ortis agitati) omnes in eodem plano, uniformi & directissimo flumine, medio quasi alveo (sive circulo inter polos convolutionis Solis medio, *Viâ Regiâ* dicto) circumirent. Cum vero varie hinc inde ab hac Regia via divagentur, oportet effectus hujus causam non esse absimilem illi, quâ fit ut navis vento impulsa paulatim ad latus detrudatur, respectu lineæ secundum quam, per solum ventum, moveretur; per remum sc. oblique ad puppim religatum, vel gubernaculum obliquo situ detentum. In quovis Planeta sunt fibræ (quas ab officio appellat *Latitudinis*) in plano orbis sui, vel huic parallelo, perpetuo constitutæ, quæque in omni Planetæ conversione aut motu sibi ipsis ubique parallelæ manent, ita ut, dum Planeta in nodo sive communi interfectione plani viæ Regiæ cum plano orbis versatur, fibra Latitudinis media, quæ per Planetæ centrum transit, Orbitam tangat; adeoque fibrarum omnium pars una ad unam viæ Regiæ partem, altera vero ad alteram, extra planum istud emineat, inclinata ad illud eodem angulo, quo Planetæ orbis ad viam Regiam. Cum igitur species corporis Solaris incurrit in fibræ medietatem insequentem exstantem, Planetam expellet quorsum tendit antecedens medietas; hoc est, secundum planum Orbitæ Planetæ dicto

dicto propriæ : Cum autem interim fibræ hæ Latitudinis maneant in situ sibi ipsis parallelo per omnem ambitum, hinc fit ut in Planeta, in limite sive maxima à via Regia remotione posito, neuter fibrarum terminus antecedat, sed fibræ velut in profundum hujus fluminis (id est, versus Solem) porrectæ, & impetum latere rectà objecto excipientes, causam nullam præbeant ejectionis ulterioris in ullam plagam; quoad in his Limitum punctis permutatio fiat, ut ille fibrarum terminus, qui ante Planetæ appulsum ad Limitem antecessisset, jam post insequatur, antecedente altero, eoque Planeta rursum ad viam Regiam accedere incipiat. Loco enim facultatis gubernaculi in nave, vis alia fibrarum multo convenientior Planetæ inest; quod, sicut fibræ, quibus Planeta in altum libratur, naturalem habent potentiam ad retinendum situm parallelum in transportatione corporis, sic etiam inest fibris Latitudinis, præter similem vim retinendi situm parallelum, etiam naturalis potentia agilitatis, seu tuendi lineam plane eandem, & secundum eam derivandi motum sibi illatum, in quantum quidem tendit motus in eandem plagam cum altero fibræ extremo. Quoniam vero fibræ hæ Latitudinis diversæ prorsus sunt à prius descriptis fibris quibus Sol Planetam attrahit & repellit, cum quoad naturam & officium, tum quoad situm ; quia Latitudinis fibræ ubique sint parallelæ rectæ Orbitam in nodo cum via Regia tangenti, aliæ vero istæ (ex Prop. præced.) parallelæ sint rectæ eandem Orbitam in Aphelio tangenti : oportet fibras hasce secundum *Keplerum* in corporibus diversis reperiri, dummodo (ex *Kepleri* sententia) apsides progrediantur & nodi regrediantur, utut lente in Planetis primariis, & extra dubium sit hoc revera contingere in secundariis. Quare necessum habuit præter Crustam exteriorem fibris instructam, quibus axis, circa quem Planeta motu suo diurno revolvitur, sibi in toto Planetæ circuitu circa Solem parallelus conservatur, & in-

& interiorem Cruſtam (quæ, reſpectu exterioris, nuclei inſtar ſit) ab hac prorſus ſeparatam aliiſque viribus agitatam ponere; in qua nempe reſideant fibræ, quibus Planeta in altum & profundum libratur : & intra hunc nucleum, ſive potius Cruſtam, alium adhuc interiorem ponere nucleum à ſuperiore media ſeparatum, & aliâ gaudentem periodo, in quo fibræ Latitudinis repanduntur; cum impoſſibile ſit in eodem ſolido compacto hærere intertextas fibras haſce diverſas, quarum diverſæ ſunt periodi.

PROPOSITIO LXX.

Quæ in ſupra explicata Phyſica Cœleſti Kepleriana *falſa reperiuntur, breviter indicare & refellere.*

Cum *Kepleri* Phyſicam Cœleſtem impugnandam ſuſcipimus, non eo animo illud facimus, quaſi Virum hunc immortalis famæ inter Syſtematum fabricatores & Cauſarum Phyſicarum indagatores vulgares numeremus. Etenim tantum abſuit, ut è contra pene ſolus fuerit (ſi forte Antiquiſſimos quoſdam, ut *Pythagoram* &c. excipias) qui Phyſicam Cœleſtem more Mathematicorum tractavit. Ejus *Rationes Archetypicæ, Concinnitates Geometricæ,* & *Proportiones Harmonicæ* eam oſtendunt ingenii vim, qualem in Scriptoribus Aſtronomiæ Phyſicæve ante illum fruſtra quæras: Adeo ut harum rerum judex idoneus & æſtimator æquus *Jeremias Horoccius*, à *Keplero* ſub ſtudiorum ſuorum Aſtronomicorum initio licet alienus, poſt alios fruſtra tentatos *Kepleri* Doctrinam & Rationes Phyſicas ambabus ulnis amplexus, ſic lectorem ſuum alloquatur: *Licet mihi* Keplerum *ſupra mortales admirari; licet egregium, diviniſſimum, aut ſi quid majus appellare; licet denique ſupra totam Philoſophantium ſcholam vel unicum* Keplerum *æſtimare. Hunc ſolum canite Poetæ — Hunc ſolum terite Philoſophi; de illo certi, habere iſtum omnia,*

qui habet Keplerum. Quid enim majus, quid divinius in hisce rebus homini accidere potuit, quam ex ſpeculationibus harmonicis proportionem Orbium Planetariorum exactiſſime determinare, quam veriſſimam Planetarum viam circa Solem (Ellipticam nempe) primum detegere, denique quam modum veriſſimum indicare, quo Planeta in ſemita hac incedit; ſc. ut radio ad Solis centrum in Ellipſis umbilico poſitum ducto areas deſcribat temporibus proportionales? Quæ vero in *Kepleri* Mechanica motuum cauſa diſplicent, hæc fere ſunt.

1. Si neque Planetæ plaga amica neque inimica Soli obverſa fuerit, aut ſi Planeta (ob debilitatem fibrarum, quibus in altum & profundum libratur) ita comparatus fuerit, ut à Sole nec attrahatur nec expellatur,) ut in Venere accidit ex *Kepleri* ſententia,) tum à circumrotata Solis ſpecie vult Planetam perfectum deſcribere circulum; cum tamen conſtet corpus, quod non urgetur à vi ad centrum tendente, circuli peripheriam non deſcribere, ſed rectam. Cum ergo Planetarum orbitæ etiam in hoc caſu circulares ſint, patet illas ab alia vi, præter illam ab obverſa plaga amica oriundam, verſus centrum trudi.

2. Dum Planeta à perihelio ad aphelium à Sole aſcendit, plaga Soli inimica ad Solem obvertitur, unde & à Sole repellitur, & in hoc caſu urgetur hâc ſolâ vi, quæ in recta Solem & Planetam jungente dirigitur. In Mechanicis vero notum eſt tantum abeſſe ut Planeta hâc ſolâ vi agitatus deſcribat Ellipſin cui umbilicus eſt Sol, ut curvam è contra deſcriberet verſus Solem convexam. Quare neceſſe eſt ut Planeta, cujus ſemita eſt Ellipſis cui Sol eſt umbilicus, urgeatur, etiam dum à perihelio ad aphelium aſcendit à Sole, à vi ad Solem tendente, cum Ellipſis ſit verſus utrumque umbilicum cava. Toto ergo cœlo aberrat *Keplerus*, dum Planetam vult à Sole repelli in aſcenſu ad aphelium, aut dum Planetam vult neque trahi neque repelli, dum circulum perfectum

Soli

Soli concentricum describit: Nisi enim in utroque casu trahatur vel alias impellatur versus Solem, curvam versus illum cavam non describet: Nam retineri absque tractione omnino non potest.

3. Dum in proportionem orbium Planetariorum inquirit, quædam assumit observationi plane contraria, utut rationibus archetypicis, quas sibi imaginatus est, satis congrua: Nempe quod corporum Planetariorum magnitudines sunt ut ipsorum distantiæ à Sole; quodque eorundem densitates sunt inverse in subduplicata ratione magnitudinum. Unde sequitur quantitatem materiæ in Planetis esse directe in subduplicata ratione distantiarum à Sole: Quippe materiæ quantitas est ut magnitudo & densitas conjunctim. Vulgo autem notum est Martem esse mole minorem Venere, qui tamen secundum *Keplerum* deberet esse Veneris duplus; quippe duplo magis à Sole distans. Observationes produnt Jovis Globum esse Saturno majorem, qui tamen fere duplo minor esset per prædictam regulam. Potuisset tamen ex sibi notis & à se primum detectis, (nempe quod Planetæ via est perimeter Ellipsis cujus umbilicorum alter est in Solis centro, quam ita percurrit ut radius vector areas verrat temporibus proportionales,) absque consideratione magnitudinis & densitatis Planetarum, geometrice deducere tempora periodica Planetarum, circa commune centrum revolventium, esse in sesquiplicata ratione majorum axium, sive distantiarum mediocrium à Sole. Verum proportionem Orbium Planetariorum horumque numerum, ex intervallis ad interpositionem quinque Corporum Regularium necessariis, deduxisse *Keplerum* credibile est; & tales postea magnitudines & densitates Planetis tribuisse, unde eandem hanc proportionem alio ordine exstrueret.

4. Ut taceam virtutem parum Mechanicam, & Animali vi proximam, quam tribuit Planetarum fibris, quibus in altum librantur, & illis, quibus in latum excurrunt; (hisce

ce quidem naturalem potentiam agilitatis, illis vero, in una plaga totius corporis Solaris appetentiam, in altera fugam;) & hinc oriundam Planetæ cujusvis divisionem in Corticem, & Nucleum à cortice separatum, & in illius cavitate diversâ periodo libratum, & in quibusdam Nucleum rursus hunc interiore nucleo similiter gravidum: Ut inquam supradicta parum Mechanica, & à Naturæ more aliena taceam; Systema *Kepleri* de modo quo Sol Planetas circumagit, attrahit & repellit, ita constitutum est, ut primæ fere motûs & Naturæ legi adversetur, quâ cautum est, ut actioni contraria semper sit & æqualis reactio. Nam secundum *Keplerum* in Epit. Lib. IV. *Non Planetis ipsis, sed Soli tantum inest Virtus ista expulsionis & attractionis. Et licet vis Solis tractoria & repulsoria porrigatur ad Planetas, Planetæ vis similis non porrigitur ad Solem.* Si enim hoc fieret, agnoscit quod *Sol à Planetis in proportione corporum conversa, situ suo, quem habet in centro mundi, emoveri, vel saltem titubare deberet, jam huc jam illuc protractus, prout multi Planetæ ab uno latere, simili inter se facultate, in Solem ingruerint. Hoc vero modis omnibus effugit, negatâ mutuâ attractione & expulsione.* Oblitus erat *Keplerus* veræ doctrinæ de Gravitate, quam ante XI. annos in *Introductione ad Commentarios in Stellam Martis* stabilivit, hisce axiomatibus fultam: *Quod gravitas est affectio corporea mutua inter cognata corpora ad unitionem seu conjunctionem. Duo corpora non impedita coirent loco intermedio, quodlibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta est alterius moles in comparatione; adeoque si Luna & Terra non retinerentur, qualibet in suo circuitu, Terra ascenderet ad Lunam quinquagesimâ quartâ parte intervalli; Luna descenderet ad Terram* 53. *circiter partibus intervalli, ibique jungerentur; posito tamen quod substantia utriusque sit ejusdem densitatis. Quod Luna prolectat aquas terrestres; unde fit fluxus, ubi sunt latissimi alvei Oceani, aquisque spaciosa reciprocandi libertas.*

libertas. Et si Terra cessaret attrahere ad se aquas suas, aquæ marinæ elevarentur & in corpus Lunæ influerent. Neque se audivit respondentem & obviam euntem incommodis supra recensitis titubationis Solis ejusque emotionis à centro mundi, dum sic ait: *Nam tanta est moles, tanta densitas in materia corporis Solaris, tanta ejus vis attrahendi pellendique, tanta vicissim exilitas & Planetæ, & renitentiæ ejus, ut Sol de statu suo nihil periclitetur.*

Ex supra traditis patet, quam parùm abfuerit inclytus hic Philosophus & Astronomus à veræ Physicæ Cœlestis inventione, (qui etiam in *Epit. Astr. Lib.* v. §. 1. dixerat, *Ut Sol trahit Planetam, sic Terra trahit corpora; ob quem tractum corpora dicuntur gravia,*) quantaque ad hanc auxilia contulerit, quamque rectè vaticinatus fuerit, dum ait, *Verissimæ causæ, & quantitates, & plagæ motuum Apsidum, & Nodorum Planetarum, & reliqua hujusmodi latent in pandectis ævi sequentis, non ante discenda, quam librum hunc Deus Arbiter seculorum recluserit mortalibus.*

PROPOSITIO LXXI.

Cartesii *Physicam Cœlestem, sive Causam & Rationem cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam* Renatus Des Cartes *commentus est, summatim & breviter explicare.*

QUi Physicas motuum Cœlestium causas eruere sunt conati, ad unum fere omnes illas à Sole petunt. Nam numeros fere omnes probabilitatis implent Solis in suo spatio rotatio circa axem immobilem, in plagam eandem in quam omnes Planetæ sequuntur, & periodo quidem breviore quam illi proximus Mercurius, sed Planeta quivis periodo majori quo à Sole remotior; & Planetarum etiam primariorum rotatio circa proprios axes; & secundariorum circa hos rursus primarios, sicut primario-

rum circa Solem: omnes versus eandem plagam, & in eodem fere plano. Phænomena enim hæc altâ velut voce exclamant, vel omnem hunc primariorum Planetarum motum à motu Solis oriri, vel saltem tam hunc quam illum ab una communi causa dependere. Hinc factum est, ut Philosophorum multi Planetas ab æthere, circa Solem ad modum Vorticis sive turbinis agitato, deferri existimarint; idque diu ante *Cartesii*, immo ante *Epicuri*, tempora. Verum *Keplerus*, qui Astrorum motus perspectiores habebat, satis videbat illos ab hujusmodi Vorticibus corporeis non deferri: Quippe si Planetæ, materiæ Vorticis innatantes & in illa quasi quieti, simul cum partibus Vorticis circumferrentur; videbat illos perfectos descripturos circulos, aliasque sortituros periodos, pro ratione distantiæ à centro, quam quæ illis ex observatis competunt. Maluit ergo speciem corporis Solaris immateriatam loco materiæ in Vorticem circumrotatæ substituere, hanc ipsam interim *Vorticis & Fluminis Cœlestis* nomine indigitans. Postea vero *Cartesius*, minutias & observationes Astronomicas susque deque habens & Mundum suo more condere certus, Vortices postliminio reduxit; popularem utique & Philosopho aptum modum stellarum motus repræsentandi. Et quamxis Vortices fuerint ab aliis ante *Cartesium* in Cœlos introducti, & à multis post illum adhibiti & in alios usus detorti, *Cartesii* tamen nomen retinent. Hocce ergo systema, quatenus propositum nostrum attingit, ex ipsius *Cartesii* verbis, *Parte tertia Principiorum Philosophiæ*, breviter describemus.

Supponit *Cartesius* omnem illam materiam, ex qua hic mundus aspectabilis est compositus, fuisse initio à Deo divisam in particulas quamproxime inter se æquales, & magnitudine mediocres, & æqualiter fuisse motas, tum singulas circa propria sua centra, & separatim à se mutuo, ita ut corpus fluidum componerent; tum etiam plures circa alia quædam puncta æque à se mutuo remota, sicque

que varios Vortices componerent. Poſtea particulas haſce æquales, inteſtino motu attritas, reſolvit in globulos diverſæ magnitudinis, quas omnes ſecundi elementi vocat; & fluidum quoddam ex partibus irregularibus minutiſſimis ab angulis globulorum detritis & maximâ celeritate in omnes partes motis conſtans, quod materiam primi elementi dicit. Cumque hujus major ſuppeteret copia, quam quæ interſtitiis globulorum implendis ſufficeret, reliqua verſus centrum detrudebatur à globulis à centro, ex motu circulari, recedentibus, ibique in corpus ſphæricum collecta corpus Solis cujuſdam in cujuſvis Vorticis centro conſtituit. Præter motum æqualem, particulis circa centrum Vorticis primitus impreſſum, Sol, modo in Vorticis centro genitus, & in eandem partem cum reliqua Vorticis materia circa ſuum axem revolutus, & ſemper aliquid ſui per anguſtos meatus qui ſunt inter globulos ſecundi elementi verſus Eclipticam, ſive circulum inter polos medium, emittens, (tantundem à vicinis Vorticibus ad polos recipiens,) vim habet ſecum rapiendi globulos iſtos; viciniores quidem celerius, remotiores autem tardius. Cum autem inferiores globuli materiæ cœleſtis celerius moveantur quam ſuperiores, debent etiam eſſe minores. Si enim eſſent majores vel æquales, hoc ipſo haberent plus virium, ideoque ex vi centrifuga ſuperiores evaderent. Atque hæc omnia in quovis Vortice ita ſe habebunt (ut dictum eſt) uſque ad certum terminum, ultra quem globuli ſuperiores inferioribus celerius moventur, & quantum ad magnitudinem ſunt æquales. Terminum hunc in Solis Vortice circa Saturni orbem aut paulo ultra conſtituit.

Hiſce poſitis, ſi contingat ſidus aliquod, quod in centro ſui Vorticis poſitum Solis vicem gerit, maculis obvolutum atque ſic debilitatum à Vortice Solis vicino devictum abripi; ſi ſidus hoc minoris agitationis ſit capax, ſive minus habeat ſoliditatis, quam globuli ſecundi elementi;

menti, qui ſunt verſus circumferentiam noſtri Cœli, ſed tamen aliquanto plus quam aliqui ex iis qui ſunt verſus Solem; intelligemus ſidus illud, ſtatim atque à Vortice Solis abreptum eſt, continuo verſus ejus centrum deſcendere debere, donec devenerit ad eos globulos Cœleſtes, quibus in ſoliditate, ſive in aptitudine ad perſeverandum in ſuo motu per rectas lineas, eſt æquale. Cumque tandem ibi erit, non amplius ad Solem magis accedet, neque etiam ab eo recedet, niſi quatenus ab aliquibus aliis cauſis inſerius recenſendis nonnihil hinc inde propelletur; ſed inter iſtos globulos Cœleſtes libratum, circa Solem aſſidue gyrabit, & erit Planeta. Horum igitur unuſquiſque quieſcit in ea Cœli regione, in qua verſatur: Et omnis variatio ſitûs, quæ in illis obſervatur, ex eo tantum procedit, quod omnis materia Cœli, quæ illos continet, moveatur. Secundum hoc igitur Syſtema nihil vetat quo minus arbitremur ſpatium, in quo jam unicus Vortex Solis continetur, initio in ſeptemdecim pluresve Vortices fuiſſe diviſum; eoſque ita fuiſſe diſpoſitos, ut ſidera, quæ in centris ſuis habebant, multis paulatim maculis tegerentur, & deinde iſti Vortices alii ab aliis deſtruerentur, unus citius, alius tardius, pro diverſo eorum ſitu. Adeo ut cum illi quatuor, in quorum centris erant Sol, Terra, Jupiter & Saturnus, cæteris eſſent majores, ſidera quæ in centris quinque minorum Saturnum circumſtantium verſabantur, verſus Saturnum delapſa ſint; & quæ in centris quatuor aliorum Jovi vicinorum verſus Jovem; & ſimiliter Luna Telluri vicina verſus Terram; & poſtea Mercurius, Venus, Terra cum Luna, & Mars (quæ ſidera etiam ſingula ſuum Vorticem prius habuerunt) verſus Solem; ac tandem etiam Jupiter & Saturnus, una cum minoribus ſideribus iis adjunctis, confluxerint verſus eundem Solem ipſis multo majorem, poſtquam eorum Vortices fuerunt abſumpti: Sidera autem reliquorum Vorticum, ſi unquam plura fuerint quam

quam septemdecim in hoc spatio, in Cometas abierint, in recta fere linea de Vortice in Vorticem trajicientes, & nunquam in orbem revertentes. Sicque jam videntes primarios Planetas ad diversas distantias circa Solem deferri, judicabimus id ex eo contingere, quod eorum qui Soli viciniores sunt, soliditas sit minor quam remotiorum: Atque hinc etiam fieri, quod semper eadem pars Lunæ sit Terræ obversa, vel certe non multum ab ea deflectat, quia alia ejus pars, à Terra aversa, aliquanto est solidior, & ideo Terram circumeundo majorem ambitum debet percurrere. Et videntes inferiores ex istis Planetis altioribus celerius in orbem ferri, putabimus id ex eo fieri, quod materia primi elementi, quæ Solem componit, celerrime gyrando viciniores cœli partes, iisque innatantes & in iis relative quiescentes Planetas, magis secum abripiat quam remotiores. Jupiter autem, Terra &c. circa proprios axes vertuntur, quia antea erant sidera lucida in aliquorum Vorticum centris consistentia, & ibi proculdubio nostri Solis instar gyrantia; & nunc materia primi elementi in eorum centris congregata similes adhuc motus habet, ipsosque impellit.

Denique non putandum est omnia centra Planetarum accurate in eodem plano semper consistere, nec circulos, quos describunt, esse omnino perfectos; sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, ista tantum præterpropter talia esse, ac etiam labentibus sæculis continuo mutari. Cum enim omnia corpora, quæ sunt in universo, contigua sint, atque in se mutuo agant, motus uniuscujusque à motibus aliorum omnium dependet, atque ideo innumeris modis variatur. Unde quamvis omnes Planetæ motus circulares semper affectent, nullos tamen perfectos circulos unquam describent; sed modis omnibus tam in longitudinem quam in latitudinem semper aliquantulum aberrabunt.

PROPOSITIO LXXII. LEMMA.

Si circa eundem axem revolvantur corpora duo in eadem ab axe distantia, atque etiam alia duo similiter in alia quavis distantia; dico rationem differentiæ motûs angularis priorum corporum ad differentiam motûs angularis posteriorum componi ex ratione translationis corporum priorum à se invicem ad translationem posteriorum à se invicem, & ratione distantiæ posteriorum ab axe ad distantiam priorum ab eodem.

M*Otus angularis* dicitur is, quo conficitur angulus ad axem circa quem fit motus: Unde illa dicuntur habere eundem vel æqualem motum angularem, quæ, in quantumvis inæquali distantia ab axe posita, æquales angulos ad axem eodem tempore vel temporibus æqualibus conficiunt: Et differentia motuum angularium est differentia angulorum ad axem à mobilibus simul confectorum.

Tab. XI. Fig. 2. Sint in eadem distantia ab S axe motûs bina corpora contigua A & B; item alia bina C & D. Moveantur postea utcunque, & à se invicem separentur; nempe A in α, & eodem tempore B in β, C in γ, & D in δ. Patet jam (ex Prop. XXXIII. Elem. 6.) differentiam motuum angularium binorum corporum A & B (nimirum angulum α S β) esse ad differentiam motuum angularium binorum C & D (hoc est, angulum δ S γ) sicut translatio priorum duorum à se invicem (sive via, quâ alterum ab altero transfertur, nempe α β) ad δ γ translationem duorum posteriorum; hoc est, si distantiæ sint æquales, translationes sunt ut differentiæ motuum angularium. Rursus, si in distantiis ab axe S utcunque inæqualibus, corpora contigua bina A & B, atque alia bina E & F, ita moveantur in loca α, β, & ε, φ, ut differentiæ motuum angularium (sc. anguli α S β, ε S φ) sint

ſint æquales; erunt (per Prop. XXXIII. Elem. 6.) tranſlationes $\alpha \phi$, $\epsilon \phi$ ut diſtantiæ S A, S E. Adeoque (per Prop. XXIII. Elem. 6.) ſi neque diſtantiæ ab axe, neque differentiæ motuum angularium fuerint æquales; ratio tranſlationum componetur ex ratione differentiarum motuum angularium, & ratione diſtantiarum ab axe: Et ideo (auferendo ab utraque parte rationem diſtantiarum ab axe) ratio differentiarum motuum angularium componitur ex directa ratione tranſlationum corporum à ſe invicem & inverſa ratione diſtantiarum ab axe motûs. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXIII. LEMMA.

Si curva D C E *ſit ita verſus rectam* A E, *infinite verſus* E *productam, relata, ut demiſſa ex quovis curvæ puncto ad* A E *recta perpendicularis* C B *ſit reciproce ut cubus rectæ* A B *interceptæ inter* B *&* A *punctum in recta* E A *datum; erit ſpatium interminatum* B C E E, *inter rectas* C B, B E *& curvam* C E *comprehenſum, inverſe ut quadratum rectæ* A B. Tab. XI. Fig. 3.

Vocetur A B, X; B C, Y: & quoniam Y eſt ut $\frac{1}{X^3}$; erit $Y = \frac{1}{X^3}$ ductæ in conſtantem quandam ſive invariatam quantitatem; ſit hæc a^4, ut obſervetur lex homogeneorum: hoc eſt, $Y = \frac{a^4}{X^3}$; ſive $Y = a^4 X^{-3}$. Adeoque ſumma omnium Y (ſive quantitas fluens cujus fluxio eſt Y, ejuſve valor $a^4 X^{-3}$) erit $- 2 a^4 X^{-2}$: hoc eſt, ut Geometris notum, area ad alteras rectæ B C partes jacens, nempe area B C E E, æqualis eſt $\frac{2 a^4}{X^2}$. Et, quia $2 a^4$ eſt quantitas data, eſt area B C E E ut $\frac{1}{X^2}$; hoc eſt, inverſe ut quadratum rectæ A B: ſive area B C E E ad aream *b c* E E ſicut A *b q* ad A B *q*. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXIV. LEMMA.

Si Corporum duorum contiguorum unum super alterum gliscat, & idem fiat in aliis duobus corporibus, eàdem Vi atque priora versus se invicem pressis; dico impressionem factam à frictione priorum in se mutuo esse ad similem impressionem posteriorum in ratione composita ex ratione translationis priorum ad translationem posteriorum, & ratione superficiei, quâ priora se mutuo contingunt, ad superficiem, quâ posteriora se mutuo contingunt; nempe in quibus impressiones fiunt.

SI superficies contiguæ essent perfecte lubricæ, nulla foret corporum impressio in se mutuo, dum gliscunt. Patet vero suppositionem maxime naturalem esse, quod resistentia, quæ oritur ex defectu lubricitatis partium, est (cæteris paribus) proportionalis velocitati quâ partes separantur à se invicem; hoc est, si superficies contiguæ æquales fuerint, quod resistentia, & hinc orta impressio corporum in se mutuo, proportionalis est velocitati relativæ; sive huic, in dato tempore, proportionali translationi corporum. Quod si translationes (sive velocitates quibus corpora separantur ab invicem) fuerint æquales, resistentiæ sive impressiones sunt inter se ut superficies in quibus corpora bina & bina se contingunt. Et igitur, cum neque superficies, neque translationes æquantur; sed reliqua omnia, (ut vis corpora versus se invicem premens, defectus lubricitatis &c.,) erunt impressiones, quas corpora bina & bina in se mutuo faciunt, in ratione composita ex ratione superficierum contiguarum & ratione translationum ab invicem. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO LXXV.

Si sphæra solida in fluido uniformi & infinito, circa axem positione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulsu solo agatur fluidum in orbem, perseveret autem fluidi pars unaquæque uniformiter in motu; dico quod tempora periodica partium fluidi erunt ut quadrata distantiarum a centro sphæræ.

Tab.XI. Fig. 4.

DEsignet A E H sphæram uniformiter circa axem S rotatam. Fluidum infinitum sphæræ undique circumfusum divisum intelligatur in orbes innumeros concentricos ejusdem crassitudinis, quorum quivis per se spectatus solidus est; hi vero designentur per circulos B F K, C G L, D M N, &c. Quoniam fluidum sic divisum homogeneum ponitur; (hoc est, omnes ejus partes æqualiter compressæ;) impressiones contiguorum orbium in se mutuo factæ erunt (per Lem. præc.) ut eorum translationes ab invicem, & superficies contiguæ in quibus impressiones fiunt conjunctim. Si impressio in orbem aliquem major est vel minor ex parte concava, quam ex parte convexa, prævalebit impressio fortior, & velocitatem orbis vel accelerabit vel retardabit, prout in eandem plagam cum ipsius motu, vel in contrariam dirigitur. Proinde, quoniam (ex hypothesi) fluidum in motu suo uniformiter perseverat, impressiones ex utraque parte cujusque orbis, in plagas contrarias factæ, æquales sunt; & ideo ratio quæ æqualis est rationi impressionum (nimirum ratio composita ex rationibus translationum & superficierum contiguarum) est etiam ratio æqualitatis. Unde translationes sunt reciproce ut superficies contiguæ; hoc est, reciproce ut quadrata distantiarum à centro: Sed (per Prop. LXXII.) differentiæ motuum angularium sunt ut translationes directe, & distantiæ à motûs centro inverse: Et igitur dictæ differen-

tiæ motuum angularium orbium concentricorum ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum à centro, & reciproce ut diſtantiæ à centro conjunctim; hoc eſt, reciproce ut cubi diſtantiarum à centro. Ergo, ſi ex omnibus punctis rectæ S Z ex centro eductæ, ubi ſuperficies contiguæ orbium concentricorum illam ſecant, (nempe A, B, C, D, &c.) erigantur ad S Z normales A *a*, B *b*, C *c*, D *d*, cubis ipſarum S A, S B, S C, S D, &c. reciproce proportionales; erunt hæ ordinatæ reſpective ut prædictæ differentiæ motuum augularium reſpectivorum orbium concentricorum, & ſummæ harum ordinatarum ut ſummæ dictarum differentiarum; hoc eſt, (cum orbis extimus ſeu infinite diſſitus omnino non moveatur,) ut motus toti angulares. Si jam craſſitudo orbium minuatur in infinitum, (quomodo circumfuſum medium eatenus fit uniformiter fluidum,) ſummæ prædictarum ordinatarum fient areæ A Z *a*, B Z *b*, C Z *c*, D Z *d*, &c. Adeoque motus toti angulares orbium B F K, C G L, D M N, &c. ſunt ut areæ B Z *b*, C Z *c*, D Z *d*, &c. reſpective. In figura vero A Z *a* ordinatæ B *b*, C *c*, D *d*, &c. ſunt reciproce ut cubi rectarum S B, S C, S D, &c. Unde (per Prop. LXXIII.) areæ B Z *b*, C Z *c*, D Z *d*, &c. ſunt inverſe ut quadrata rectarum S B, S C, S D, &c. Et ideo, motus angulares orbium B F K, C G L, D M N, &c. ſunt inverſe ut quadrata ſuarum ſemidiametrorum S B, S C, S D, &c. Sed tempora periodica ſunt motibus angularibus reciproce proportionalia: Ergo tempora periodica orbium B F K, C G L, D M N, &c. ſunt in ratione directa (quippe reciproca inverſæ) quadratorum ſuarum diſtantiarum à centro S; nempe rectarum S B, S C, S D, &c. Adeoque patet propoſitio, ſi medium ſphæræ circumfuſum conſtare intelligatur ex innumeris ſolidis orbibus tenuiſſimis concentricis. Si vero ductæ intelligantur infinitæ rectæ quamplurimæ continentes cum axe angulos æqualibus exceſſibus

Tab. XI. fig. 4.

bus se mutuo superantes, & his rectis circa axem revolutis, & superficies conicas describentibus, concipiantur orbes in annulos innumeros secti; annulus unusquisque habebit annulos quatuor sibi contiguos, unum interiorem, alium exteriorem, & duos laterales, ex eodem orbe resectos. Attritu interioris & exterioris nequit intermedius aliter moveri quam prius ante sectos orbes: alioquin partes fluidi non perseverarent in motu suo uniformiter; sed medius iste in motu suo accelerarctur vel retardaretur, (ut prius de orbibus integris ostensum,) contra hypothesin. Et propterea annulorum series qualibet, à solida sphæra centrali in infinitum rectà pergens, & inter duas proximas superficies conicas comprehensa, movebitur eodem prorsus modo quo hæ ipsæ movebantur ante divisionem orbium in annulos; nisi quatenus quisque in hac serie annulus impeditur ab attritu annulorum ad latera. Hic vero attritus nullus est, quia annuli omnes à media sphæra solida æqualiter distantes, (hoc est, ex eodem orbe resecti,) eodem tempore revolvuntur: Nam si hoc non fieret, sed qui versus polos citius vel tardius circuitus suos absolverent, quam qui sunt versus circulum inter polos medium; tardiores ex attritu mutuo incitarentur & velociores retardarentur, contra hypothesin, quâ supposuimus fluidum perseverare in motu suo uniformiter. Cum ergo annulorum omnium, in eadem distantia à centro, idem sit tempus periodicum, revolventur similiter ac si ex orbe solido nondum essent resecti; hoc est, absque attritu: & ideo eadem lex etiam in hoc casu orbium in annulos resectorum obtinet, quæ prius obtinebat ante orbium divisionem; hoc est, annulorum singulorum tempora periodica erunt ut quadrata distantiarum ipsorum à centro mediæ sphæræ solidæ.

Dividatur jam annulus unusquisque, sectionibus transversis, in particulas innumeras constituentes fluidum absolute & uniformiter tale: Et quoniam hæ sectiones non

spectant

ſpectant ad legem motus circularis, ſed ad conſtitutionem fluidi ſolummodo conducunt; perſeverabit motus circularis ut prius. His diviſionibus annuli omnes quam minimi aſperitatem & vim attritûs mutui aut non mutabunt, aut mutabunt æqualiter: & manente cauſarum proportione manebit effectuum proportio; hoc eſt, proportio motuum & temporum periodicorum ut prius. Et igitur partium ſingularum, in ſupra deſcripto Vortice, tempora periodica erunt ut quadrata diſtantiarum à centro Vorticis. Q. E. D.

COROLLARIUM 1.

Si major ſit reſiſtentia partium Vorticis in majore à centro diſtantia quam in minore, vel ob majorem craſſitiem vel minorem fluiditatem particularum fluidum conſtituentium, vel ob aliam quamlibet cauſam; tum ſegnius movebuntur partes Vorticis à centro remotiores, quam pro ratione ſuperius in Propoſitione ſtabilita: hoc eſt, tempus periodicum partium Vorticis à centro remotiorum erit ad tempus periodicum partium centro viciniorum in majore quam duplicata ratione diſtantiarum iſtarum particularum à centro.

COROLLARIUM 2.

Si Vortex non extendatur in infinitum, ſed fluidum in Vorticem circumactum contineatur vaſe rigido violenter detento, diverſæ figuræ à ſphærica globo centrali concentrica; movebuntur Vorticis particulæ, non in circulorum peripheriis globo circumagenti concentricis, ſed in lineis fere conformibus vaſis figuræ; & tempora periodica erunt ut quadrata mediocrium diſtantiarum à centro quamproxime.

PRO-

PROPOSITIO LXXVI.

Quæ in supra explicata Physica Cartesiana *sunt erronea breviter indicare & refellere.*

1. CUm ex Prop. Præc. pateat Vorticem quemlibet, à sphæra solida circa axem positione datum uniformiter revoluta factum, in infinitum propagari, si non impediatur; si Mundus ex hujusmodi Vorticibus constaret, (ut ex *Cartesii* systemate fit,) fierent totidem Vortices in infinitum pergentes, quot sunt Fixæ, quarum quævis (ex mente *Cartesii*) instar Solis nostri Vorticem efficit. Neque *Vortices* definirentur certis limitibus, sed serperent & in se mutuo paulatim excurrerent. Atque hoc pacto fluidi infiniti universum constituentis pars unaquæque eo agitabitur motu, qui ex omnium sphærarum centralium sive Solium actionibus resultat. Quantum vero hæc incertitudo absit à certo ordine, situ & motu Fixarum, quæ arctissimis vinculis calculi simplicissimi connectuntur, Astronomiæ periti judicabunt.

2. Porro, quoniam Vorticis supradicto modo geniti partes centro propiores (per præced.) celerius motæ urgent exteriores, motumque ipsis eâ actione perpetuo communicant, & exteriores illæ eandem motûs quantitatem in alias adhuc exteriores simul transferunt; quia (ex hypothesi) ea est Vorticis conditio, ut unaquæque fluidi pars perseveret in motu suo uniformiter, neque in eadem à centro distantia nunc magis nunc minus incitetur: patet quod motus perpetuo transfertur à centro ad circumferentiam Vorticis, & per infinitatem circumferentiæ absorbetur. Et proinde, ad conservationem Vorticis in eodem statu requiritur principium aliquod activum, à quo sphæra centralis (sive Sol istius Vorticis) eandem semper quantitatem motûs accipiat quam imprimit in materiam Vorticis. Unde autem tale principium activum in

Sole quovis Vorticem ciente residens arcessant *Cartesiani*; non video; cum ipse *Cartesius paragraph.* 146. *Part. Tert. Princip. Philos.* audacter dicat: *Nihil occurret circa phænomena Planetarum, cujus ratio ex jam dictis non facile reddatur.* Necessitatem hujusmodi principii activi in Vorticum centralibus sphæris satis perspexit oculatissimus *Keplerus*: *Adeoque ne paulatim langueat motus*, in illas ab omnipotentia creatrice in ipso rerum exordio impressus, *hunc vel perpetuâ Creatoris curâ, vel animæ ad id destinatæ ope sustentatum* vult. Nam absque tali principio activo, necesse est ut sphæræ centrales & Vorticum partes interiores, propagantes semper motum suum in exteriores, neque novum aliquem motum accipientes, tardescant paulatim & in orbem agi desinant. Adeoque Mundus hic *Cartesianus* absque principio hoc activo amechanico ad quietem & interitum sponte suâ vergit.

3. Agnoscentibus *Cartesio* & *Cartesianis*, corpora quæ in Vortice delata in orbem redeunt, ejusdem sunt densitatis cum Vorticis partibus, in quibus versantur, & eâdem cum ipsis lege quoad velocitatem & cursûs determinationem moventur: in hoc solo differunt fluidum deferens & corpus delatum, quod corporum à Vortice sic delatorum partes datum inter se situm servent, & quod sint partes Vorticis quasi congelatæ & solidæ, nec motu intestino inter se cieri & misceri facile possint, ut partes ejus fluidæ; cætera prorsus æquales. Cum igitur Vorticis partes (per præced.) eâ lege revolvantur, ut earum tempora periodica sint in duplicata ratione distantiarum à centro, Planetæ etiam circa Solem delati & in fluida Vorticis materia, cui innatant, relative quiescentes eâdem lege revolventur. Cum ergo Tellus (*ex. gr.*) periodum suam absolvat uno anno, Saturni, cujus distantia à Sole noncupla sesquialtera est distantiæ Terræ, periodus esset nonaginta annorum, cum tamen vix sit 30 annorum; similiter periodus Jovis esset 27 annorum, quæ tamen ad

12 non

12 non ascendit: & omnes superiores periodos haberent veris majores; inferiores autem veris minores. Si Vorticum patroni respondeant, Vortices non esse uniformiter fluidos, (ut in præcedente supponebatur,) sed partes Vorticem constituentes in recessu à centro esse crassiores, ut *Cartesius paragr.* 82. *Part.* 111. ponit; tum (per Corol. 1. Prop. præc.) Planetæ à Sole remotiores erunt adhuc segniores, cum tamen hactenus (ex hoc systemate) nimis sint segnes; patetque ex hac Vorticum constitutione *Cartesiana*, longius ab observatis recedi quam si Vortices essent ex fluido uniformi compositi. Igitur cum demonstratum sit partes Vorticis lege longe alia revolvi quam quæ in Planetis observatur; nempe tempora partium Vorticis periodica esse ut quadrata distantiarum à centro, si materia Vorticis fuerit homogenea; vel etiam ut altiores quædam dignitates distantiarum, si materia Vorticis sit in majori distantia crassior; cum interim (per Prop. XXII.) in Planetis Quadrata temporum periodicorum sint ut Cubi distantiarum; (hoc est, Planetarum tempora periodica ut distantiarum dignitates quarum exponentes sunt $\frac{3}{2}$, quæ multo humiliores sunt quam illæ quæ exponuntur per 2, vel numerum binario majorem;) palam est Planetas ab hujusmodi Vorticibus corporeis non deferri.

4. Si Vortex in infinitum extenderetur, patet (ex Prop. præc.) fluidi partem quamlibet perfectum circulum describere debere, & (ex Corol. 2.) aberrationem à via circulari procedere à vase rigido, (vel quod hujus instar est,) in quo Vorticis materia continetur. Unde clare sequitur, quo major est Vortex respectu semitæ ab ejus parte fluida (vel à Planeta simul delato) descriptæ, tanto magis Planetæ semitam ad circulum perfectum accedere debere; hoc est, Planetæ Soli propioris minorem futuram excentricitatem quam remotioris; cum tamen Observationes Astronomicæ testentur Mercurii orbitam esse multo magis excentricam

quam Saturni. Rursus, quia (per Corol. 2. Prop. præc.) Vorticis particulæ simulque delati Planetæ movebuntur in lineis fere conformibus figuræ vasis, in quo fluidum continetur, Planetarum omnium Aphelia è Sole spectata erunt versus easdem Fixas posita; cum tamen Planetarum Aphelia à se mutuo longe distent, ut Jovis & Terræ, circuli quadrante; Martis & Terræ, circuli triente; Martis & Veneris sint fere opposita. Porro, materia Vorticis (more fluminis) intra cancellos angustos coarctata (per leges mechanicas) velocius moveri debet, quam dum in latiore alveo libere decurrit; idque in ratione inversa latitudinum alveorum, aut quæ harum instar sunt: Sed in principio ♍, distantia inter orbes Martis & Veris est ad eorundem distantiam in puncto opposito, (nempe in principio ♓) fere ut 3 ad 2; adeoque Vorticis fluidum intermedium, Tellurem deferens, velocius feretur in eadem ratione in principio ♓ quam in principio ♍; utpote intra angustiores limites contentum; (nam fluidi Martem & Venerem deferentis semitæ cancellorum vel alvei vices gerunt;) hoc est, Tellus è Sole visa in principio ♓ dimidio velocius feretur quam cum eadem è Sole in principio ♍ conspicitur, vel Sol è Tellure visus in principio ♍ dimidio velocius inter Fixas moveri videbitur quam in principio ♓: Contrarium tamen accidit, ex observatione omnium omnino Astronomorum: & Sol in principio ♍ è Tellure visus motu diurno conficere videtur tantum minuta prima 58, cum in principio ♓ integrum gradum pari tempore confecisse videatur.

5. Corpus à Vortice abreptum, & ejusdem densitatis cum partibus Vorticis inter quas versatur, in orbem rediens, si alias non impediatur, circulum describit; cujus plano perpendicularis est axis sphæræ centralis, quâ fluidum in Vorticem circumagitur: & si corporis semita ad hoc planum inclinata sit, paulatim minuetur ista inclinatio, tandemque coincident. Etenim ex demonstratione Prop.

Prop. præc. patet, quamlibet particulam fluidi Vorticem componentis hujusmodi circulum describere; quare & Planeta, qui non nisi ab hisce particulis defertur, inter eas relative quiescens talem etiam describet, & si per vim aliquam exterius ingruentem hinc deflectat, paulatim minuetur inclinatio ab occursu particularum fluidi prædictos circulos describentium, & hujusmodi circulum describet ipse, sic tandem in Vorticis fluido relative quiescens & simul cum ipso delatus. Verum ne vel unicus reperitur Planeta, ad cujus orbitæ planum Axis Solis normalis est; neque per bis mille annos, quibus observationes instituuntur, inclinatio orbitæ alicujus Planetæ ad istud planum diminuta deprehenditur; neque ullæ ab hisce Philosophis Planetis assignantur fibræ latitudinis, quibus inclinatio hæc eadem conservetur. Apologia autem, quam pro Planetarum excentricitate varia, varia etiam orbitarum ad se invicem inclinatione, varioque apheliorum situ affert *Cartesius paragr.* 34. *Part. Tert. Princip.* (nempe hæc: *Sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, ista tantum præterpropter talia esse, ac etiam labentibus sæculis continuo mutari,*) plane ostendit illum in calculo Astronomico prorsus peregrinum. Quamvis enim Causas Physicas in Syderum motibus locum obtinere non sit negandum, inæqualitates tamen casuales penitusque irregulares (quales *Cartesius* innuere videtur) in illis admittendas nullus his assuetus censebit; quin potius cum acutissimo & ad speculationes Astronomicas optime comparato *Jer. Horoccio*, adversam (ut ipse ait) sententiam tutari percupiente, dicet, *Mirari nos merito funditores aliquos aut sclopetarios, qui ex balistis & bombardis suis incredibili penitus collimationis certitudine tela projiciunt. Sin autem momentaneis illis, quæ per crassum & inquietum aera moventur, tantam inesse certitudinem videamus, annon longe majorem expectabimus in corporibus illis perpetuis in placidissimo ac purissimo æthere æterna lege revolutis?*

6. Cum globuli fluidum Vorticis Solaris componentes ſint prope Solem minores, & proinde illorum maſſa, in dato ſpatio contenta illudque replens, minus denſa quam in majore à Sole diſtantia; ſequitur & Planetas, qui ejuſdem ſunt denſitatis cum Vorticis particulis, quibus innatant, quo propiores ſunt Soli minus eſſe ſolidos; quod & agnoſcit *Carteſius paragr.* 147. *Part. Tert: Princip.* Cujus tamen contrarium inferius, proprio loco, oſtendemus: nempe Planetam quemvis, quo Soli vicinior eſt, eo & ſolidiorem ſive denſiorem eſſe; hoc eſt, plus materiæ ſub æquali magnitudine continere. Quod & melius congruit rationibus archetypicis, concinnitati geometricæ, & cauſis finalibus: ex quibus palam eſt collocaſſe Deum Planetas in diverſis diſtantiis à Sole, ut quilibet pro gradu denſitatis calore Solis majore vel minore fruatur; & proinde denſiorem Planetam eſſe Soli etiam propiorem, cum materia omnis denſior ad operationes naturales obeundas majorem calorem requirat. Et quamvis non ſit ea denſitatis ratio in Planetis, quam poſuit *Keplerus;* nempe reciproca radicum diſtantiarum à Sole; ſed reciproca diſtantiarum à Sole ductarum in radices diametrorum apparentium: tamen hic (ubi maxime erravit) generale illud conſecutus eſt *Keplerus* per rationes archetypicas, quod Planetæ denſiores eſſent Soli viciniores; cum interim tempore poſterior *Carteſius*, ex neglectu (aut potius contemptu) rationum archetypicarum & cauſarum finalium, opiniones foverit cauſis iſtis finalibus & veræ Phyſicæ ſive mechanicæ (quæ plerumque ad idem deducunt) plane contrarias; & inter alias hanc, quod Planetarum Soli viciniorum ſoliditas ſit minor quam remotiorum.

7. *Tycho* olim ex Cometarum motu demonſtravit Planetas in ſolidis orbibus non moveri; quia nimirum Cometæ orbes Planetarios trajiciunt. Iidem Cometæ nunc Planetas à Vorticibus corporeis non deferri æque evidenter oſtendunt; quoniam Cometæ plerumque vias valde obliquas, quan-

quandoque Zodiaci planum ad angulos rectos secantes, & nonnunquam cursui Planetarum directe contrarias sequuntur, motusque hosce liberrimos quidem diutissime conservant, universali huic legi obnoxii, quod radio ad Solem ducto areas describant temporibus proportionales; quod prorsus impossibile esset, si integra Vorticis materia circa Solem ageretur vi sufficienti ad ingentia Planetarum corpora devehenda. Neque *Cartesium* juvat, quod Cometas ultra Saturnum relegat contra observationum fidem, (quas *Tycho* & Astronomi non detorserunt, ut hypothesibus propriis inservirent, quod innuere vult *Cartesius*;) cum Vorticis Solaris materia ultra Saturnum (secundum ipsum) momentum majus habeat ad illos secum rapiendos, quam prope Venerem & Mercurium; cum quod globuli Vorticem constituentes majores sint illic quam hic; tum praecipue quod multo celerius moveantur, quippe circuitum immense majorem *intra paucas hebdomadas* absolventes; ut habet *Cartesius paragr.* 62. *Part. Tert. Princip.* Ex hisce ergo omnibus & singulis constat hanc Vorticum hypothesin cum phænomenis Astronomicis omnino pugnare, & non tam ad explicandos quam perturbandos motus Cœlestes conducere.

PROPOSITIO LXXVII.

Causas Motuum Cælestium à celeberrimo D. Leibnitio *adductas recensere & explicare.*

IN quærendis motuum Cælestium causis adeo pronum est eas ab ambiente fluido æthere petere, ut Philosophi Planetas considerarint circa Solem delatos similiter atque paleæ vel festucæ innatantes aquæ deferuntur ab aqua, in vorticem acta à baculo, in medio vasis quiescentis circa axem suum rotato. Sententia hæc vetustissima neglecta diu jacuit: sed superiore sæculo à magnis Viris est resuscitata; quippe ante *Cartesium*, (de quo

supra,)

ſupra,) *Torricellio* & ipſi *Galilæo* probata; propter rationes proculdubio ſub initio Prop. LXXI. ſummatim expoſitas.

Tam vehementer autem placuit hæc ſententia, ut acutiſſimus Philoſophus D. *Leibnitius* (etiam poſt edita *Newtoni Princip. Matth. Philoſ. Nat.*) illi nomen ſuum dederit; qui *nihil aliud ſupereſſe judicat, quam ut oſtendatur quomodo cauſæ motuum Cœleſtium à motibus ætheris ſive (Aſtronomice loquendo) ab orbibus deferentibus quidem, ſed fluidis oriantur.* Tam celebre inter Geometras nomen meretur certe, ut ejus *Tentamen de motuum Cœleſtium Cauſis* (quod cum orbe literato communicavit in *Actis Erudit. Lipſiæ* editis *Menſe Februario Anni* MDCLXXXIX.) exactiſſime conſideretur. D. *Leibnitius* enim (ſi quis alius) Vortices motibus Cœleſtibus accommodare valet, & *Legum Cœleſtium à Keplero inventarum rationes reddere.* Præſertim cum *aliqua in eo genere illi lux affulſerit, & inquiſitio commode admodum & naturaliter ſucceſſiſſe* ipſi perſpicaciſſimo videatur, *ut inde in eam ſit erectus ſpem, veris motuum Cauſis à ſe appropinquatum eſſe.* Hujus igitur Philoſophi modum magna hæc opera explicandi paucis & ſuis fere verbis trademus.

Primo, pro certo aſſumit *Leibnitius* omnia corpora, quæ in fluido lineam curvam deſcribunt, (ipſoſque adeo Planetas,) ab ipſius fluidi motu agi. Omnia enim curvam deſcribentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem, (ex natura motûs;) oportet igitur eſſe quod coerceat. Nihil autem contiguum eſt niſi fluidum, (ex hypotheſi,) & nullus conatus coercetur niſi à contiguo & moto, (ex natura corporis;) fluidum ergo ipſum in motu eſſe neceſſe eſt.

Cum ex obſervatione exactiſſima conſtet Planetam quemlibet primarium orbitam circa Solem deſcribere, eâ lege motûs, ut radiis à Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur temporibus proportionales; conſentaneum eſt

Ætherem

Ætherem seu Orbem fluidum cujusque Planetæ circulatione circa Solem moveri, quæ dictæ motûs legi congruat. Hoc vero demum fiet, si orbium innumerorum circularium concentricorum exiguæ crassitudinis, in quos orbis Planetæ fluidus cogitatione dividitur, quilibet suam habeat propriam circulationem, tanto velociorem proportione quanto quisque est Soli propior; hoc est, si velocitates circulandi, quæ sunt in partibus fluidi, sint radiis seu distantiis à Sole reciproce proportionales. Unde fit, quod, sive Planeta magis sive minus à Sole distet, sectores æqualibus temporibus à radio vectore descripti æquales sint. Nam dicti sectores sunt in ratione composita ex directa ratione radiorum seu distantiarum à Sole, & reciproca arcuum sive circulationum; ideoque (ex hujus circulationis natura) in ratione æqualitatis. Circulationem supra descriptam (ubi velocitates circulandi sunt distantiis à centro reciproce proportionales) vocat *Harmonicam*, quia positis distantiis à centro crescentibus æquabiliter seu Arithmetice, circulationes decrescunt in Harmonica progressione; quippe quantitatibus in progressione Arithmetica positis reciproce proportionales, quam esse Harmonice proportionalium proprietatem vulgo notum est.

Ponit itaque Vir celeberrimus Planetam moveri motu duplici seu composito ex circulatione Harmonica orbis sui fluidi deferentis, & motu *paracentrico* accessûs ad Solem & recessûs ab eodem. Facit autem circulatio ætheris, ut Planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, sed quasi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum sequitur. Unde nec impetum circulandi velociorem retinet, quem habuerat in orbe inferiore seu propiore, sed eum elanguescentem, dum superiores (majori velocitati quam suæ resistentes) trajicit, continuo deponit, & sese orbi ad quem accedit insensibiliter accommodat; & vicissim dum à superioribus ad inferiores tendit, impetum eorum accipit. Itaque non tantum in arcubus

cubus circuli, ſed & in curva alia quacunque deſcribenda, circulatio harmonica locum habet. Nam area temporis elemento deſcripta, à radiis è Sole ad Planetam in alia quavis curva motum ductis abſciſſa, comparabiliter non differt à ſectore circuli, cujus idem eſt angulus ad centrum, & radius præcedentium alteruter.

Alter motus cum priore motum Planetæ integrum componens (nempe paracentricus) duplici ex cauſa ortum ducit: nempe ex *impreſſione excuſſoria circulationis & attractione Solari* (aut quod hujus inſtar eſt) inter ſe compoſitis. Cum enim omne mobile à linea Curva, quam deſcribit, recedere conetur per tangentem; per hunc motum ſolum, Planeta à Vortice harmonice circulato delatus à Sole recedet. Et ejus conatus centrifugi ab Autore oſtenduntur eſſe in ratione radiorum reciproca triplicata. Altera motûs Planetæ paracentrici pars componens eſt attractio Solaris, ſive, quæ hujus vices gerit, Planetæ Gravitas: & licet hanc vim Attractionem vocet, eam ab impulſu fluidi ambientis derivari (ſicut & ipſas actiones magneticas) nullus dubitat.

Porro, quoniam ex obſervatione conſtat quemlibet Planetam primarium orbitam deſcribere Ellipticam, in cujus altero focorum eſt Sol, ita ut radiis è Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur temporibus proportionales; nulla autem eſt in Vortice circulationis Lex, quæ ultimam conditionem adimpleat, præter harmonicam. Reliquum eſt ut quæratur Gravitatis lex, quæ, juncta cum conatu centrifugo mobilis harmonice circulantis, motum faciat paracentricum, qui una cum circulatione harmonica mobile in perimetro Ellipſis movere facit, quam (poſt præmiſſum Lemma rationem circulationis in coni Sectione ad velocitatem paracentricam oſtendens) definit, Theorema ſequens demonſtrando: *Si mobile, quod gravitatem habet, feratur in Ellipſi (aut alia Sectione coni) circulatione harmonicâ, ſitque in foco Ellipſeos centrum tam attractionis*

nis quam circulationis; erunt attractiones seu gravitatis sollicitationes ut quadrata circulationum directe, seu ut quadrata radiorum sive distantiarum à foco reciproce. Invenit igitur inesse Planetis Gravitatem ad Solis centrum tendentem, cujus ea est Lex, ut sit quadrato distantiæ à foco reciproce proportionalis. Hanc porro legem antea notam fuisse D. *Newtono* ultra agnoscit; quippe cujus *Princip. Philos.* antea edita fuerant, & in hisce Actis relata.

Post subnexa Corollaria quædem ex primario suo Theoremate pulchre consequentia, finem *Tentamini* huic Physico-Astronomico imponit, duo agnoscens in hoc argumento potissimum præstanda ipsi superesse: Unum, ut explicet quis motus ætheris Planetas graves faciat, seu versus Solem pellat, & quidem in reciproca duplicata ratione distantiarum, sive (ut ipse loquitur) in duplicata ratione viciniarum. Deinde, quæ sit causa comparationis motuum inter diversos Planetas Systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquiplicata ratione mediarum distantiarum. Cumque (secundum Autorem) horum utrumque pendere necesse sit à contiguis corporibus, quæ omnia Ætheris nomine indigitat, duo hæc eo collimant, ut distinctius explicetur motus Vorticis, seu Ætheris Systema unumquodque constituentis. Sed cum hæc altius repetenda sint, & propterea brevitati schediasmatis includi non possint, quid illi consentaneum visum sit, rectius separatim exponendum ait.

PROPOSITIO LXXVIII.

Quæ in supra recensitis Causis Motuum Cælestium, à D. Leibnitio *in* Tentamine *assignatis, minus Physica sunt indicare.*

Contra modo descriptum celeberrimi *Leibnitii Tentamen de Causis Motuum Cælestium* faciunt quædam ex superius adductis rationibus contra Vortices corporeos

 Pla-

Planetas deferentes: nempe quod Cometarum quorundam viæ ſint ad Zodiacum valde obliquæ, quandoque hujus planum ad angulos rectos ſecent, immo nonnunquam curſui Planetarum directe contrariæ. Cumque Cometæ (dum à nobis obſervantur) areas circa Solem deſcribant temporibus proportionales, pari jure Vorticem harmonice circulantem ponere oporteret, cuivis Cometæ æque ac Planetæ circumvehendo neceſſarium; hoc eſt, Vorticem Vortici contrarium.

Conſiderando quidem unicum Planetam circa Solem (vel aliud quodvis centrum) rotatum, ſi hic per Vorticem deferendus ſit, nullo proprio motu agitatus, ſed quaſi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum ſequitur, (quod Autor ſupponit;) oportet Vorticem harmonice circulari, ut areæ per radios à Planeta ad Solem ductos abſciſſæ ſint proportionales temporibus. Alia nulla Vorticis conſtitutio rationem inter areas efficiet eandem quam inter tempora. Unde ſi Autoris Vortex Planetarum motibus non ſatisfaciat, certe alius nullus obtinebit. Atque hoc ſemel poſito, reliqua, quæ per Geometriam inde deducit Autor, optime procedunt, ut illi ſolent. Quibus ego addo, hujuſmodi Vorticem (cujus nempe fluidum in plano per centrum, cui axis eſt normalis, harmonice circuletur) mechanice producendum, ſi ſphæra ſolida in fluido uniformi & infinito, circa axem poſitione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem, & hujus pars unaquæque perſeveret uniformiter in motu ſuo. Atque hoc tertium Authori reſtabat circa motum Vorticis Solaris, ſeu Ætheris, explicandum; nempe quomodo in circulationem harmonicam impelli & incitari poſſit. Nam, quoniam univerſaliter Tempora percurrendi ſunt ut ſpatia percurſa directe, & velocitates inverſe; & in motu circulari ſpatia unâ revolutione percurſa ſunt ut radii, & in circulatione harmonica velocitates ſive circulationes recipro-

ce

ce ut radii; patet tempora periodica partium Vorticis harmonice circulantis esse in duplicata ratione radiorum: Atqui hanc eandem esse proprietatem circulationis in plano per centrum, cui axis est normalis in Vortice, per sphæram centralem ad motum incitato, demonstravimus Prop. LXXV.

Verum, si duorum aut plurium Planetarum motus inter se comparentur, apparebit materiam fluidam Vorticis Solaris non moveri circulatione harmonicâ. Nam hactenus demonstravimus tempora periodica partium fluidi harmonice circulantium (& consequenter etiam corporum, quæ tranquillâ natatione in fluido deferuntur) esse in duplicata ratione radiorum. Verum tempora periodica Planetarum non sunt in duplicata, sed tantum in sesquiplicata ratione distantiarum à centro: Et igitur Planetæ diversi non moventur circulatione harmonicâ.

Dicet proculdubio Autor se non ponere totum fluidum Vorticis Solaris moveri circulatione harmonicâ continuâ, & nullibi interruptâ, à Mercurio usque ad Saturnum inclusive; sed fluidum deferens Mercurium moveri circulatione harmonicâ à perihelio usque ad aphelium; deinde interruptâ hâc harmoniâ rursus circulari harmonice à Veneris perihelio usque ad ejus aphelium, sed non continuatâ harmoniâ cum priore circulatione prope Mercurium; hoc est, ita ut circulatio fluidi deferentis Venerem sit ad circulationem fluidi deferentis Mercurium ut distantia Mercurii à Sole ad distantiam Veneris ab eodem; atque rursus (interruptâ priore harmoniâ) fluidum Terram deferens moveri harmonice quidem à Terræ perihelio ad aphelium, si solitaria spectetur hæc harmonia, & non comparetur cum harmonia fluidi ad Venerem vel Mercurium; atque ita in reliquis deinceps Planetis: hoc est, per crassitiem cujusvis orbis harmoniam obtinere particularem à cæteris separatam & disjunctam; similiterque in Jovis & Saturni satellitibus ascendendo à Jovis & Saturni centro. Fatendum

tamen eſt Autorem circulationem ſuam harmonicam etiam ad diverſos Planetas extendere videri *paragr.* 17. ubi ait: *in diſtantia dupla tantum quarta pars anguli è Sole ſpectati eodem temporis elemento abſolvitur, in tripla tantum nona:* Nam certe hi numeri in eodem Planeta locum non habent. Quod ſi (quod maxime oporteret) de interrupta harmonia pârtium fluidi circulantium expreſſe loquatur, ægre Philoſophis perſuadebit rem ita ſe habere; quod nempe per craſſitiem orbis Mercurii à perihelio ad aphelium circulatio ſit harmonica, ſive fluidi velocitates ut diſtântiæ à centro reciproce: comparando vero circulationem hanc cum circulatione ætheris ad alterum quemvis Planetam, illa ſit ad hanc in reciproca ſubduplicata ratione radiorum: Nam independenter ab omni cauſa phyſica demonſtravimus (Prop. XXVII. & XXVIII.) Planetarum celeritates eſſe reciproce in ſubduplicata ratione diſtantiarum à Sole. Monſtroſus certe futurus eſt Solis Vortex, & hi fluidi orbes deferentes deferentibus ſolidis abſurdiores, ſi per craſſitiem cujuſvis è ſex deferentibus orbibus harmonica circulatio locum habeat, & harmonia interim hæc quinquies interrumpatur; nempe ad interſtitia deferentium. Et contra hanc interruptionem facit, quod Cometa per Zodiacum in conſequentia delatus, & interſtitia hæc orbium Planetas deferentium trajiciens ita moveatur, ac ſi deferretur ab æthere harmonice circulante; id eſt, ita ut areæ à radio vectore deſcriptæ ſint temporibus proportionales. Advertatur porro quam difformiter difformis eſſet Solaris Vortex, in quo Orbis Saturni craſſities, ubi circulatio ætheris harmonica obtinet, major eſt quam diſtantia Mercurii à Venere, vel Veneris à Terra, vel etiam Terræ à Marte, in quorum ſingulis interrumpitur harmonia; & ubi, depoſitâ ratione radiorum reciprocâ quam in harmonia ſervant, circulationes in horum binis quibuſvis inter ſe comparatis ſunt in ſubduplicata ratione radiorum reciproca,

proca, mox resumpturæ priorem harmoniam. Videtur ipsum celeberrimum Autorem hanc Vorticis harmonice circulantis labem detexisse, cum *illud superesse* agnoscat, ut *explicet quæ sit causa comparationis motuum inter diversos Planetas systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquiplicata ratione mediarum distantiarum* : Istud enim non esse circulationis harmonicæ effectum satis perspexit.

Mirum fortasse videbitur celeberrimum D. *Leibnitium*, qui ex causis (primo obtutu) tam diversis à prius stabilitis Planetarum motus deduxit, in eandem tamen incidisse legem Gravitatis quâ quisque in Orbita Elliptica retinetur. Istius coincidentiæ hæc est ratio. Licet *Leibnitius* ad Planetam circumducendum adhibeat materiam Vorticis harmonice circulantem; quia tamen in Planeta sic circumducto, & curvam quamvis describente, agnoscit conatum excussorium, quo fieret ut Planeta in recta tangente Curvam moveretur nisi coerceretur; idem facit ac si Planetam æquabiliter in Recta moveri statuisset nisi coerceretur: Nam hi duo motus simul istud efficiunt; id est, idem ac si nullâ externâ Vi agitatus in spatiis liberis feratur. In utroque enim casu lineam Rectam motu æquabili describet: Nam mobile lineam rectam æquabili motu describens illam ita percurrit (per Prop. 1. Elem. 6.) ut areæ per radios ad quodvis datum punctum ductos abscissæ sint temporibus proportionales. Cum ergo circulatio harmonica & conatus excussorius simul eadem præstent atque motus æquabilis in recta, fieri non potuit quin inveniret legem Gravitatis eandem cum prius inventa; nempe quæ Planetam ab eadem tangente recta, quam eodem modo percurreret, ad eandem Sectionem coni detrudat versus Solem eodem modo positum.

SECTIO

SECTIO XI.

De aliis Mundi Systematibus, et Viribus ad illa conservanda necessariis.

HActenus vetus Systema Mundi *Philolaicum* explicuimus, ostendendo quænam Phænomena in illo contingant, quodque hæc cum observatis congruant. Fuse etiam actum est de Directione & Lege Virium, quibus Systema Solare in isto statu continetur, quibusque modis istud fieri senserint Philosophi hujus Assertores. Reliquum est ut paucis expediamus, quem Ordinem, quemque Motum Corporibus hujus Systematis tribuerint alii Philosophi, quæ dogmata hodie Assertorum suorum *Systemata* appellantur; & simul indicemus Directionem & Legem Virium, quibus Systemata ista subsistere possint.

PROPOSITIO LXXIX.

Mundi Systema Semi-tychonicum *describere.*

Tab. XII. DOgmatis hujus Assertores statuunt Tellurem loco immotam in centro Sphæræ, in cujus superficie A B C D Fixas collocatas volunt: Tellurem interim super axem suum ab occidente in orientem motu diurno rotari concedunt. Porro, in hoc Systemate Sol circa Tellurem movetur spatio annuo ad distantiam æqualem illi, ad quam Tellus circa Solem in Systemate *Philolaico*: & circa Solem, ceu centrum, Planetæ quinque sc. Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus revolvuntur versus eandem plagam, & ad easdem distantias, quas in illo. Præterea, circa Terram Luna, & circa Jovem & Saturnum sui revolvuntur Satellites, iisdem periodis quibus supra est dictum ad Prop. XV.

Hic Ordo & hi Motus magnorum Mundi corporum Astronomis plerisque placent quibus displicet alterum istud Systema

Systema superius fuse explicatum, quod ab instauratore *Copernico Copernicanum* vulgo audit, ut *Longomontano* & aliis. Nam in hoc apparens revolutio diurna Syderum omnium ab ortu in occasum, & motus Planetarum proprii sive secundi, prorsus eadem erunt atque in Systemate *Copernicano*, & Tellus interim in Sphæræ Fixarum centro consistens solâ revolutione circa proprium axem cietur. Et licet Fixas collocent in superficie sphærica, cujus centrum est Tellus, istud magis Astronomicum censendum est quam Physicum: Poterunt namque Fixæ ad diversas distantias, per omne spatium Mundanum quasi sparsæ, salvo hoc Systemate, collocari; earumque motus in consequentia explicabitur tribuendo Telluris Axi motum lentissimum, qualem Prop. LXIV. explicuimus.

PROPOSITIO LXXX.

Directionem & Legem virium, quibus Systema Semi-tychonicum *conservari posset, explicare.*

Patet primo iisdem opus esse Viribus, & eadem directione, ad conservandum Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum in Orbitis suis circa Solem, & Jovis Saturnique Comites in Orbitis suis circa Jovem & Saturnum, atque in Systemate *Copernicano*: Eædem namque sunt Orbitæ istorum Primariorum circa Solem & Comitum circa proprios primarios in utroque Systemate. Innotescit igitur Lex Vis centripetæ, quâ in hoc Systemate Planetæ secundarii Jovis tendunt ad Jovem, Satellites Saturni ad Saturnum, & Primarii Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus horumque Satellites ad Solem: Est enim Vis illa quam Prop. XLVII. demonstravimus eandem esse cum Gravitate nostra, quæ est quadrato distantiæ reciproce proportionalis. Patet porro, posito hoc Systemate, Lunam in Orbita sua retineri per Gravitatem versus *Tab. XII.*

V Tellurem

Tellurem eâdem Lege propagatam: Nam Prop. XLVI. ubi istud demonstratur, perinde obtinet, sive Tellus in eodem loco immota maneat, sive motu annuo circa Solem feratur. At cum differentia inter Systema *Copernicanum* & *Semi-tychonicum* sit, quod in hoc Sol (cum suis quasi comitibus Planetis quinque primariis horumque secundariis) circa Terram feratur in Orbita simili & contrario posita ei, in qua Terra cum suo comite circa Solem fertur in illo; præter Vim Gravitatis necessariam ad Systema *Copernicanum*, ut Terra cum suo comite circa Solem feratur, opus erit Vi huic æquali, at cum directione contraria, ut Sol una cum comitibus Planetis circa immotam Tellurem moveatur in Systemate *Semi-tychonico*: Namque duæ hæ Vires æquales & contrariæ in Tellurem impressæ, illam immotam tenent. (Immo si motum Terræ Comitisque Lunæ secundum tangentem Orbis magni progressivum, contrarius impetus unicus & non repetendus sistat, & postea alia ista Vis jam descripta in universum Systema Solare agat, mutabitur Systema *Copernicanum* in *Semi-tychonicum*.) Igitur ad *Semi-tychonicum* conservandum opus est & supra explicatâ Gravitate acceleratrice corporum omnium in omnia, quæ in data distantia est ut corpus versus quod sit, & dato corpore versus quod sit, reciproce ut quadratum distantiæ; & etiam Gravitate quâdam aliâ, æquali nempe illi quâ Tellus versus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem & Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Nam Vim illam, quâ Tellus circa axem suum rotatur, hisce non annumero; quippe semel tantum imprimendam Terræ sicut & reliquis corporibus Mundi magnis circa axes revolutis: neque (propter eandem rationem) Vim illam, quâ Planetæ in Orbitarum suarum tangentibus progrederentur: Nam de Viribus earumque Lege nunc agitur

agitur quibus Systema conservari, non quibus produci possit.

PROPOSITIO LXXXI.

Mundi Systema Tychonicum *describere.*

HOc in nullo differt à Systemate descripto in Prop. LXXIX, præterquam quod Terra omni motu privata prorsus quiescat; ideoque Stellæ omnes, tam Fixæ quam Erraticæ, non tantum motibus secundis feruntur, sed etiam communi illo sive primo ab ortu in occasum spatio diei naturalis. Systema hoc magno *Tychoni* placuisse perhibetur; licet alii negent *Tychonem* motum diurnum expresse Syderibus concessisse. Fatendum est tamen illum contra Telluris Diurnum motum æque ac Annuum disputasse: Unde satis certo concluditur eum motum diurnum ipsi Cœlo Syderibusque cunctis tribuisse. *Tab. XII.*

PROPOSITIO LXXXII.

Directionem & Legem Virium, quibus Systema Tychonicum *conservari posset, explicare.*

EÆdem Vires, quæ requiruntur ad Systema *Semitychonicum*, requiruntur etiam ad *Tychonicum* hocce, cum iidem motus Solis & Planetarum in utroque supponantur; sed & illæ insuper, quibus Stellæ omnes, cum Fixæ tum Erraticæ, à motibus rectilineis retrahuntur & retinentur in Orbitis suis, quas motu diurno circa Tellurem describunt. Vires autem hæ, cum eadem sit Periodus in omnibus, sunt (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut semidiametri circulorum quos describunt. Et ideo, præter vires Prop. LXXX. explicatas, opus erit Vi versus Terram tendente, quæ in recessu à Terra augetur in ratione distantiæ auctæ; contra quam fit in Gravitate per Universum Systema Solare, & in Virtute omni na- *Tab. XII.*

Tab. XII. turali à centro; vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagata, quæ (per Prop. XLVIII.) in recessu à centro minuitur in duplicata ratione distantiæ auctæ. Atque ut facilius æstimetur Vis ista, quâ stellæ retinentur in Orbitis per motum diurnum descriptis, conferatur hæc apud Lunam cum Vi gravitatis, quâ (per Prop. XLVI.) Luna retinetur in Orbita, quam spatio menstruo circa Tellurem percurrit. Et cum circuli à Luna per motum menstruum & diurnum descripti sint æquales, Vires, quibus Luna in iis retinetur, (per Corol. 3. Prop. XXVI.) sunt reciproce ut quadrata temporum; hoc est, Vis, quâ retinetur Luna, (cum in Æquatore motu diurno circa Solem fertur,) ne per rectam tangentem Orbitam excutiatur, est ad Vim, quâ retinetur in Orbita, quam mense periodico circa Terram percurrit, ut 27 × 27 ad 1; sive ut 729 ad 1. Verum Vis hæc versus Terram tendens obtinet in iis tantum stellis, quæ in Æquatore sunt positæ: Nam Vis, quâ Stella quævis extra hunc versus Polorum alterum declinans à motu rectilineo retrahitur & in Orbita Æquatori parallela continetur, (per Prop. XII.) tendit ad circuli istius centrum, non ad Terram extra ejus planum positam; estque (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut circuli istius semidiameter; hoc est, in data ab Axe distantia æqualis sive eadem, & in data à Terra distantia ut sinus complementi declinationis.

Ad Systema igitur *Tychonicum* conservandum requiritur, 1°. Gravitas ista acceleratrix corporum omnium in omnia, quæ datâ distantiâ est ut corpus versus quod fit, & dato corpore versus quod fit, est inverse ut quadratum distantiæ. 2°. Vis quædam alia acceleratrix, æqualis nempe illi, quâ per superiorem Vim Tellus versus Solem tenderet, æqualiter agens in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram,

Terram, & cum directione à Sole ad Terram. 3°. Vis acceleratrix versus punctum proximum Axis Mundi tendens, distantiæ ab isto puncto proportionalis, ad ultimas usque Fixas porrecta. 4°. Vis alia similis ad punctum proximum Axis Eclipticæ tendens, & distantiæ ab illo proportionalis. Vis hæc ea est, quâ retinentur Fixæ in Orbitis, quas motu proprio ab occasu in ortum super Eclipticæ Polos describunt; & in locis inter centrum & Fixas intermediis omnino non agit, sed apud Fixas agere incipit; estque (per Corol. 3. Prop. XXVI.) ad Vim consimilem in Axe Mundi in duplicata ratione Diei naturalis ad Periodum Fixarum super polos Eclipticæ. Atque hæ quatuor sufficerent.

PROPOSITIO LXXXIII.

Mundi Systema Ptolemaicum *describere.*

IN hoc Systemate Terra in centro immota prorsus consistit. Huic proxima Luna, dein Mercurius, postea Venus, supra Venerem Sol, proxime Mars, tum Jupiter, & Saturnus Jovem ambiens; ut in schemate ab occidente in orientem sub Zodiaco periodos suas absolvunt. Supra Saturnum Fixarum sphæra integra (in cujus centro est Terra) super Eclipticæ polos etiam ab occasu in ortum lentissime revolvitur. Sed & Fixæ & omnes dicti Planetæ super polos Æquatoris ab ortu in occasum spatio diei naturalis revolvuntur. Quos supra Fixas ponunt Orbes Assertores *Ptolemaici* Systematis, non numeramus; cum *Theoriæ* tantum inserviant, & Mundum aspectabilem non spectent. Et propter eandem rationem omittimus etiam cujusque Planetæ Epicyclos: In Orbitis enim hic delineatis deferuntur centra Epicyclorum, in quorum circumferentiis ipsa Planetarum corpora moventur. In hoc schemate Planetarum Orbitas non delineavimus juxta proportionem quam in Cœlis servant; tum quod hanc non Tab. XIII.

declaraverit ipſe *Ptolemæus*, præterquam in Sole & Luna; quodque licet circuli deferentes centra Epicyclorum diſtent, ipſi Planetarum Cœli in hoc ſyſtemate ſunt contigui, inferiore quandoque in Apogæo aſcendente à Tellure ad diſtantiam æqualem illi, ad quam proxime ſuperior deſcendit in Perigæo: tum quod Mercurii & Veneris (ut de Luna taceam) Orbitæ ex *Ptolemæi* Theoriis petitæ evaneſcant fere reſpectu Orbitæ Saturni, & ideo in eodem ſchemate vix ſint deſcribendæ: Nam in hoc Saturni diſtantia à Terra centies ſexagies major eſt diſtantiâ Mercurii à Terra; at in *Copernicano* Syſtemate Mercurii diſtantia à Sole vigeſies & quater tantum ſuperatur à diſtantia Saturni ab eodem.

Licet Ordo Planetarum ſupra deſcriptus Philoſophorum & Aſtronomorum vulgo placuerit, non defuere tamen qui Lunæ Solem immediate ſuperponerent, Soli Mercurium & Mercurio Venerem; quæ opinio *Platoni* vulgo tribuitur: *Porphyrius* vero Soli Venerem, immediate ſuperpoſuit & Veneri Mercurium, tribus reliquis (Marte, Jove & Saturno) ut prius manentibus: hâc forte ratione ducti, quod Luminaria bina Terris proxima eſſe conveniens judicarent; cum illi ad motus magis attendentes medium inter Planetas locum tribuerint Soli, à cujus motu reliquorum Planetarum motus in ſuis Epicyclis dependere compertum habebant.

PROPOSITIO LXXXIV.

Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Ptolemaicum *conſervari poſſet, explicare.*

Tab.XIII. PRimo, ad continenda Sydera in Orbitis, quas motu diurno circa Tellurem deſcribunt, ſimilibus opus eſt Viribus atque in Syſtemate *Tychonico* ad eundem effectum producendum; nempe quæ à quovis Mundi puncto tendant ad proximum punctum Axis, ſintque in ratione diſtantiarum

diſtantiarum ab illo. Secundo, ad Fixas continendas in Orbitis, quas motu proprio ab occaſu in ortum deſcribunt, ſimilibus opus eſt Viribus atque in ſupra deſcripto *Tychonico*; ſc. quæ tendant ad punctum proximum Axis Eclipticæ, ſintque in eadem ratione cum diſtantiis ab illo. Deinde ad Luminaria (Solem & Lunam) continenda in Orbitis, quas per motus ſuos ſecundos deſcribunt; cum Orbitæ iſtæ ſimiles ſint earum Orbitis in Syſtemate *Tychonico*, ſimilibus etiam opus erit in hoc Syſtemate Viribus ad illa in dictis Orbitis retinenda atque in illo; nempe (per Prop. LXXX.) gravitate acceleratrice trium Corporum Solis, Terræ & Lunæ verſus ſe invicem, (quæ alia nulla corpora Mundana afficiat, licet ſint intermedia,) quæ in data diſtantia ſit ut corpus verſus quod ſit, & verſus datum corpus ſit reciproce ut quadratum diſtantiæ ab illo; prætereaque gravitate quâdam aliâ æquali illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram, ſed quæ alium nullum Planetam afficiat. Nam Vis illa, quâ retinetur Sol in Orbita annua, non eſt eadem cum illa, quâ retinetur Luna in Orbita menſtrua, ad Solem uſque propagata: Etenim Vis, quâ Luna retinetur, eadem eſt (per Prop. XLVI.) cum Gravitate apud nos. Quod ſi Sol retineretur per eam ipſam eouſque propagatam, Cubi diſtantiarum Solis & Lunæ (per Prop. XXVII.) eandem haberent rationem quam Quadrata Temporum periodicorum eorundem; adeoque, poſitâ Lunæ diſtantiâ à Terra 60 ſemidiametrorum Terræ, Sol non ultra 340 Terræ ſemidiametros diſtaret; & ejus Parallaxis horizontalis ultra 9 ſcrupula prima aſcenderet, reclamante obſervatione; & præterea non daretur locus pro Epicyclis Mercurii & Veneris inter Cœlos Lunæ & Solis, ubi ſecundum hoc Syſtema collocantur.

Philoſophi quidam hujus Sectæ nolunt Solis & Lunæ motus

motus ſub Zodiaco à motibus diurnis ſuper polos Æquatoris niſi mente diſtinguere, ita ut cujuſque motus ſit reipſâ in eadem ſimplici Linea Spirali, orta ex compoſitione prædictorum motuum, in quos motus iſti Cœleſtes ab Aſtronomis (propter majorem facilitatem) dividi intelliguntur; & motus ſimpliciſſimus in recta poterit ex duobus vel pluribus motibus componi. Quoniam vero Spiralis iſta non eſt Linea in plano deſcripta, nequit (per Prop. XI.) corpus in illa retineri per Vim unicam ad immotum punctum tendentem. Vel igitur Viribus diverſis ſupra deſcriptis opus erit, vel illis æquipollente Vi unicâ tendente ad punctum interea prorſum & retrorſum motum, & quidem in Linea ſatis compoſita.

Porro, ad continendos Planetas reliquos (Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum) in Orbitis, quas motu proprio deſcribunt, Vires ad Tellurem tendentes non ſufficiunt, (ut Prop. XIII. eſt demonſtratum;) neque Vires ad Solem tendentes, cum Veneris & Mercurii Orbitæ Solem in hoc Syſtemate non cingant, & proinde non ſint in omnibus partibus verſus illum cavæ: unde ex Prop. XI. conſtat propoſitum. Nullumque eſt in Syſtemate punctum, (nedum Corpus notabile,) quod poſſit eſſe centrum, ad quod tendant Vires quibus Planetæ retinentur, ne ſecundum tangentes rectas exeant; reclamante nimirum ſupradictarum rationum alterâ.

Quod ſi Syſtema hoc *Ptolemaicum* ad literam intelligatur; hoc eſt, ſi motus à *Ptolemæo* deſcripti non habeantur pro motibus per mentem tantum ſeparatis, ſed talibus qui revera Planetis inſunt; tum opus erit Vi in centro Epicycli uniuſcujuſque è Planetis (Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio) tendente ad centrum deferentis; nempe in imaginario puncto (ſive ubi corpus nullum conſiſtit) ad imaginarium punctum; & præterea opus erit Vi in ipſo Planeta quæ tendat ad centrum Epicycli; nempe Vi in Corpore, quæ tendat ad imaginarium punctum.

tum. Sed & Vires hæ, quibus quisque Planeta ejusque Epicycli centrum urgentur, non propagantur ultra suum punctum suumque Planetam, nec alios alliciunt; & peculiari opus est Vi ad continendum unumquodque Epicycli centrum & unumquemque Planetam in propria Orbita, ita ut nulla sit Lex quæ omnes respiciat: Gravitas autem ordinaria Satellitum Jovis & Saturni versus centra Jovis & Saturni respectiva illibata interim manet.

Postquam Veneris & Mercurii Phases per Telescopium conspectæ fuerint, Systema Mundi *Ptolemaicum* à Philosophis rejectum est: inde enim clare evincitur Mercurium & Venerem Orbitis suis Solem cingere; ut in Scholio Prop. VI. est ostensum. Qui igitur pro Terræ immobilitate steterunt, Mercurium & Venerem in Epicyclis circa Solem ceu centrum moveri statuerunt, Mundi Systema *Philolaicum* in tantum amplexi, & *Ægyptiorum* Vetus postliminio reducentes; quod etiam *Vitruvio* probatur in suo de *Architectura Libro*, & Venerabili *Bedæ* in suo de *Natura Rerum*. *Ricciolus* in *Almagesto* Solis satellitio Martem adjungit, ita ut Solis sint Satellites, qui satellitio proprio non gaudent; circa Tellurem vero ceu centrum immediatum, præter Luminaria, soli rotentur Saturnus & Jupiter, qui Comites habent; atque Systema hoc fere *Tychonicum* suum dicit.

Non erit necessarium Vires earumque directionem explicare, quibus Systema *Ægyptiacum* & alterum illud paulo diversum *Ricciolicum* conservari possent: Istud enim ex supra dictis facile apparet. Prout enim illa ex supra descriptis Systematibus componuntur, ita Vires ad illa conservanda necessariæ partes sunt supra explicatarum Virium respectivarum.

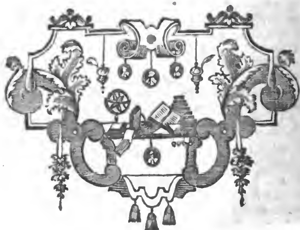
SCHOLIUM.

Sectio hæc in eum finem subjungitur, ut non tantum Astronomi, (qui motuum Cœlestium multiplicitatem minime

nime reformidant, & pro postulato habent Stellam quamvis motu quovis movere,) diversa Systemata pensitantes, quod Phænomenis optime congruat amplectantur; sed ut Physici etiam Systema eligant, quod rationibus Physicis optime respondeat; nempe vel vetus *Philolaicum* sive *Copernicanum*, quod Phænomenis congruit & conservari potest per solam Gravitatem eodem tenore per Universum propagatam; Vim nempe acceleratricem corporum omnium in omnia, quæ est in data distantia ut corpus versus quod fit, & dato corpore versus quod fit, reciproce ut quadratum distantiæ: vel *Semi-tychonicum* Prop. LXXIX. descriptum, quod eadem prorsus præstat (phænomena quod spectat) cum *Copernicano*, sed quod præter eandem istam Gravitatem, quæ requiritur ad Systema Copernicanum, (per Prop. LXXX.) opus habet Vi quâdam aliâ, cujus magnitudo & directio perpetuo mutantur; est quippe Vis ista æqualis illi, quâ Tellus versus Solem tenderet, agitque æqualiter in corpora omnia Systematis Solaris secundum rectas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram: vel (si Telluri quietem omnimodam asserere certo sit constitutum) ipsum *Tychonicum* Prop. LXXXI. descriptum, paria faciens quoad Phænomena, in quo (per Prop. LXXXII.) præter duas prædictas Vires opus est aliis duabus; nempe Vi æquali in singulis punctis axis Mundi, quæ augetur pro ratione distantiæ auctæ, estque apud Lunam ad Vim gravitatis in duplicata ratione mensis periodici ad diem naturalem; & Vi aliâ simili & similiter propagatâ in singulis punctis axis Eclipticæ, quæ in solas Fixas agat, quæque apud Fixas sit ad priorem Vim in axe Mundi in duplicata ratione diei naturalis ad annum magnum, sive Periodum Fixarum super polos Eclipticæ: vel ipsum *Ptolemaicum* Prop. LXXXIII. descriptum; atqui hoc Phænomenis non congruit, ut Prop. LXXXIV. ostensum. Verum si, sepositis

tis Phænomenis Phasium Veneris & Mercurii, ad ea sola Phænomena motûs attendatur, quæ *Ptolemæo* innotuere, & illius Systema pro vero habeatur; (per Prop. LXXXIV.) præter duo genera Virium attractricium, per axem Mundi axemque Eclipticæ æqualiter dispersarum, opus erit Gravitate acceleratrice Solis, Terræ & Lunæ versus se invicem, Planetas reliquos haud afficiente, quæ in data distantia est ut Corpus versus quod fit, & versus datum corpus reciproce ut quadratum distantiæ ab illo; & præterea Gravitate quâdam aliâ (æquali illi, quâ Tellus versus Solem tenderet) agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Opus præterea est Vi particulari in centro Epicycli cujusque è Planetis Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio, quæ tendat ad centrum Deferentis sui; & Vi particulari in ipso Planeta tendente ad centrum proprii Epicycli, salvâ interim gravitate ordinariâ Satellitum Jovis & Saturni. Si vero vel *Ægyptiacum* (vel *Ricciolicum*) arrideat, (quod quidem Phænomenis respondere poterit,) opus erit (præter Vires in axibus Mundi & Eclipticæ residentes) Gravitate mutuâ Solis, Mercurii, Veneris, Terræ cum Luna, (& Martis,) ut in *Copernicano* & *Tychonico*, sed quæ ad Jovem & Saturnum non pertingat; & præterea Vi æquali illi, quâ Tellus versus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram cum Luna (& Martem) per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram; prætereaque Vi particulari in centro Epicycli utriusque Planetæ Jovis & Saturni, quæ tendat ad centrum sui Deferentis, & Vi particulari in ipso Jove & Saturno tendente ad centrum proprii Epicycli.

Finis Libri Primi.



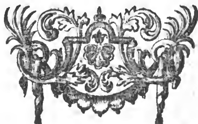
ASTRO-

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

LIBER SECUNDUS
DE PRIMO MOTU.


N Libro præcedente jacta sunt fundamenta Astronomiæ Veræ & Physicæ; id est, Stellarum motus, prout in ipsa rerum natura revera fiunt, generatim sunt explicati: Verum & apparentiarum habenda est ratio; hoc est, Astronomiæ ad illas aptatæ Elementa condenda sunt. Sicut enim cuivis Philosopho phænomenon Cœlestium rationes expendenti extra dubium est positum Terram inter Planetas referri, ita cuivis visu prædito constat Tellurem in Mundi medio immotam apparere, Cœlumque & omnia inibi contenta circa hanc ad sensum moveri. Hujus phænomeni non tantum ratio est reddenda, (quod in Libro præcedente hactenus est factum,) sed etiam modi explicandi, quos ad Stellarum loca è Tellure visa definienda adhibuerunt Astronomi, qui vel rem ita se habere cum vulgo statuunt, vel qui Systema hoc apparentiarum retinendum censent, utut rem prorsus aliter se habere certo sciant; & ex hoc Systemate cum vulgo plerumque loquendum, & visui aliisque sensibus semper & ubique

à ratione & veriore Physica vim non esse inferendam. Huic igitur fini destinatus est Liber hic Secundus ; Vocibus nempe in Astronomia usitatis explicandis ; & Sphærarum, Globorum & reliquarum Machinarum, quibus Motum præcipue Diurnum imitantur artifices & ob oculos ponunt, descriptioni & usui tradendis, & generatim illis omnibus è Physico Systemate eruendis, & secundum apparens Systema tractandis & Calculo subducendis, quæ *Doctrina Sphærica* nomine ab Astronomis indigitantur: Et quamvis Doctrina hæc Sphærica à scriptoribus omnibus prius tradatur ; ordinem tamen invertere non sumus veriti, tam quod hâc methodo melius cavetur, ne, qui Astronomiam juniores discunt, Systemati Terræ immotæ primo assuefacti illud pro vero & indubio habeant, cui etiam à Sensibus proniores sunt ; quam quod Sphærica hæc ex *Kepleri* sententia *multis rebus ex Theorica* (quæ est Doctrina de motu Planetarum proprio, Lib. præc. adumbrata) *per anticipationem petitis indiget, illa vero per seipsam tradi & comprehendi potest, nullo indigens adminiculo motûs diurni seu primi, aut hunc tractantis Doctrina Sphærica.*



SECTIO

SECTIO I.

De Genesi circulorum Sphæræ, et Vocibus in Astronomiâ usitatis inde pendentibus.

PROPOSITIO I.

Eclipticæ & Zodiaci genesin & naturam, eorumque divisiones, item Secundariorum Eclipticæ, horumque officia exponere, & Voces in Astronomia usitatas hinc pendentes explicare.

OBservator in Tellure constitutus, visu suo (quatenus non impeditur) undique æqualiter prolato, Mundum per superficiem sphæricam sibi (hoc est, Telluri) concentricam definit, & remota omnia, quorum distantia est incognita, utut revera inæqualiter admodum dissita, quasi in eadem dicta concava superficie collocari judicat, velut Fixas, Solem, ipsamque Lunam; ut Prop. XXXII. Lib. I. ostensum est. Sphæra hæc Telluri concentrica illique circundata, visu definita, & Fixis micantibus interstincta, spatii absoluti vices gerens, immota prorsus spectatur dum abstrahimus à motu diurno, quo universa hæc sphæra vel potius totum Cœlum ab oriente in occidentem spatio 24. horarum revolvitur. Cum autem, per motum Telluris annuum circa Solem, Sol è Tellure spectatus videatur ad stellas magis orientales quotidie progredi, (ut Prop. II. Lib. I. ostensum,) Sol in sphæra immobili sive spatio Mundano moveri videbitur; cujus semita inter Fixas notata *Ecliptica* dicitur, quod Luminarium Eclipses non nisi in illa contingant; ut supra est ostensum.

Stabilitâ semel Eclipticâ hâc, manifestum est quod sicut Planetarum orbitæ circa Solem non sunt in uno plano omnes, sed illorum quivis è Sole spectatus nunc

in

in hanc nunc in illam Viæ Telluris inter Fixas notatæ partem excurrit; sic Planetæ iidem è Tellure spectati nunc in hanc nunc in illam Eclipticæ partem excurrunt, & varie etiam in iisdem Orbitarum suarum punctis excurrere videntur, pro vario Telluris situ, (ut Prop. v. & VIII. Lib. I. ostensum;) sed maximus illorum excursus intra decem gradus continetur: Astronomi igitur tractum istum Cœli stellati, quem Sol, Luna & Planetæ motibus suis insignire videntur, quique Zona est 20 gradus lata, (decem nempe ad utrumque Eclipticæ latus,) uno nomine *Zodiacum* dixere ab imaginibus animalium, quas Fixæ in isto tractu referre visæ sunt. Harum duodecim constituerunt, vel quod hic numerus aptissimus sit, quippe in partes, duas, tres, quatuor, sex & duodecim absque residuo divisibilis; vel quod, dum Sol Zodiacum spatio annuo peragrare videtur, duodecim proxime contingant Lunationes, sive Luna phases omnes duodecies subeat. Zodiaci partes hæ *Signa* dicuntur, harumque notæ sunt, Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpio ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Pisces ♓. Horum Signorum quodvis rursus in partes 30 æquales dividitur, ut integer circulus (reliquorum omnium instar) in 360 dispescatur. Quamvis Zodiaci aut alterius circuli nullum sit proprie initium, nullus finis; Astronomi initium numerandi faciunt à primo puncto Arietis, in quo Sol è Tellure videtur cum dies noctibus æquantur, & ver incipit borealis hemisphærii Telluris incolis, quod etiam est punctum communis intersectionis Eclipticæ & Æquatoris; ut Prop. XXXIII. Lib. I. ostensum. Numeratio autem fit ab ♈ ad ♉, ♊, & ita denuo, donec ad initium ♈ reversum fuerit, in eandem plagam, in quam Sol circa Terram moveri videtur. Atque progressus in hanc plagam dicitur fieri in *Consequentia Signorum*, sive secundum eorum Seriem; in eandem nempe, in quam Sol, Luna & plerumque

rumque cæteri Planetæ moveri videntur: Sed phænomenon, quod inverso ordine sive ab ♉ ad ♈ vel ab ♈ ad ♓ fertur, dicitur contra seriem signorum sive in *Antecedentia* moveri.

Exinde vero quod Axis Telluris post plures revolutiones circa Solem à situ parallelo illi, quem prius habuerat, aberrat describens superficiem conicam, imagines stellarum migrarunt ex Zodiaci Signis, quibus olim nomina ob viciniam dederunt. Atque hóc fit non ex Stellarum aut Zodiaci motu, sed quod una cum Telluris Axe Æquator Terrestris moveatur, ita ut Æquatoris Cœlestis intersectiones cum Ecliptica, sive puncta Æquinoctialia (& proinde etiam omnia Zodiaci puncta, quatenus numeris exprimuntur) migrent in antecedentia; & Imagines sive ipsæ Fixæ respectu horum in consequentia transferri videantur; ut Prop. LXIV. Lib. I. ostensum est.

Si per Eclipticæ polos ducti intelligantur circuli innumeri, Eclipticæ ad angulos rectos occurrentes, & hujus *Secundarii* dicti; horum ope quodvis in Cœlo punctum ad Eclipticam refertur: nempe phænomenon quodvis in eo Zodiaci vel Eclipticæ puncto esse intelligitur, in quo hujusmodi semicirculus per phænomenon transiens Eclipticæ occurrit. Et phænomena, quæ hoc modo ad idem Zodiaci punctum referuntur, conjuncta dicuntur sive in *Conjunctione*; quæ vero ad opposita referuntur, in *Oppositione*. Si Zodiaci quadrans interjaceat puncta, ad quæ phænomena referuntur, dicuntur esse in aspectu *Quadrato*; si vero Zodiaci triens, in aspectu *Trino*; denique si interjaceat Zodiaci sextans, aspectum dicuntur habere *Sextilem*.

Porro, arcus Eclipticæ inter initium Arietis & dictum intersectionis punctum interceptus, & in consequentia numeratus, dicitur phænomeni vel puncti istius *Longitudo*, sicut & Secundarii arcus inter Eclipticam & dictum phænomenon aut Cœli punctum interceptus ejusdem *Latitudo* appellatur; unde & Secundariis hisce nomen *Circulo-*

rum Latitudinis inditum. Latitudo est vel *Borealis* vel *Australis* : Cœlum enim ab Ecliptica (circulo Cœlesti, quoniam is in Cœlis primitus consideratur) in Hemisphærium Boreale & Australe ab Astronomis dividitur.

PROPOSITIO II.

Æquinoctialis Cœlestis ejusque Secundariorum & Parallelorum genesin, naturam & officia exponere, & Voces in Astronomia usitatas hinc pendentes explicare.

SI Æquatoris Terrestris sive circuli medii inter polos, super quibus Tellus motu diurno circumvolvitur, planum undiquaque productum intelligatur; intersecabit illud sphæricam Cœli superficiem Telluri concentricam in circulo correspondenti in Cœlo, & Axis Terræ productus signabit Polos in eadem sphæra. Et quamvis Tellus cum suo Axe & Æquatore motu annuo circa Solem deferatur, tantillus est tamen circulus à Terra peragratus respectu sphæræ Fixarum, ut Axis & Æquator Terrestres (sibi ipsis ubique paralleli) producti in easdem ad sensum Fixas incidant, adeoque Fixæ reliquæ omnes, quæ eundem inter se situm retinent, eundem etiam respectu Æquatoris & Polorum Cœlestium situm retineant, nisi quatenus Axis & Æquator in Terra sibi ipsis paralleli non manent; de quo Prop. sequenti. Et quoniam Tellus super Axe proprio spatio diei naturalis revolvitur ab occidente in orientem, corpora quævis à Terra separata circulum in cava sphæra Cœlesti Æquatori parallelum eodem tempore ab ortu in occasum describere videbuntur, oculo in Tellure posito, qui se suumque domicilium immotum judicat; ut Prop. XXXII. Lib. I. fuse est explicatum.

Verum quia Tellus circa Solem motu annuo defertur, Æquator Terrestris sibi semper parallelus non nisi bis in anno Soli ita se applicat, ut Sol in ejus plano producto repe-

reperiatur, & proinde Solis lumen ad utrumque Telluris polum pertingat, & quodlibet Telluris punctum motu diurno revolutum tam diu in luce versetur quam in tenebris (ut Prop. XXXIII. Lib. I. ostensum est;) hoc est, non nisi bis in anno Sol motu diurno Æquinoctialem circulum Cœlestem describere videatur, quo casu omnibus Telluris incolis dies noctibus æquantur: Namque Æquinoctialis Eclipticam intersecat in puncto in quo Sol inter Fixas apparet, cum ejus lumen ad utrumque Telluris polum pertingit, & Æquinoctium per totum Terrarum orbem efficit. In omni enim alio casu Sol motu diurno (reliquorum Cœlestium instar) circulos describere videtur Æquinoctiali parallelos, inter quos eminent illi, quos Sol in cœlo describere videtur, cum Poli Terræ maxime annuunt ad Solem; hoc est, cum Sol è Tellure in initio Signorum Cancri & Capricorni inter Fixas spectatur; quique proinde *Tropici Cancri* & *Capricorni* vocantur, quia Sol inde versus Æquatorem statim revertitur. Sunt & alii duo circuli circulo Æquinoctiali paralleli (quos nimirum Eclipticæ Poli motu diurno percurrere videntur; tantumque proinde ab Æquinoctialis Polis distant quantum Tropici ab Æquinoctiali) *Polares* dicti, vel quod ab Eclipticæ Polis per motum primum sive diurnum describantur, vel quod vicini sint Polis Æquinoctialis, qui & *Poli Mundi* dicuntur, quia omnis præter Terram Mundus super illos revolvi videtur spatio 24 horarum. Æquinoctialis circulus, ut vulgo, in 360 gradus dividitur, & gradus hi numerantur versus easdem partes cum Eclipticæ aut Zodiaci gradibus; nempe ab occasu in ortum, secundum seriem Signorum, & ab eodem etiam initio; nempe primo puncto Arietis. Sicut per Eclipticæ Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ad Zodiacum refertur, ita per Æquatoris Secundarios ad Æquinoctialem. Et Secundarii arcus inter punctum & Æquatorem comprehensus dicitur istius puncti *Declinatio*;

Australis vel *Borealis*, prout versus hunc vel illum Polum fit. Punctum enim tantum declinare dicitur, quantum à primario hoc circulo (quippe motûs diurni in oculos maxime incurrentis medio & præcipuo) distat: Distantia hæc sive Declinatio penes Æquatoris Secundarios est, qui proinde *Declinationum Circuli* appellantur. Horum præcipui sunt *Coluri* duo, quorum alter per Eclipticæ & Æquatoris intersectiones sive puncta Æquinoctiorum transiens vocatur *Colurus Æquinoctiorum*; alter priori ad angulos rectos *Colurus Solstitiorum* dicitur, quoniam Eclipticæ occurrit in punctis ab Æquatore remotissimis, ubi Solstitia celebrantur.

PROPOSITIO III.

Æquatoris Terrestris ejusque Secundariorum & Parallelorum naturam & officia exponere, & Voces in Astronomia & Geographia usitatas hinc pendentes explicare.

ÆQuator proprie est circulus Terrestris, quippe in Terra primitus existens, & non nisi ratione primi motûs (qui in Cœlo est tantum apparens) in Cœlum invectus. Hujus vero Paralleli quatuor præcipui, duo Tropici & totidem Polares, possunt in Terra intelligi vel quasi ejusdem nominis circulis Cœlestibus (quorum genesin Prop. præc. exposuimus) directe subjecti, vel (quod magis naturaliter fit) in ipsa Tellure primitus geniti. Et Tropici hoc pacto erunt circuli in Terra Viæ Solis diurnæ apparenti directe subjecti, quando Telluris Polus proximus ad Solem maxime annuit : Polares autem qui Terræ tractus definiunt quibus tunc perpetua est Dies aut Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. explicatum est.

Quatuor hi circuli Æquatori paralleli Telluris globum in quinque *Zonas* dividunt ; quarum *Torrida* est, quæ utroque Tropico continetur, viæ quippe Solis subjecta, & ejus radios directos & proinde fortes excipiens. Hujus

ſus incolæ dicuntur *Amphiſcii*, quoniam hominis erecti umbra movetur tam verſus dextram quàm verſus ſiniſtram reſpicientis ipſam, & quod umbra meridiana verſus utrumque Polum diverſis anni temporibus projiciatur. Qui Polaribus includuntur Terrarum tractus, binas *Zonas* conſtituunt; *Frigidas* quidem, quod obliquos & proinde debiles radios Solis patiantur, qui glaciei vim hyeme & nocte longâ gelu conſtrictam, æſtate & die licet productiori, reſolvere nequeunt. Harum incolæ, umbræ reſpectu, *Periſcii* ſunt, quod umbra (Sole non occidente) circum illos gyretur. Inter mediam Torridam & extremas Frigidas intermediæ jacent duæ *Zonæ Temperatæ*, quippe utriuſque extremæ adjacentis affectionum participes: quarum *Borealis* Tropico Cancri & Polari Arctico; *Auſtralis* vero Tropico Capricorni & Polari Antarctico clauditur. Et quamvis Veteres has ſolas Temperatas & habitabiles dixerint, experientiâ conſtat Frigidas ipſas, & præcipue Torridam, animalibus & vegetabilibus alendis aptiſſimas eſſe; aliis cauſis, partim Phyſicis partim Aſtronomicis, radiorum incidentiam nimis directam aut obliquam compenſantibus. Temperatarum Zonarum incolæ *Heteroſcii* appellantur; nempe quibus umbra meridiana verſus alterum tantum polum ſc. proximum dirigitur, & quibus umbra verſus unam tantum plagam circumducitur, uti nobis in Zona Temperata Boreali degentibus, & umbram propriam reſpicientibus verſus dextram.

Rurſus, ad Æquatorem Terreſtrem degentibus Dies Noctibus perpetuo æquantur, quoniam tam Æquator quam Circulus partem Terræ à Sole illuminatam ab obſcura diſtinguens ſunt ſphæræ maximi, & igitur (per Prop. xi. *Lib.* I. *Theod.*) ſe mutuo bifariam ſecant, unde quodvis in Æquatore punctum æquabiliter motu diurno circumvectum tamdiu in luce verſatur quam in tenebris. Verum incolæ extra Æquatorem verſus alterutrum polum degenti Dies longiores ſunt Noctibus, quando polus Terræ proxi-

mus annuit ad Solem, & longissimæ cum dictus Terræ polus maxime annuit ad Solem: Et quo magis distat incola ab Æquatore, eo longiores sunt illi Dies longissimæ, donec tandem ad Polarem æstate nulla sit Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. fuse ostensum est. Hinc ergo factum est, ut *Ptolemæus* aliique Geographi Terram diviserint per circulos *Parallelos* Æquatori, à se mutuo, & ab eorum initio (ipso nempe Æquatore) ita distantes, ut longissima Dies augeatur horæ quadrante de *Parallelo* in *Parallelum*. Divisionem in minores partes neglexerunt, quippe insensibiles; & spatium hoc (licet proprie zonulam) pro indivisibili secundum latitudinem habuerunt, & ideo *Parallelum* dixerunt, subintelligentes circulum. Posito ergo ipso Æquatore primo Parallelo, secundus per ea Terræ loca transit, ubi dies longissima est horarum $12\frac{1}{4}$; tertius per ea, ubi Dies est $12\frac{1}{2}$ horarum; atque ita denuo, & similiter in altero hemisphærio. Duo autem hujusmodi spatia *Clima* constituunt, quæ proinde semi-horæ augmento distinguntur. Clima quodvis ab insigni aliquo loco prope medium sito denominarunt: Horum ergo numerantur 24 inter Æquatorem & Polarem alterutrum, quum dies maxima augeatur 12 horis. Verum Vetustiores hanc numerationem non ab ipso Æquatore inceperunt, sed primum Clima per *Meroen* Insulam traduxerunt, ubi hactenus dies longissima per integram horam aucta deprehenditur supra 12 horas, vel quod regionem hanc prope Æquatorem pro mundo recto relinquerent, respectu cujus regiones ad latera κλίματα dicuntur; vel quod interiora forsan pro inhabitatis haberent: quamvis *Ptolemæus* dicat multos etiam tum fuisse, qui contenderent sub ipso Æquinoctiali esse habitationes, quasi in regione temperata, sed suæ ætatis homines ad illum usque diem illò non penetrâsse. Ex altera parte computum Parallelorum exactum ad Polarem usque non produxit *Ptolemæus*, cum ibi & crebriores sint, & in Borealioribus

realioribus omnia exacte nimis scrutari operæ pretium non duxerit. At ultra Æquatorem versus Polum Antarcticum nomen imposuit Climati cuivis, quo indicatur Clima istud ignotum tantum distare ab Æquatore versus Austrum, quantum notum quoddam ab eodem distat versus Boream; ut Clima Αντι-διὰ-Μερόης, Αντι-διὰ Σύηνης, &c.

Sicut Stellarum aut punctorum in Cœlo loca secundum longitudinem & latitudinem computantur per Eclipticam (circulum proprie Cœlestem) ejusque Secundarios; ita locorum in Terra Longitudines & Latitudines computantur in Æquatore (circulo proprie Terrestri) ejusque Secundariis, per polos Terræ transeuntibus. Hujusmodi autem Secundarius per locum aliquem in Terra traductus istius loci *Meridianus* dicitur, quoniam cum per revolutionem diurnam Tellus ad eum pervenerit situm, ut Sol in istius circuli plano producto fuerit, fit Meridies; ut infra fusius explicabitur. Loci cujusvis *Latitudo* est arcus Secundarii Æquatoris sive Meridiani inter Æquatorem & Locum interceptus: Estque vel *Borealis* vel *Australis*, prout locus ab Æquatore versus hunc vel illum Polum distat. Loci vero Longitudo computatur in ipso Æquatore ab occasu ortum versus, quia Terræ aridæ terminus versus occasum notior est quam quo ad ortum finitur. Verum cum in Æquatore nullum sit initium, neque etiam hic, ut in Cœlis, aliquod punctum cardinale per ejus intersectionem cum Ecliptica signatum; Geographorum arbitrio stabiliendus erat Primus Meridianus, à cujus nempe intersectione cum Æquatore numerationis initium sumeretur. Illi vero Terram aridam & habitabilem nullam agnoscebant præter continentem, quam ipsi incolebant cum adjacentibus insulis: Meridianum igitur Primum per locorum notorum maxime occidentalem (ut Azores, vel Fortunatas) traductum fingebant, atque exinde Terrarum loca omnia, quaqua in longum patent, ortum versus secundum Longitudinem disponebant; Locique *Longitudi-*

nem

nem dicebant arcum Æquatoris interceptum inter *Primum Meridianum* & *Meridianum* Loci. Ex quo vero Telluris globus circumcirca habitatus reipsâ deprehenditur, & locorum occidentalissimus nullus detur, paulatim prædictus Longitudinem locorum numerandi modus negligitur, in Veterum monumentis intelligendis præcipue utilis; (licet etiamnum adhiberi possit;) & quisque Meridianum Urbis propriæ pro præcipuo habet, & quomodo aliorum locorum Meridiani ad ortum vel occasum positi ad hunc referuntur notat, sive quot horæ effluant, ex quo Meridianus orientalior Solem reliquit, donec occidentalior eundem assequatur; vel ex quo Sol orientaliorem Meridianum relinquere visus ad occidentaliorem pertingit.

Rursus, ratione Meridianorum & Parallelorum comparati incolæ Telluris, alii Geographis dicuntur *Periœci*, qui in eodem Parallelo Terrestrii & oppositis Meridianis degunt. (Oppositi Meridiani dicuntur ejusdem circuli oppositæ semisses à Polis computatæ, quoniam quæ in hujusmodi oppositis semicirculis sunt loca, ad opposita Æquatoris Terrestris puncta referuntur.) Unde Periœci Tempestates Anni easdem experiuntur, propter polum Terræ utrisque proximum annuentem ad Solem, vel ab eodem abnuentem; vel, secundum apparentiam immotæ Terræ loquendo, quoniam Sol ad utriusque loci parallelum (quippe eundem) pariter accedit, & ab eodem recedit: At meridiei & mediæ noctis vices subeunt alternas, prout horum vel istorum Meridianus per Telluris revolutionem diurnam Soli subjicitur, vel (quod tantundem valet) prout Sol ad horum vel istorum Meridianum revolutione diurnâ apparente gyratus accedit; nisi fuerint in Zona Frigida, ubi die simul fruuntur. Alii rursus dicuntur *Antœci*, in eodem Meridiano at oppositis Parallelis habitantes, ita ut meridies vel media nox utrisque simul contingat; quippe qui eandem habeant longitudinem. At horum æstas evadit istorum hyems, prout Tel-
lus

lus motu annuo nunc ipsius polum borealem nunc australem Soli magis obvertit; vel prout Sol ad hunc vel istum Polum ab Æquatore declinat. Alii denique vocantur *Antipodes*, quod in oppositis Meridianis æque ac Parallelis versantes adversis è diametro pedibus incedant. Hisce omnia contraria eveniunt: His nimirum æstas & longæ dies vel noctes nullæ eodem tempore quo illis hyems & breves dies vel noctes perpetuæ; nox vero ibi quando hic dies, & dies quando hic nox. Patet Æquatoris incolam sibi esse Antœcum; eundem vero esse huic & Periœcum & Antipodem: Poli autem utriusque incolam sibi esse Periœcum, & ejus Antœcum eundem esse qui Antipodem.

PROPOSITIO IV.

Horizontis ejusque Secundariorum & Parallelorum genesin & naturam exponere, Vocesque in Astronomia usitatas hinc pendentes explicare.

PRæter jam dictos Eclipticæ & Æquatoris circulos, respectu quorum loca stellarum è Tellure visa determinant Astronomi, est & alius *Horizon* dictus, qui est magnus ille circulus, quem quisque in planitie constitutus visu circumacto definit, quo Cœli pars conspicua dividitur ab inconspicua. Circulus hic est omnium in sphæra ad apparentiam præcipuus; quippe à quolibet Observatore vel maxime rudi statim determinatus. Ejus genesis ex vero Systemate tradita est superius Prop. XXXII. Lib. I. Verum quoniam superficies sphærica, ad quam phænomena Cœlestia referimus, Telluri non oculo concentrica intelligitur; planum per oculum Tellurem contingens hanc in æqualia segmenta non dividit, quare Horizon ibi descriptus, per sectionem dicti plani & Sphæræ genitus, *Sensibilis* proprie dicitur; quippe Sensu definitus: Et *Rationalis* istius spectatoris Horizon ille est,

qui fit per sectionem dictæ superficiei sphæricæ cum plano Horizonti sensibili parallelo, per ipsum Telluris centrum transeunte. Hæc autem plana parallela producta eundem in superficie sphæræ valde magnæ, in qua Fixæ spectantur, circulum signant, cum ipsa Tellus ad Fixarum sphæram comparata puncti rationem habeat. Ex quibus patet Horizontem inter Fixas consideratum esse circulum in sphæra maximum, à puncto Vertici hominis (cujus est Horizon) incumbente, *Zenith* dicto, & huic opposito *Nadir* æqualiter undique distantem : Quæ proinde puncta Zenith & Nadir sunt Horizontis Poli in quibus se invicem decussant Horizontis Secundarii per omnia Cœli puncta traducti, qui proinde *Verticales* nuncupantur, & quandoque *Azimuthi :* Horizontis vero paralleli, sive supra illum versus Zenith intelligantur, sive infra versus Nadir, *Almicantarath* dicuntur. Inter Circulos Verticales eminent præcipue duo, quorum alter per Zenith (communem Verticalium omnium nodum) & Mundi polos traducitur, vocaturque *Meridianus ;* nempe *Cœlestis*, quippe directe incumbens Meridiano Terrestri : Circulus hic Horizontem intersecat in Cardinibus *Meridiei* & *Septentrionis*, illosque signat. Verticalium principalium alter est huic ad angulos rectos, & Horizontem in punctis Ortûs & Occasûs intersecat ; & quoniam prior ille, licet Verticalis, alio item nomine sc. Meridiani indigitatur, posterior hic *Verticalis Primarii* appellationem sibi habet relictam. Per Horizontem ejusque Secundarios quodlibet in Cœlo punctum secundum Altitudinem supra aut Depressionem infra Horizontem, & Azimuthos disponitur : Nempe cujusvis puncti *Altitudo* aut *Depressio* est circuli Verticalis arcus inter dictum punctum & Horizontem interceptus : *Azimuthus* vero est Horizontis arcus interceptus inter cardinem Meridiei vel Septentrionis & punctum, in quo Verticalis per Phænomenon traductus occurrit Horizonti ; qui *Orientalis* vel *Occidentalis* est, prout à Meridiano in orien-

orientalem vel occidentalem Cœli partem numeratur. Quandoque Azimuthus numeratur à Cardine Orientis vel Occidentis versus Septentrionem aut Meridiem. At à Cardinibus hisce perpetuo numeratur *Amplitudo Ortiva* vel *Occidua*, quæ est Horizontis arcus inde ad punctum oriens vel occidens numeratus, & utraque proinde *Borealis* vel *Australis*; quanquam denominatio hæc primum fluxisse videatur à Constellationibus integris, quæsitumque quam amplum Horizontis spatium occupet oriendo vel occidendo constellatio quælibet.

Quatenus quælibet superficiei convexæ Telluris portio, cui insistit spectator, tanquam planum habetur Horizonti parallelum; in illo considerantur Ventorum Plagæ, quarum Cardinales sunt Septentrio & Meridies, Oriens & Occidens; quæ nempe subsunt Meridiano & Primario Verticali supra descriptis, sive sectiones sunt plani Horizontalis cum planis dictorum circulorum. Quatuor has Plagas monstrat nobis Cœli motus; Plagam nempe Orientis, ubi Sol in Æquinoctiis oritur: Occidentis, ubi se Sol condit eodem die: Septentrionis, quâ Polus mundi nobis Borealis hemisphærii Terræ incolis conspicitur, & Stellæ septem Triones dictæ perpetuo apparent: denique Plagam Meridiei, unde Sol nobis Medio die radiat. Voces enim Astronomicæ Terrarum tractibus in Zona temperata Boreali sitis accommodatæ sunt, quia Astronomia primum in iis solis colebatur. Mediæ totidem inter quatuor Cardinales nomina habent (in Anglicana & cognatis linguis) composita ex nominibus Cardinalium suorum lateralium, ita ut præponatur in compositione nomen præcipui Cardinis. Jam inter has octo collocatæ medio loco aliæ octo iterum ex nominibus priorum octo composita habent nomina, singula ex binorum lateralium sibi vicinorum, præposito nomine Cardinalis in compositione; unde fit, ut nomen præcipuorum Cardinum statim duplicetur, & reliquorum Cardinum nomina sint in initio &

fine dictionis fic compofitæ. Inter fedecim plagas, nominatas interjectæ fedecim aliæ compofita habent nomina, fingulæ ab una primarum octo, cui cum præpofitione annectitur nomen Cardinis quorfum illa declinat; exfurguntque triginta & duæ Ventorum Plagæ, quæ funt communes interfectiones planorum totidem Verticalium cum plano Horizontis, & ventis fatis præcife diftinguendis inferviunt. Pro Phænomenon vero Cœleftium Azimuthis numerandis adhibemus Horizontis gradus, incipiendo ab aliquo quatuor Cardinum; ut fuperius dictum eft. Porro plagæ hæ (dum in plano Horizontali confiderantur) rectæ lineæ habentur; fi vero Terræ fuperficies tanquam fphærica confideretur, (qualis revera eft,) dictarum Plagarum per Terræ fuperficiem productarum nulla recta eft, Cardinales tantum funt circuli; nempe qui Septentrionem & Meridiem indicat maximus atque idem cum Meridiano loci unde initium fumunt; qui vero Ortum & Occafum oftendit eft circulus minor, parallelus nempe Æquatori, per locum tranfiens; nifi locus fit in ipfo Æquatore, quo cafu etiam major eft; quippe ipfe Æquator: Reliquæ Plagæ per Terræ fuperficiem productæ, quæque nunc *Rhumbi* & *Loxodromiæ* dicuntur, Curvæ funt Spirales fui generis, Meridianos omnes in datis angulis fecantes.

PROPOSITIO V.

Meridiani Cœleftis aliorumque Circulorum Horariorum genefin & naturam explicare.

PRop. III. explicatum eft, qualis circulus fit Meridianus cujufvis loci in Terra confideratus; nempe circulus Terram cingens, per utrumque Polum & dictum locum traductus; & proinde maximus, quia per oppofita puncta tranfiens. Et Meridianus Cœleftis ejufdem loci eft huic in Cœlo directe fuperincumbens & refpondens;

dens ; nempe per Polos in Cœlo & loci Zenith traductus. Et quoniam Obſervator in eodem loco manens Tellurem & proinde ſui ipſius locum ejuſque verticem pro immotis habet, Meridianum Cœleſtem per immotos Polos immotumque Verticem traductum, tanquam circulum Cœleſtem immotum concipit : verum cum Cœlum & omnia Sydera motu diurno revolvi videantur, Meridianum ſui loci motûs hujus minime participem, tanquam extra Cœlum mobile concipit, Cœlumque intra illum revolutum. Et in quovis loco fit Meridies, cum Sol, per Cœli revolutionem diurnam apparentem, ad prædictum immobilem Meridianum Cœleſtem ſupra Horizontem perveniſſe videtur ; media vero nox, cum Sol ad ejuſdem partem infra Horizontem pertingit. Nam quoniam Meridianus hic Cœleſtis per Horizontis & Æquatoris polos tranſit, & (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Sphæric. Theodoſii*) Horizontem & Æquatorem hujuſque parallelos omnes ad angulos rectos interſecat ; patet Meridianum omnium Æquatori parallelorum circulorum ſegmenta ab Horizonte facta in æquales partes dividere ; adeoque cum Sol per motum diurnum hujuſmodi parallelum quendam deſcribat, (arcum quidem illius ſupra Horizontem exſtantem Diu, ejuſque arcum infra eundem depreſſum Noctu,) conſtat Meridiem fieri, cum Sol ad circulum Meridianum ſupra Horizontem appellit, mediamque noctem cum ad ejus partem oppoſitam infra Horizontem latentem pertingit : unde & huic nomen eſt impoſitum. Et ob eaſdem rationes medium punctum moræ cujuſvis Syderis ſupra aut infra Horizontem incidit, cum Sydus illud Meridianum attingit : Ubi ſimul ejus elevatio ſupra Horizontem eſt maxima, quæ & Altitudo Meridiana ejus Syderis dicitur.

Rurſus, cum ſpatium temporis inter duos proximos meridies in 24 partes æquales (*Horas* dictas) diviſum intelligatur, &, ob æquabilem Telluris revolutionem diurnam circa proprium axem, Sol æquabiliter Æquato-

rem aut huic parallelum aliquem ſuper Polos Æquatoris Cœleſtis deſcribere videatur; præter Meridianum alii undecim concipiendi ſunt circuli *Horarii* per Æquatoris polos traducti, qui una cum Meridiano Æquatorem in 24 partes æquales dividant; atque hi (ejuſdem loci reſpectu) immobiles intelliguntur Meridiani inſtar extra ſphæram poſiti, interea dum Cœlum æquabiliter ſubter illos revolvitur. Unde patet arcum Æquatoris inter duos hujuſmodi circulos proximos interceptum eſſe 15^gr; nempe partem 24^tam integræ peripheriæ. Sed mutato Meridiano Terreſtri, Obſervator omnes ſuos Horarios circulos mutat. Horarii dicuntur, quoniam Sol ad illorum quemvis per motum diurnum apparentem perveniſſe ſpectatus, talem ante vel poſt meridiem Horam efficit, qualis eſt ordine circulus iſte Meridiano orientalior vel occidentalior. Imaginari licet & alios infinitos hujuſmodi circulos Horarios, prout Horam diviſam ſupponimus in 60 ſcrupula prima, quorum quodvis rurſus in 60 ſecunda dividitur, atque ita porro. Circuli hi Horarii iidem ſunt poſitione cum Declinationum circulis, (de quibus Prop. 11;) quippe Æquatoris ſecundarii: ſed in hoc diſcrepant, quod Declinationum circuli una cum ipſis Stellis punctiſque Cœli, quorum Declinationem menſurant, circumacti; Horarii vero (ut dictum eſt) immobiles concipiantur. In Cœlo etiam reſpondent Horarii Meridianis in Terra; & quidem Meridiani Terreſtres ſunt reipſâ circuli Horarii, & non niſi per apparentiam in Cœlum invecti. Nam ſicut fit in loco dato meridies, cum Tellus motu diurno revoluta in eum ſitum pervenerit, ubi Meridiani planum productum in Solem incidit: ita talis eſt ante vel poſt meridiem Hora, qualis eſt ordine Meridianus Terreſtris ille, in cujus plano producto Sol tunc reperitur, à Meridiano loci.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Varias Sphæra Mundi appellationes, aliasque Voces in Astronomia usitatas, à varia inclinatione Horizontis ad Æquatorem pendentes explicare.

CUm pro diversitate locorum Terrestrium Horizon omnisque proinde Cœli facies; (hoc est, ipsa Mundi Sphæra) diversa sit; hanc diversitatem triplicem constituunt, pro triplici positione Horizontis ad Æquatorem. Aut enim Loci Horizon rectus est ad Æquatorem secans illum ad angulos rectos, aut obliquus, aut illum omnino non secat, sed cum eo coincidit. Quibus primum contingit, illi dicuntur incolere *Sphæram Rectam*; quibus vero secundum, *Obliquam*; quibus tertium accidit, eorum *Sphæra* dicitur *Parallela*, quod iis Stella quævis per motum diurnum videatur describere circulum Horizonti parallelum.

In Sphæra Recta, (nempe ubi Æquator E Q ad Horizontem H O erectus est, ut in Figura,) Æquator (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Theodosii*) per Horizontis polos Zenith & Nadir transibit: ipse ergo locus in Telluris superficie in Æquatore Terrestri erit; tales namque soli Zenith & Nadir in Æquatore Cœlesti habent. Sphæram igitur Rectam incolunt omnes, illique soli, qui sunt per longitudinem Æquatoris Terrestris dispersi. Horum Horizon per polos Mundi A & B transit (per supra citatam *Theodosii* Prop.) & quodvis in Cœlo punctum rectà super Horizontem ascendere videtur; quippe circulum motu apparenti diurno describens Æquatori (qui ad hunc Horizontem rectus est) parallelum. Et puncta, quæ simul oriuntur, simul etiam ad Meridianum pertingunt, simulque occidunt; quia poli, circa quos motus diurnus, quo Sydera Oriri, ad Meridianum pervenire & Occidere videntur, sunt tam in Horizonte quam Meridiano hujus. Tab. XIV. Fig. 1.

hujus Sphæræ. Atque ex hoc Sphæræ situ originem ducit modus reducendi puncta Cœli ad Æquatorem. Nempe *Ascensio Recta* cujuslibet in Cœlo puncti est arcus Æquatoris versus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris, quod simul cum dicto in Cœlis puncto ascendit in Sphæra Recta : Similiterque intelligitur quid sit *Descensio Recta* : & loco Horizontis Sphæræ Rectæ, cujuslibet loci Meridianus assumi potest. Exinde quod soli Æquatoris Terrestris incolæ Sphæram habeant Rectam, ex supra dictis (præcipue ad Prop. XXXIII. Lib. I.) patet, quænam sint hujus Sphæræ affectiones ; nempe noctes diebus hic perpetuo æquari, & quodlibet Cœli punctum tamdiu supra Horizontem conspici, quamdiu infra illum latet.

Tab. XIV. Fig. 2. In Sphæra Obliqua, ubi Horizon H O Æquatorem E Q ad angulos obliquos secat ; horum neuter per alterius polos transit, adeoque alter Æquatoris sive Mundi Polus supra Horizontem est, alter infra eundem : ille igitur semper apparet, hic vero latet : neque Æquator per verticem Z transibit, sed vertex erit inter Æquatorem & polum conspicuum. Hujusmodi Sphæræ duo erunt genera ; vel enim polus Boreus B elevatur supra Horizontem H O, & Australis latet, vel è contra Australis attollitur, depresso Boreali. Prioris generis Sphæram habent omnes, qui inter Æquatorem Terrestrem & Polum Arcticum degunt ; posteriorem, qui inter Æquatorem & Antarcticum. Et præcipua utriusque phænomena quoad æstatem & hyemem hactenus explicata videre est Prop. XXXIII. Lib. I. secundum verum Mundi Systema. Et in Systemate apparenti, cum quodvis in Cœlis punctum æquabili motu diurno describat vel Æquatorem vel illi parallelum quendam ; solus vero Æquator, parallelorum autem nullus in duas æquales partes ab Horizonte obliquo dividatur ; Sol & Stellæ omnes extra Æquatorem versus Polum conspicuum declinantes diutius supra Horizontem morantur quam

quam infra; & è contra quæ versus Polum latentem declinant, diutius sub Horizonte latent quam supra eundem versantur. Atque hoc ad certum usque terminum versus utrumque Polum obtinet. Si enim Declinatio augeatur, donec Syderis distantia à Polo conspicuo minor sit quam Poli elevatio supra Horizontem, Sydus omnino non occidit: At si minor sit ejus distantia à Polo inconspicuo, supra Horizontem non ascendet; hoc est, non orietur. Et paralleli O V, H I semper conspicua & inconspicua in dato loco Sydera concludentes, Horizontemque tangentes, Veteribus quibusdam (ut *Euclidi* in *Phænomenis*, *Manilio* in *Astron.*) ejus loci *Polares* dicuntur, qui proinde majores sunt & longius à Cœlesti Polo remoti, quo locus, cujus sunt Polares, est ab Æquatore Terrestri remotior; hoc est, quo obliquior est Sphæra. Omnes autem inter Polares hosce intermediæ Stellæ vicissitudines habent ortûs & occasûs, ascensionis & descensionis. *Ascensio* Stellæ aut cujusvis Cœli puncti *Obliqua* est Arcus Æquatoris versus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris quod simul cum Stella oritur, in data Sphæra Obliqua: atque hæc pro varia Sphæræ obliquitate varia est. Et *Differentia Ascensionalis* est differentia inter Ascensionem rectam & obliquam. Eademque de *Descensione Obliqua* sunt intelligenda.

In Sphæra Parallela, ubi Horizon H O cum Æquatore E Q coincidit, unumque ex motûs diurni parallelis constituit, illorum Poli (nempe Zenith & Mundi Polus) etiam coincident: adeoque hæc Sphæræ positio solis ad binos Terræ Polos degentibus competit; omniaque Cœlestia per motum diurnum circulos Æquatori parallelos describentia, describent etiam circulos Horizonti parallelos. Unde nullus erit per motum hunc diurnum ortus aut occasus, nullaque adeo in hac Sphæra Ascensio Descensiove, nullusque Meridianus, cum hic per Polum *Tab. XIV. Fig. 3.*

 locique

locique verticem traducatur; cumque hi duo in hac Sphæra coincidant, circulum nequeunt determinare, quolibet verticali Meridiani nomen pari jure sibi vendicante. Solis vero phænomena ex motu Terræ annuo oriunda, in Sphæra parallela conspicua, Prop. XXXIII. Lib. I. explicata sunt; competentia nempe alterutrius Poli incolis. In Systemate vero apparenti patet Solem, dum ad illum ab Æquatore Polum declinat qui Zenith occupat, perpetuo conspici, semestremque diem constituere; sicut ex adverso semestrem esse noctem, dum Sol ad alteras Æquatoris ac proinde Horizontis partes declinat; dieique & noctis initia incidere in Solis ingressus in puncta Æquinoctialia.

PROPOSITIO VII.

Latitudo loci est arcus similis arcui elevationis Poli supra Horizontem.

Tab. XIV. Fig. 4. Sit *a e b q* Tellus, cujus centrum T, Poli *a* & *b*, Æquator *e q*. Sumatur in hujus superficie locus quivis *l*, cujus Latitudo est *l e* arcus Meridiani inter ipsum & Æquatorem interceptus. Sit concentrica Sphæra Cœlestis, cujus Poli, Æquator, & Meridianus B, A, E Q, & B E A Q respondeant Polis, Æquatori, & Meridiano Terrestribus. Sit loci *l* Zenith Z & Nadir N; nempe in rectæ T *l* productæ intersectionibus cum superficie sphærica Cœlesti. Quare H O circulus in Sphæra maximus super polos Z & N descriptus est loci Horizon, & Meridiani arcus O B est Altitudo Poli conspicui B supra Horizontem, quem aio similem esse arcui *l e*, Latitudini nimirum loci. Nam quia A & B sunt Poli circuli E Q, est (per *Prop.* X. *Lib.* I. *Sphæric. Theod.*) angulus B T E rectus; & ob eandem rationem angulus Z T O est rectus. Si ergo ab æqualibus E T B, Z T O auferatur communis angulus Z T B, reliqui E T Z, B T O erunt

erunt æquales. Et igitur (per Prop. XXXIII. El. 6.) arcus *e l*, B O, quibus illi insistunt ad centrum, sunt similes. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

Crepusculi causas exponere, ejusque Limites definire.

CRepusculum est crepera illa sive dubia Lux ante Solis ortum & post ejus occasum. Si nulla esset circa Tellurem Atmosphæra, neque ullus Auræ Æthereæ Soli proximæ splendor, quamprimum per Telluris motum diurnum quilibet in illius superficie locus in Telluris umbram volveretur, vel quamprimum Sol motu apparenti diurno infra ejus loci Horizontem descenderet, meræ essent tenebræ; quippe Spectator à radiis Solaribus relictus luce destitueretur: Verum non tantum Sol, sed & Soli proxime circumfusa aura Ætherea (illiusque quasi Atmosphæra accensa) etiam splendet; cumque hæc oriendo aut occidendo tempus majus insumat quam ipse Sol, ante Solis ortum Aurora manifestâ circulari figurâ enitetur, surgens in claritatem figuræ ejusdem, quæ est istius segmenti circuli hactenus orti Atmosphæræ Solaris, & diversa prorsus ab illa, quæ ab illuminatione Atmosphæræ Terrestris ab ipso Sole facta procedit: Quod & de Crepusculo post Solis occasum similiter est intelligendum. Verum quia materia splendens ob Solis viciniam nunc magis nunc minus splendet, Crepusculi hinc orti termini non erunt usque adeo certi, præsertim cum conjungatur cum alia potentiorique Lucis hujus creperæ causa. Nam postquam Telluris incola superficiei insistens ultra Lucis metas in Telluris umbram revolvitur, Telluri circumjecta Atmosphæra, satis longe supra Terram expansa, etiamnum illuminatur, locumque observatoris radiis reflexis illustrat. Hæc etiam causa subinde mutatur, prout plures aut pauciores in Atmosphæra suspensæ reperiuntur

 parti-

particulæ, radiis Solaribus reflectendis aut aliter ad nos detorquendis idoneæ; & prout particulæ hæ in majorem aut minorem emergunt altitudinem, quod ab Aeris (quippe fluidi cui innatant) gravitate per Baroscopium indicanda pendet. Nam si prope Terræ superficiem humiles admodum hærerent, statim etiam & hæ, paulo post cum loco cui incumbunt in umbram revolutæ, radios Solares non amplius exciperent: Si vero aut raræ admodum in expanso spatio natarent, aut lumini detorquendo parum idoneæ, lumen Solis aut non omnino aut saltem tenuissimum & movendo sensui vix sufficiens ad nos mitterent; sicut revera experimur in expanso illo omni extra Telluris umbram, quod (licet perpetuo radiis Solaribus pateat) tam debile lumen versus nos remittit, ut vix illius nomen sortiatur.

Cum ex utraque causa Crepusculi duratio varia sit, observatione tamen constat Diluculi matutini initium plerumque fieri, cum jam Sol non amplius quam 18gr infra Horizontem deprimitur; & vespertino Crepusculo finem imponi, cum Sol ad similem profunditatem pervenit. *Tycho* quidem depressionem Solis, quæ Crepusculo terminum ponit, 16gr esse vult: Alii ad 19gr usque hanc extendunt; donec nimirum Fixæ minimæ cerni possint. *Cassinus* ex propria observatione ad 17gr tantum hanc extendit. *Ricciolus* ex sua hanc aliam mane, aliam vespere, & diversis anni tempestatibus diversam invenit.

SCHOLIUM.

Crepusculo cognatum videtur Lumen istud ab oculatissimo D. *Cassini* primum Anno 1683. paulo ante Æquinoctium Vernum vespere observatum, à Sole Orientem versus secundum Eclipticam protensum. Sequentes observationes ipsius D. *Cassini* & D. *Fatio* evicerunt Lumen hoc ab utroque Solis latere diffundi secundum Eclipticam fere, sed ordinario ab hac ad septentrionem potius

tius quam ad meridiem deflectere. Forma est utrinque acuminata ; cuspides binæ à Sole nunc magis nunc minus distantes, initio duobus Signis aut paulo amplius à Sole remotæ, & post tres annos distantia in tria Signa aut etiam 100^{gr} excrevit : ejus latitudo est ultra 30^{gr} prope Horizontem : nequit vero Phænomenon hoc conspici ubi latissimum est ; nempe ad ipsum Solem secundum latitudinis circulum. Ejus latera sunt fere recta, nonnihil quandoque circa medium, Solem inter & alterutram cuspidem, gibba ; angulo nunc majore nunc minore ad invicem inclinata. Angulus hic in mediocri sua quantitate circiter 21^{gr}. Ex hisce patet Phænomenon hoc Luminosum simul cum Sole iisdemque passibus per Eclipticam moveri : quod & de utraque cuspide etiam verum est ; nisi quatenus hæ per totius incrementum aut decrementum à Sole magis minusve distant. Claritas ejus est Viæ Lacteæ Caudæve Cometæ claritati haud absimilis, hujusque instar translucens ; in medio major, versus extrema minor, sensim deficiens, & in circumfuso cæruleo Cœlesti exstincta : Unde diversis Observatoribus pro oculorum acie, eodem tempore & loco diversæ magnitudinis, & pro Cœlo puro aut turbido, Crepusculi proprie sic dicti & lucidiorum Syderum absentia vel præsentia, magis minusve extensa varieque terminata, mane semper debilior quam vespere apparet. Lumen hoc propter crepuscula pernoctia nequit mediâ æstate in regionibus prope alterutrum Polum conspici ; mane & vespere ejusdem diei circa mediam hyemem (silente Lunâ) videri potest : in locis prope Æquatorem idem quovis anni tempore fiet. In locis quibusvis eo clarius videtur, quo ad Horizontem erectum magis ; quippe ex Crepusculo & Vaporibus prope Horizontem hærentibus magis exstans : adeoque in regionibus hisce Borealibus optime videtur mane post Æquinoctium Autumnale, ineunte scil. *Octobri* ; & vespere, exeunte *Februario* ; Eclipticâ, secun-

dum quam protenditur, tum (initio & fine Crepusculi tunc breviſſimi) ad Horizontem magis erectâ ; punctis Æquinoctialibus in illo conſtitutis.

Corpus (aut potius corpuſculorum congeries) cujus hæc ſunt Phænomena, videtur Lentis formâ Solem ambire; ut D. *Fatio* conjecit. Planum per Lentis aciem eſt in Eclipticæ plano, aut ſaltem non procul ab illo : ipſa acies inter Orbitas Veneris & Telluris, aſt huic propior. Particulæ iſtud lentiforme ſpatium replentes (ut Atmoſphæræ Solaris particulæ, de quibus modo dictum) lumen Solis reflectendo prædictam ſpeciem producere videntur: Annulus enim, cujus oppoſitæ facies planæ ſunt & parallelæ, Ellipſeos ſpeciem præ ſe ferret, verſus cuſpides obtuſiorem quam Phænomenon hoc. D. *Caſſini* particulas haſce Solis lumen remittentes, ſpatio hoc contentas, pro innumeris Planetis habet, cum ſeparatæ, Planetarum inſtar, motus ſuos circa Solem exerceant ; quo modo Lumen hoc matutinum & veſpertinum ab innumeris Planetis ortum ducit, ſicut Via Lactea ab innumeris Fixis.

D. *Fatio* Lumen hoc Mundo coævum eſſe ſuſpicatur: *Caſinus* è contra, brevi ante primam ejus obſervationem à ſe factam natum eſſe, atque illud duobus ante annis non exſtitiſſe, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cœlo intentus Cometam oculis frequenter intueretur. Illud vero antea exſtitiſſe, poſteaque evanuiſſe ſatis ducit veriſimile ex hiſtoriis antiquis, quæ illud deſcribere videntur ; præſertim vero ex obſervatione D. *J. Childrey*, qui illud proculdubio vidit, ut patet ex ejus deſcriptione pag. 183, 184. in monito ad calcem *Libri*, quem ſub titulo *Britanniæ Baconicæ* idiomate *Anglico* Anno 1661. edidit ; quippe eodem in loco, iiſdemque conſtellationibus, quibus iſtâ anni tempeſtate nunc apparet. Ejus verba latine reddita hæc ſunt : *Aliud inſuper eſt, quod Mathematicorum obſervationi commendatum volumus ; nimirum Menſe Februario, pauloque ante & poſt hunc (ſicut per*

per plures annos observavi) circa horam sextam à Meridie, cum Crepusculum Horizontem jam pene deseruit, Semita Luminosa *à Crepusculo versus Pleiadas porrecta, illasque quasi contingens, se plane videndam præbet. Semita hæc quavis tempestate serena videtur ; optime autem illuni Nocte.* Et paulo post : *Credimusque Phænomenon hoc olim exstitisse, & dehinc semper ad dictam anni tempestatem appariturum. At quænam sit illius causa & natura, conjecturis assequi nequeo ; sed posterorum indagini relinquo.*

PROPOSITIO IX.

Quid per Stellarum Ortum & Occasum Poeticum intelligatur, explicare, ejusque species, Cosmicum nempe, Achronycum & Heliacum exponere.

IN præcedentibus actum est de vero ortu & occasu syderum; ascensu nimirum supra Horizontem certi loci, & descensu infra eundem, sive potius depressione dati Horizontis infra sydus, & elevatione ejusdem supra illud ; atque istud quidem absque ulla Solis consideratione. Comparandi vero jam sunt ortus & occasus Syderum cum motu Solis per Eclipticam, adeoque cum luce diurna & cum Anni Tempestatibus. Hisce enim signis veteres Agricolæ & ex eorum traditionibus Scriptores rei rusticæ, nec non & Medici, Poetæ & Historici sunt usi ad Anni Tempestates designandas, qui proinde sine harum vocum explicatione intelligi non possunt.

Tres vulgo numerantur species ortûs & occasûs Poetici, *Cosmicus*, *Achronycus* & *Heliacus*. Oriri *Cosmice* vulgo dicitur Stella, quæ oritur oriente Sole, & occidere Cosmice, quæ occidit oriente Sole ; adeo ut ortus & occasus Cosmicus idem sit ac matutinus, quasi principium diei artificialis, sive Solis ortus idem sit qui Mundi ipsius. Oriri vero & occidere *Achronyce* vulgo dicitur Stella, quæ oritur vel occidit occidente Sole ; adeoque

Achronycus

Achronycus ortus vel occasus idem sonat atque vespertinus. *Keplerus* vero hasce voces alio sensu accipiendas contendit; ita nempe ut oriri & occidere *Cosmice* idem sonet quod supra Horizontem ascendere, vel infra illum descendere; oriri vero aut occidere *Achronyce* sit idem quod oriri aut occidere in Solis opposito, sive in altero Acro aut termino Noctis: quo sensu & *Ptolemæus* & ad hunc usque diem Astronomi plerique Planetam Achronycum appellant, cum est Soli oppositus & totâ nocte fulgidus: Adeo ut oriri Achronyce sit, ut vulgo, idem quod oriri occidente Sole; occidere vero Achronyce idem sit quod occidere oriente Sole; qui occasus vulgo Cosmicus dicitur.

Oritur Stella *Heliace*, quando quæ prius latebat sub radiis Solis, sic ut eodem fere tempore cum Sole & oriretur & occideret, postridie è radiis Solis emersit in tantum, ut Sole latente sub Horizontem ipsa primum cerni possit, jamjam vel occubitura sub Horizontem vel exstinguenda superventu lucis diurnæ. Occidit vero Stella *Heliace*, quæ cum prius, Sole non multum infra Horizontem merso, adhuc cerneretur supra, jam in tantum se condidit Solis radiis, ut postridie orta ex Horizonte, vel occubitura sub illum, cerni amplius non possit. Si nullum esset crepusculum, Ortus hic & Occasus ejusdem stellæ Heliacus (qui rectius Apparitio & Occultatio dicerentur) non nisi per unicum diem utplurimum inter se distarent. Nam in illo casu Stella vel ante Solis ortum conspiceretur, si ejus ascensio obliqua in dato Horizonte vel tantillo minor esset quam ea Solis, vel post ejus occasum cerneretur, si tantillo major. Immo si nulla prorsus esset Atmosphæra, stellæ minimæ vel interdiu ipso Sole lucente conspicerentur. Ratio enim, cur nunc non apparent, hæc est: Atmosphæræ particulæ à Sole fortiter illustratæ tam vividam stipatamque lucem in oculum spectatoris effundunt, ut retina (aliudve si quod sit visûs

visûs sensorium) debili admodum stellulæ imagine prorsus non moveatur, illamque proinde non videat. Quod si nulla esset Atmosphæra Telluri circumfusa, nec circumjecta ulla Terrestria corpora quæ lumen reflectant ; si Solis radii directi ab oculo arcerentur, oculus à radiis corporis aut valde lucidi aut fortiter illustrati (similiter atque nunc noctu) vacuus stellas minimas clare videret, nisi hæ sub Atmosphæra Soli circumfusa laterent : hæc enim cum Sole corpus unum lucidum constituunt. Cum vero pro minore Stellæ claritate majore opus sit depressione Solis infra Horizontem, ut ea cernatur ; patet Occasum Heliacum citius fieri & Ortum tardius. Ac primo, opus est totali Crepusculi abolitione seu Solis depressione 18^{gr}, ut Stellæ minimæ cernantur : pro sextæ magnitudinis Stellis cernendis, opus erit depressione Solis 17^{gr}, & ita denuo, donec ad primæ magnitudinis Stellas cernendas, in Horizontis ea Plaga quæ ad Solem est, opus sit Solis demersione 12^{gr}. Planetæ clariore plenioreque fulgentes luce tantâ non opus habent, adeo ut Marti & Saturno Gradus tantum 11 debeantur ; Jovi & Mercurio circiter 10 : Veneri vero cernendæ 5^{gr} demersionis necessarii vulgo habeantur ; quamvis hæc etiam splendente Sole non raro cernatur, licet non ad Ortum vel Occasum Heliacum. Verum hæc in Planetis pendent à varia illorum à Tellure distantia , & pleniore orbe minusve pleno inferiorum.

Stellæ omnes Fixæ sub Zodiaco sitæ, item Planetæ superiores Saturnus, Jupiter & Mars, quos nempe Sol motu annuo versus orientem facto antevertit, oriuntur Heliace mane, paulo ante Solis ortum ; nempe paucis post diebus quam Cosmice oriuntur : occidunt vero Heliace vespere ; paulo nempe ante quam Achronyce occidunt. Luna vero, quæ Solem perpetuo antevertit, oritur Heliace vespere ; cum nempe nova ex radiis Solaribus emergit: occidit vero Heliace mane, cum jam vetus ad con-

junctionem cum Sole properat. Inferiores vero Venus & Mercurius, qui aliquando Solem antevertunt, aliquando versus occidentem post Solem relinquuntur, (sicut Lib. I. fuse est ostensum,) quandoque Heliace oriuntur mane, cum nempe retrogradi sunt; quandoque vespere, cum directi; quod & de Occasu Heliaco similiter est intelligendum. Fixæ vero, longe extra Zodiacum versus Polum elevatum positæ, possunt uno eodemque die simul & oriri & occidere Heliace, aliasque subire vicissitudines hujusmodi ortûs & occasûs respectu; ut consideranti patebit.

Græci & *Romani* olim utebantur Anno ad Solis motum non exacto; unde fiebat ut nunc prævenirent Solem, nunc sequerentur. Cum autem Tempestates Anni non revertantur cum erroneo Calendario, sed cum Sole & Solstitiis; ut operæ rusticæ, domesticæ, militares, suâ quæque tempestate fierent, Veteres proposuerunt ortus & occasus Syderum Calendarii loco. Cum enim stellæ Fixæ ab Æquinoctialibus & Solstitialibus punctis non nisi lente admodum & motu tum temporis vix percepto moverentur, nondubitabant Solem ad eundem respectu ejusdem Stellæ locum reversum, ad eundem etiam respectu Æquinoctiorum & Solstitiorum situm denuo pervenisse; hoc est, cum eadem Fixa rursus Cosmice, Achronyce aut (quod præcipue attendebant) Heliace oritur vel occidit, eandem rursus Anni Tempestatem Orbi redditam, ac proinde ad easdem operas revertendum esse; adeo ut statas Anni Tempestates *Sydera* appellarent. Verum deprehensum est Fixas post elapsos plurimos annos ex sedibus suis excessisse; adeoque si dies Ortûs vel Occasûs datæ Fixæ apud Veteres ad nostrum Calendarium reducendus sit, ratio est habenda motûs Fixarum intermedio tempore facti. Verum cum hodie exemplaria Calendarii facile comparari possint, & Calendarium Romanum (quo nos utimur) ad Solis motum, quo Anni Tempestates ordinantur, propius accedat

accedat quam Fixarum Ortus & Occasus; fit ut paulatim observatio hujus Ortûs & Occasûs neglecta jaceat, nec ab aliis usurpetur quam à Poetis, qui Tempora per circumstantias tam varii Ortûs & Occasûs tot Syderum (quibus nihil pulchrius) describere & veluti pingere solent; quamvis plerumque erroneè, quippe qui Calendarii nostri diem per ejusdem Stellæ ortum describunt nunc, per quem rectè describebatur tempore Cæsaris, cum tamen tempora discrepent 14 diebus fere.

SECTIO II.

De Temporis Divisione, aliisque hinc pendentibus.

PROPOSITIO X.

Temporis divisionem in Horas Dies & Hebdomadas, Vocesque in Astronomia usitatas hinc pendentes explicare.

HActenus genesin circulorum sphæræ in Systemate Mundi apparenti, & voces in Astronomia usitatiores inde pendentes explicuimus: Cum vero nullæ voces in Astronomicis sæpius occurrant quam illæ, quibus Temporis spatium aliquod indicatur; necesse est ut de hisce breviter hic agamus, Temporisque dispositionem Civilem obiter ostendamus, quatenus in calculo Astronomico usurpatur.

Temporis partes præcipuæ sunt *Dies, Hora, Mensis* & *Annus.* Inter has primo occurrit *Dies*, (quippe spatium temporis notissimum;) estque vel Naturalis vel Artificialis. *Naturalis* dies est duratio integræ revolutionis apparentis Solis circa Terram. *Artificialis* est illa ejus pars, quâ Sol est supra Horizontem; opponiturque *Nocti*, quæ pro mora Solis infra eundem accipitur: Naturalis vero Dies utrumque comprehendit. Dies Naturalis vel est Astronomicus vel Civilis; qui quidem inter se non dif-

 ferunt

ferunt nisi principio, pro Civitatis consuetudine & Astronomorum placito: estque Astronomicus temporis spatium quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœlestem reliquit, donec ad eundem proxime revertatur; hoc est, spatium quo revolutio integri Æquatoris Cœlestis peragitur, & præterea istius ejus partis quæ respondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu annuo in ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc Æquatori integro superaddita non est ubique æqualis, (licet ejus quantitas mediocris sit unius proxime gradûs,) tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis annuus circa Terram apparens non est æquabilis, Dies Naturales sive Astronomici non sunt præcise inter se æquales: verum de inæqualitate hac inferius proprio loco agetur; minutias enim nunc negligimus. Astronomi plerique Diem inchoant à Meridie. *Copernicus* vero *Hipparchum* secutus à media Nocte, quod in Tabulis *Prutenicis* dictis retinetur. Civitates variæ varium Diei initium statuunt. *Babylonii* Diem auspicabantur ab ortu Solis; *Judæi* & *Athenienses* ab occasu, quod etiamnum faciunt *Itali*. *Ægyptii* à media Nocte, quod etiamnum apud *Britannos*, *Gallos*, *Germanos*, aliasque *Europæ* gentes obtinet. Immo tacite olim à *Judæis* idem fiebat. Naturaliter enim Noctem, quam somno & silentio transigimus, partim ad præcedentem, partim ad insequentem Diem referimus; hoc est, Νυχθήμερον à media Nocte incipimus. *Umbri* olim à Meridie, quod adhuc *Arabes* retinent.

Licet dies Artificialis olim vix aliâ ratione vulgo divideretur quam in Matutinum Meridianum & Vespertinum tempus, & nox in Vigilias; posterius tamen dies Naturalis accuratius in 24 partes dividebatur, *Horas* dictas. Hora alia est æqualis, alia inæqualis. *Æqualis* est pars diei naturalis vigesima quarta. Hujusmodi Horâ semper usi sunt Astronomi, & nunc omnes fere gentes eâ utuntur. Horam primam, secundam, tertiam & ita denuo usque

uſque ad 24^{tam} ab initio Noctis (Diei quippe Civilis principio) numerant *Itali*; eorumque horologia ita comparantur. Nos autem cum *Gallis*, &c. non 24 ſed bis 12 Horas numeramus; forte ne tædioſus eſſet pulſuum ab horologio factorum numerus. Unde fit ut bipartiamur diem in Horas ante & poſt Meridiem. Licet Hora vulgo dividatur in quatuor tantum Quadrantes, (qui & à quibuſdam Puncta dicuntur,) cum ulterior diviſio in pleriſque negotiis inutilis ſit; Aſtronomi (& nunc politiores quique) illam in 60 ſcrupula prima, & quodlibet primum in 60 ſecunda ſubdividunt. *Hora inæqualis* eſt pars duodecima diei Artificialis, & pars item duodecima noctis. Dicitur etiam Temporaria, quod diverſis anni temporibus variæ ſit quantitatis. Sic hora diurna æſtiva longior eſt hybernâ, & nocturnâ brevior; & hora diurna æſtate longior eſt nocturnâ, & hyeme brevior: Tempore vero Æquinoctii diurnæ horæ nocturnis æquales ſunt, & horæ hæ inæquales tunc eædem ſunt cum æqualibus ſupra deſcriptis; unde & æquales illæ horæ ab Auctoribus *Æquinoctiales* appellantur. Horis hiſce temporariis uſi ſunt *Judæi*, *Græci* & *Romani*. Qui mane vel veſpere civilem diem inchoant, id faciunt, quod Sol tum ſit in Horizonte, circulorum ſphæræ maxime ſenſibili. Illi hoc habent commodi, quod ex ipſo horarum æqualium numero ſciant quota pars diei naturalis, hoc eſt, quantum temporis elapſum ſit ab ortu Solis; hoc vero incommodi, quod tempora occaſûs Solis, Meridiei & mediæ noctis, diverſis anni tempeſtatibus diverſis horarum numeris inſigniantur: qui non niſi per computationem innoteſcant: Hi hoc habent commodi, quod immediate dignoſcant quantum temporis adhuc reſtet ad Solis occaſum, ut itinera alioſque labores huic accommodare poſſint; & hoc incommodi, quod non niſi per computationem horam ortûs, Meridiei mediæque noctis numerare poſſint. Qui à meridie mediave nocte diem

civilem auſpicantur, hoc faciunt, quod Sol ſit tunc in maxima elevatione aut depreſſione; at nomen horæ, quâ Sol oritur occiditve, non niſi ſubducto quaſi calculo tenent. Qui vero horis inæqualibus modo deſcriptis uterentur, Solis ortum & occaſum perpetuo per duodecimam horam indicarent; Meridiem & mediam noctem perpetuo per ſextam; ſolamque horæ quantitatem calculo dignoſcendam haberent.

Hebdomas eſt dierum collectio omnium antiquiſſima; ut ex Sacro Codice conſtat. Hâc uſi ſunt olim *Judæi*, & à Chriſtiana Fide recepta gentes aliæ. Cuilibet Hebdomadis diei nomen impoſitum eſt à Planetarum aliquo, hâc ratione: cum Horæ diei naturalis ſint vigintiquatuor, Planetæ vero ſeptem, hoc ordine in Syſtemate vulgari, Saturnus, Jupiter, Mars, Sol, Venus, Mercurius, Luna; inceperunt à prima Hebdomadis *Judaica* die, tribuentes Soli (authori diei) primam illius Horam, Veneri ſecundam, tertiam Mercurio, quartam Lunæ, tum incipientes à Saturno quintam eidem tribuebant Horam, & ita deinceps; unde fit ut diei ſequentis Hora prima Lunæ contingat, ac proinde iſti Hebdomadis diei nomen de ſuo imponat: Quod in ſequentibus ad Hebdomadis finem uſque continuatur.

PROPOSITIO XI.

Temporis Diviſionem in Menſes, Annos, horumque varia genera & collectiones explicare.

Licet *Menſis* ſit proprie ſpatium temporis, quo Luna Zodiacum percurrit; cum tamen duodecim prætерpropter labantur Menſes interea dum Sol Eclipticam ſemel peragrat, factum eſt ut *Menſis Solaris* nomine veniat etiam tempus illud, quo Sol Zodiaci Signum percurrit; quod fit diebus fere 30½. Rurſus, *Lunaris* Menſis alius eſt *Periodicus*, quo Luna digreſſa ab aliquo Zodiaci puncto

to ad idem revertitur, estque paulo minor diebus $27\frac{1}{3}$; alius *Synodicus*, paulo major quam dierum $29\frac{1}{2}$, quo Luna omnes Phases subit, & ob hoc in Temporis notatione usûs præcipui. Uterque Mensis, tam Solaris quam Lunaris Synodicus, vel est *Astronomicus* (de quo hactenus) vel *Civilis* pro civitatis cujusque instituto. Gentibus enim quibusdam, ut *Ægyptiis*, Solares placuere Menses, quorum quemvis posuerunt 30 dierum; atque ut annum complerent, post duodecim hujusmodi Menses posuerunt quinque dies confectos ex duodecies denis illis horis, quibus Mensis quisque Solaris 30 dies superat. Plerisque autem Veteribus Lunaris Synodicus Mensis placuit, ut olim *Judais*, *Græcis*, & ad *Julii Cæsaris* tempora *Romanis*; & hodie *Muhammedanis*. Verum ut hujusmodi Menses Lunares, qui ex integris diebus non constant, ad usus civiles (in quibus dierum fragmenta considerari nequeunt) aptentur; Menses Civiles alternatim dierum 29 & 30 constituebant, (illos *Plenos*, hos *Cavos* dixere;) sic ut duo hujusmodi Menses duobus Lunaribus, quorum quisque est dierum $29\frac{1}{2}$ æquarentur; & ut Novilunium à Mensis Civilis die primo sensibiliter non digrederetur in Annorum aliquot curriculo.

Annus aliquando accipitur pro tempore revolutionis Planetæ per Zodiacum; quo sensu Mensis quandoque Annus dicitur: immo & interdum pro Tempore integræ revolutionis apparentis Fixarum per Zodiacum, quod *Annum Magnum* vocant: *Annus* autem proprie est Tempus, quo Sol Zodiacum perlustrat. Estque duplex, Astronomicus vel Civilis: & Astronomicus rursus duplex etiam pro duplicibus Solaris revolutionis metis; Sydereus nempe & Tropicus. *Sydereus* Annus est spatium temporis, quo digressus Sol ab aliqua Fixa ad eandem revertitur; estque dierum naturalium 365, horarum 6, scrupulorum primorum fere 10. *Tropicus* sive *Vertens* est quo digressus Sol ab uno punctorum cardinalium, Æquinoctiali nimirum aut Solstitiali,

ad

ad idem revertitur; qui Sydereo aliquanto est minor, quia ipsa Eclipticæ puncta cardinalia regrediuntur, & Soli obviam quasi facta efficiunt ut Sol ad idem Eclipticæ punctum revertatur aliquanto citius quam ad eandem Fixam, ubi punctum istud Eclipticæ fuerat, cum Sol prius in dicto puncto versaretur: estque Annus Tropicus dierum 365, horarum 5, scrupulorum proxime 49$\frac{1}{2}$; deficiens utique à Sydereo scrupulis fere 21.

Annus *Civilis* est spatium temporis, ad quod motus Solis vel Lunæ vel utriusque digitum intendit, populari cujusque gentis instituto receptum. Ex quo patet tres esse Anni Civilis formas; aut nempe erit pure *Lunaris*, aut pure *Solaris*, aut ex utroque compositus *Luni-Solaris*. Annus *Lunaris* constat ex duodecim Lunationibus sive Mensibus Synodicis, qui diebus 354 absolvuntur, post quos finitos Annum Civilem denuo incipiunt. Cumque hic à Solari Anno vertente, qui tempestates reducit, deficiat diebus 11; fit ut Anni hujus initium nunc in ver incidens post 8 annos incidat in hyemem, inde post alios totidem in autumnum, post in æstatem, & denique exactis annis circiter triginta & tribus, rursum in ver transeat. Atque hic vocatur *Annus Lunaris Vagus*, quod ejus initium vagetur per omnes Anni tempestates, idque unius hominis memoriâ: dicitur & *Solutus*, nempe à motu Solis, qui in illius ordinatione prorsus non consideratur. Tali anno utuntur *Turcæ*; & primo excogitatus videtur in regionibus, ubi discrimina æstatis & hyemis non sunt admodum evidentia; & ubi, ob Astronomiæ defectum, reditus Solis in puncta Zodiaci cardinalia, qui Annum Solarem definit, non facile cognoscitur: unde factum est, ut signa temporum à Luna petentes exordia suorum Annorum ab exordio Phasium petierint; nullusque sit Lunationum numerus, qui tam prope ad Solarem Annum (cujus aliquam saltem cognitionem habebant) ac duodenarius accedebat. A Luna etiam petendam esse rationem crediderim, cur Diem civilem

civilem ab occasu Solis inchoarent: necesse enim habebant Diem civilem simul cum Anno & Mense inchoare; hoc est, cum Novilunio, quod initio non aliter quam per oculorum indicium dignoscebant; cum nempe vespere immediate post Solis occasum novam Lunam spectarent. Et hinc etiam factum est, quod hujusmodi Mensis dies prima, secunda, tertia &c. vocetur Luna prima, secunda, tertia &c. & Dies Plenilunii consequenter quarta decima Luna.

Veteres, qui Lunarem Annum retinere volebant, illum tamen ita ad Solarem ligare, ut ejus initium quodammodo fixum censendum sit, retineatque Anni Cardines per tempestates indicatas, ne à Mensibus suis multum dilabantur, Mensibus utebantur Intercalariis sive Embolimæis. Ac primo ex undecim diebus reliquis ex quovis Anno Solari, post finitos duodecim Menses Synodicos, spatio trium Annorum Mensem conficiebant integrum, tertio quoque Anno intercalandum. Verum cum ne hoc artificium exactum esset, tres Menses, quorum quivis est 30 dierum, intercalabant in octo Annis: (nempe post tertium, quintum & octavum, alii vero aliter;) tandemque 8 Menses in Annis 19. Unde patet horum Annorum quosdam esse simplices, dierum nempe 354 vel 355, quot sunt in Lunari Vago; quosdam embolimæos sive intercalarios, dierum 384 vel 385, cum nempe Anno insunt tredecim Lunationes. Horum Annorum Lunarium fixorum, sive Luni-solarium, est usus apud *Judæos* & Ecclesiasticos Pontificios.

Annorum Solarium, sive ad unicum Solis motum atque hinc pendentes Tempestatum vicissitudines comparatorum, tria sunt genera; *Ægyptiacum* nempe, *Julianum* & *Gregorianum*. *Annus Ægyptiorum* est dierum 365, quem in duodecim Menses Solares diviserunt, quorum quisque dierum 30, & quinque dies ad finem superadjectos, (qui ἐπαγόμεναι dicebantur;) sicut superius dictum.

 In

In hujus Anni constitutione nulla est motûs Lunæ habita ratio : Verum cum deficiat hic Annus à Solari Tropico horis 5, scrupulis 49, sive fere 6 horis ; quatuor Annis antevertit Solarem Tropicum uno fere die integro, adeoque annis 1460 initium ejus vagatur per omnes Anni tempestates ; unde quodammodo Vagus dici poterit, licet unius hominis ætate, sive annis 60, illum non amplius quam 15 diebus antevertat.

Julius Cæsar deprehendens Annum *Ægyptiacum* ideo antevertere Tropicum, quod sex horæ, quibus à Tropico deficit, prorsus negligantur in ejus constitutione ; ideo sex hasce horas Anno *Juliano* cuivis addidit, adeo nt *Julianus* quisque sit dierum 365, horarum sex. Verum quia fragmentum hoc, sive diei quadrans, in usu civili considerari nequit ; ex illis conflatum in quatuor Annis diem quarto cuique Anno addidit inter 23^{tium} & 24^{tum} diem *Februarii*, (quia ante *Cæsarem*, cum adhuc Anno Lunari uterentur *Romani*, mensem embolimæum ibidem intercalabant,) quo fit ut tum scribatur *bis sexto* Kalendas Martii ; unde & Anno illi nomen *Bissextilis* inditum. Atque Annus hic *Julianus* constans diebus 365, & adjiciens in quatuor Annis diem unum, ut post tres simplices quartus sit dierum 366, est Astronomico computo maxime accommodus ; quippe qui inter Annum utrumque naturalem, nempe vertentem dierum 365, horarum 5 & scrup. 49, & Sydereum dierum 365, horarum 6 & scrup. 10, est medius, & naturalem repedationem Æquinoctiorum ad oculum quasi ostendit. Hæc Anni forma penes omnes gentes politiores inde à *Cæsare Augusto* (qui fere collapsum restituit) observatione continuâ trita est usque ad Annum 1582, quo à *Gregorio* XIII. *Pontifice Romano* reformatum est *Calendarium Julianum*. Illo tamen adhuc utuntur *Britanni*, *Hyberni*, aliique. Fatendum tamen est quantitatem Anni *Juliani* esse nimiam, quare Anni hujus initium paulatim prorepit respectu

tu

tu Tempestatum, vel (quod eodem redit) tempora Æquinoctiorum & Solstitiorum repedant respectu dierum hujus Anni. Cumque singulis Annis repedatio hæc sit 10⅗ scrupulorum, Annis 133 circiter erit unius diei, & proinde ab Anno Christi 325, quo *Concilium Nicænum* celebratum est, ad Annum 1582, quo Pontifex Calendarium reformavit, nempe 1260 annis repedatio hæc fuit 10 dierum. Atque exinde evenit ut cum tempore *Nicæni Concilii* Æquinoctium vernum contingeret circiter ad Diem XXI *Martii*, Anno 1582 deprehensum sit sensim adrepsisse XI *Martii*. Quare cum restituere cuperet Æquinoctium pristinæ sedi, suppressi sunt mense *Octobri* Anni 1582 decem dies, & Dies 5ta mox habita pro 15ta; quomodo factum ut qui alias fuisset XI Dies *Martii* insequentis, & Æquinoctii tempus, evaderet XXI *Martii*; hoc est, ut Æquinoctium fieret Die XXI *Martii*, sicut fiebat tempore *Concilii Nicæni* Paschatis celebrandi terminos instituentis. Verum exemptis sic è Calendario 10 diebus, si alia nulla reformatio fuisset adhibita, post aliquot annos simili modo sublaberentur Anni Cardines. Cavit igitur Pontifex ut semel in 133 annis (in quibus excessus Anni *Juliani* supra Tropicum excrescit in diem solidum) unus dies eximeretur è Calendario; hoc est, ut tres dies eximerentur in Annis quadringentis: quod fieri jussit, faciendo Centesimum quemque Æræ Christianæ Annum communem, qui secundum *Julium* est Bissextilis; at Quartum quemque Centesimum, ut in *Juliano*, Bissextilem. Nova hæc Anni forma, à Pontifice *Gregorio* XIII. cujus Auctoritate stabilita est *Gregoriana* dicta, obtinet per *Italiam*, *Galliam*, *Hispaniam*, *Germaniam* ubicunque Pontificis *Romani* auctoritas valet; & exeunte sæculo proxime elapso à multis *Germaniæ* Reformatis admissa est quoad menses civiles: Ad *Lunam* vero *Paschalem* inveniendam se astrinxerunt *Kepleri Tabulis Rudolphinis*, donec aliquid certius constituatur.

Cc 2 Sicut

Sicut Anni forma apud varias nationes varia, ita & ejus Principium varium. *Judæi* Annum Ecclesiasticum incipiunt à Novilunio mensis, cujus Plenilunium proxime insequitur Æquinoctium vernum: *Ecclesia Romana* Annum suum à Dominica quæ in dictum Plenilunium incidit, vel illud proxime insequitur; sive *Festo Resurrectionis Domini*, quod ante Annum 1564 in *Gallia* regno etiam obtinuit. *Judæi* Annum Civilem incipiunt à Novilunio cujus Plenilunium proxime insequitur Æquinoctium Autumnale. *Græci* Annum suum auspicabantur à Novilunio proximo Solstitio Æstivo: & *Romani* olim suum à Novilunio insequente Solstitium Hybernum. Atque hæc videtur causa, cur *Julius Cæsar* principium sui Anni (licet Solaris) non posuerit in ipso Brumali Solstitio, sed exspectârit Novilunium insequens, ubi secundum modum tum receptum initium sui Anni sive Calendas Januarias poneret. Sed & forsan nondum penitus abolita erat vetus opinio, Solstitia confici in octavis partibus Signorum Cancri & Capricorni, non in ipsis horum Signorum initiis: (quâ nihil aliud apud peritiores intellectum est, quam quod Sol revera in octavis partibus Signorum versaretur, cum vulgo in eorum initio haberetur; quod idem sonat atque Æquinoctia & Solstitia per 6 aut 7 dies anticipâsse.) Et si Sol fuisset in primo Capricorni puncto IX. Cal. Jan. fuisset satis exacte in ejus octavo gradu ipsis Calendis Januariis. Quin & hoc artificio illud consecutus est, ut Calendis Mensis Quintilis, quem suo nomine *Julium* dixit, celebrarentur Ludi Olympici; forsan ex antiquissimo ritu propter Solstitium Æstivum instituti.

Quamvis Calendæ Januarii fere per totam *Europam* pro Anni, sive *Juliani* sive *Gregoriani*, capite nunc habeantur; alii tamen alia vel olim vel etiam nunc illi capita assignant. De Mobili Festo Paschatis hactenus dictum. Æquinoctium vernum pro capite Anni habent *Veneti*, *Florentini*,

Florentini, *Pisani* in *Italia*, & *Treviri* in *Germania*. VIII Cal. *Apriles* sive Festum Annunciationis, hoc est, Incarnationis Christi, pro capite Anni statuerunt Veteres Ecclesiastici: statuit & adhuc Ecclesia *Anglicana*. Sed & Annum Civilem hinc etiam incipit *Anglia*, licet vulgus illum à Cal. *Januarii* cum vicinis gentibus inchoet.

Collectiones Annorum celebriores, sive tempora per repetitos Annos mensurata, sunt *Olympias*, Annorum 4; *Lustrum*, Annorum nunc 4 nunc 5; *Jubilaum*, Annorum 49 aut 50; *Seculum*, Annorum 100; *Annus Magnus*, qui, si significet revolutionem integram apparentem Fixarum donec ad idem unde digressæ sunt punctum revertantur, est 25000 vel 26000 Annorum circiter.

PROPOSITIO XII.

Epochas præcipuas & notabiliores recensere, & earum ad se mutuo relationem declarare.

SIcut Astronomi in corporum Cœlestium motibus supputandis certa assumunt Cœli puncta, à quibus initium sumant; ita & certa temporis momenta, à quibus, ceu radicibus, supputatio incipiat indeque procedat. Radices hæ, quas etiam *Epochas* & *Æras* dicunt, ordinario denominantur à celebri quodam & memorabili casu aut facinore, quod circa cujusvis initium accidit.

Illustrissima omnium & nobis maxime familiaris est *Epocha Nativitatis Christi*, sive Calendæ ejus *Januarii*, quem supponimus proxime insequutum Nativitatem Domini: Atque 45 ante annis est *Epocha Julii Cæsaris*, sive *Anni Juliani caput*; quando nempe rejecto veteri Anno *Romano* ab usque, uti credunt, *Numa* continuato, Annum *Julianum* per Imperium *Romanum* observandum proposuit *Cæsar*. Verum quidem est Annum hunc non fuisse ab initio usque observatum, sed post varias & confusas intercalationes præter ordinem; Anno demum quinquage-

ſimo poſt ejus caput, hoc eſt, quinto Æræ vulgaris Nativitatis Chriſti, ab *Auguſto* fuiſſe reſtitutum, eodem ordine ac ſi abſque interruptione fuiſſet ab initio continuatum, mutato *Sextili* in *Auguſtum*.

Quamvis Epocha Nativitatis Chriſti ſuperius deſcripta ſit ex uſu vulgari ſtabilita jam & fere univerſaliter recepta, *Anglia* tamen & *Hibernia* in negotiis Eccleſiæ & Reipublicæ Epochâ utuntur integro Anno poſteriore: & Chriſtum natum ponunt, non VIII Calendas *Januarias* finiente Anno quadrageſimo quinto *Juliano*, ſed Anno ſequente; nempe finiente Anno *Juliano* quadrageſimo ſexto: & Chriſtum conceptum ponunt VIII Calendas *Apriles* Anni quadrageſimi ſexti *Juliani*: & Annum numerant non denominatum à Nativitate ſed ab *Incarnatione* Chriſti, hoc eſt, Conceptione; ac proinde numero eundem, per maximam Anni partem, cum reliquo Orbe qui Annos à Nativitate numerat. Verum in tribus fere menſibus, inter Calendas *Januarias* & VIII Calendas *Apriles*, diverſum (ut ex ſua Æra oportet) numerant Annum à reliquis. Ut differentia hæc inter Æras à Chriſto denominatas melius intelligatur, advertendum eſt *Dionyſium Abbatem*, cognomento *Exiguum*, Annis poſt Chriſtum pluſquam quingentis Æræ hujus Auctorem fuiſſe, à quo primum tempore Anni à Chriſto Nato vel Incarnato numerari cœperunt, cum prius numerarentur per Conſules, & ab Urbe Condita, in Imperio *Romano*; & extra illud per Annos quibus Rex quiſque regnaverat. Atque Æra hæc, quæ ab Auctore *Dionyſiana* aliquando dicitur, pro exacta & hiſtorica habenda non eſt. Nam nondum extra dubium eſt poſitum, num natus ſit anno uno vel altero, vel etiam tertio, quarto aut quinto ante Æram vulgarem; ut ex *Kepleri* Libro *de Anno Natali Chriſti* conſtat. Sed Æra hæc hypothetica eſt à vera non nimis remota, quod ad Æram ſufficit. Atque ſecundum *Dionyſium* Æræ auctorem, Chriſtus conceptus eſt VIII Calendas *Apriles* primi Anni currentis hujus

Æræ

Æræ, & natus Brumâ ſequente, exeunte Anno 46to *Julii Cæſaris.* Computus hic Anni fuit primo univerſaliter receptus, at in *Anglia* ſola nunc relictus, una cum Anni tam Civilis quam Eccleſiaſtici capite (nempe Feſto Annunciationis) tunc temporis obtinente: Nam in reliquo Orbe Chriſtiano ab iſta Epocha tacite ſeceſſum eſt; opinio quippe vulgaris nunc eſt Chriſtum Natum Brumâ antecedente Annunciationem *Dionyſianam*, nempe exeunte Anno *Juliano* 45to, ideoque Annos à Nativitate numerant: atque ſic Chriſtum Anno uno majorem natu faciunt quam *Dionyſius* Æræ auctor, & cum illo *Angli.*

Cum Æræ Chriſtianæ communiori Tabulæ Aſtronomicæ nunc pleræque adaptentur, ad hanc reliquæ celebriores exigendæ ſunt. Ac primo celebratur *Epocha Orbis conditi*, de qua tamen inſignes ſunt controverſiæ. Alii contendunt Mundum conditum ante Æram Chriſti vulgarem Annis 3950, quos ad veritatem propius accedere ait *Gaſſendus*, quodque Aſtronomis *Gallis* etiamnum probatur. Alii Annis 3983, cum quibus facit *Petavius. Keplerus* Annis 3993, mediâ æſtate, ex Aſtrologia. *Hevelius* Anno currente 3963^tio^ ante Chriſtum, 24 *Octobris Anni Juliani* retro producti, Horâ VI veſpertina in Meridiano Edenſi, cum ex ſuis Tabulis Solaribus invenerit tum temporis Solem in principio ♎, ejuſque Apogæum in principio ♈. Alii illum multo antiquiorem ponunt, etiam uſque ad 5199 Annos ante Chriſtum.

Olympiadum Epocha eſt inter profanas Antiquiſſima & Nobiliſſima, quæ refertur ad æſtatem Anni ante Chriſtum 777 ipſis Calendis *Julii*, in Anno *Juliano* retro producto.

Non multo poſterior eſt *Epocha Urbis conditæ*, quæ ad Annum ante Chriſtum 752 communiter refertur.

Æra Nabonaſſari, Aſtronomis ſemper celebris, incepit ad diem 26 *Februarii* Anni *Juliani* retro producti, Annoque ante Chriſtum 747. Cumque hic dies fuerit primus Anni *Ægyptiaci*, *Ptolemæus* & poſt illum reliqui Aſtronomi, ipſeque

ipſeque *Copernicus*, motus ſyderum per Annos *Ægyptiacos* inde computant. *Ægyptiorum* enim Annus dierum 365, licet in uſu communi incommodus, quia ejus cardines per omnes tempeſtates vagantur, in Calculo Aſtronomico imprimis commodus eſt, quia nullâ intercalatione perturbatus.

Sequitur *Epocha Obitûs Alexandri Magni*, die 12ma *Novembris* tunc ſuppoſiti, Anno ante Chriſtum 324. Cumque hic fuerit etiam vagi *Ægyptiaci* Anni primus (ſic enim Ærarum conditores voluerunt, licet eventus ante vel poſt initium Anni inciderit) Annos *Ægyptiacos* dehinc computarunt *Theon*, *Albategnius* & alii qui illâ uſi ſunt. Inter Æras *Nabonaſſari* & *Obitûs Alexandri Magni* interſunt Anni *Ægyptiaci* præciſe 424.

Tranſeo nunc *Æram Abyſſinorum*, quæ & *Diocletiani* & *Martyrum* eſt: Item *Æram Arabum*, quæ & *Hegira* ſive *Fuga Muhammedis*: *Epocham* etiam *Perſarum* ſive *Jeſdegird* dictam aliaſque, quas (inter nos paucioris usûs) apud Auctores videre licet; & etiam Epocham Periodi *Julianæ* Annorum 7980, à *Scaligero* excogitatæ, Annis *Julianis* 4714 ante Æram Chriſti, adeoque ante Mûndum conditum.

SECTIO III.

DE SPHÆRIS, ALIISQUE MACHINIS AD MOTUM PRIMUM ADUMBRANDUM EXCOGITATIS, ET EARUM USU.

PROPOSITIO XIII.

Machinas vulgatiores, per quas Motum Primum ſive diurnum imitantur Artifices & ad oculum demonſtrant, nempe Globum Cæleſtem & Sphæram deſcribere.

UT prædicti in Cœlis circuli melius concipiantur, Cœli ſtellati imaginem nobis ſiſtunt Artifices in Globo Cœleſti, quæ

quæ est Sphæra ex Metallo, Charta vel simili aliqua materia constans, super duobus Polis facile mobilis. In superficie convexa notantur loca præcipuarum Stellarum Fixarum ita inter se & Polos Sphæræ disposita, sicut Stellæ, quas referunt, disponuntur ad se invicem & ad Polos, circa quos Cœlum motu diurno revolvi videtur. Depinguntur item imagines & deformationes Asterismorum, quos Stellæ istæ Veteribus, vel similitudine vel religione ductis, referre visæ sunt.

Delineantur præterea in superficie Globi Æquinoctialis circulus inter Polos medius, atque huic paralleli duo Tropici hinc inde ab Æquinoctiali gradibus $23\frac{1}{2}$ remoti, totidemque Polares tantundem ab utroque Polo distantes. Delineatur etiam Ecliptica ad utrumque Tropicum pertingens, & Æquinoctialem in Globi superficie intersecans in punctis ita versus Stellarum loca relatis, sicut puncta Æquinoctialis Cœlestis (ubi Sol apparet Æquinoctiorum tempore) referuntur ad ipsas Stellas, sæculo quo Globi conficiuntur. Tam Æquinoctialis quam Ecliptica in gradus dividitur, initio facto à puncto Æquinoctii verni punctum referente; & Æquinoctialis quidem continuato numero usque ad 360, Ecliptica vero in 12 Signa propriis characteribus distincta, quorum quodvis rursus in 30 gradus dispescitur: & per cujusvis Signi initium ducti Eclipticæ secundarii in ejus polis coeuntes Globum universum in Signa etiam dividunt. Æquatoris vero duo tantum secundarii, Coluri nempe, in Globo Cœlesti depinguntur, quorum alter, nempe Solstitiorum Colurus, Eclipticæ etiam secundarius est. Globus hujusmodi, Firmamentum stellatum referens, volubilis est circa prædictos polos, ita in Meridianum, circulum æneum immobilem extra Globum positum, insertos, ut alteri Meridiani hujus faciei, quæ gradibus distinguitur, congruant; quæ facies proinde pro Meridiano vero habenda est, circuli crassitie ad firmitatem tantum conducente. Porro, Globus Meridiano (ut dictum est) cinctus in compagem (li-

gneam communiter) Horizontem referentem ita demittitur, ut ejus dimidium exſtet ſupra compagis ſuperficiem ſuperam, quæ proinde pro Horizonte habenda eſt. Et ut Globus ad Horizontem ſatis prope undique accedat, in Horizonte ſunt crenæ, ut Meridianus extra Globum prominens in illas inſeratur hinc inde. In Horizonte hoc artificiali ſatis lato, præter circulum intimum in gradus ſuos à convenientibus initiis numeratos diviſum, eſt Calendarium *Julianum* pariter & *Gregorianum*, cum gradibus Signorum Eclipticæ juxta poſitis, quos Sol iſto ſeculo præter propter diebus iſtis occupat: eſt etiam & alius Ventorum ſive plagarum circulus. Horizon hic ſuffultus eſt quatuor aut pluribus columellis pedamento infixis, cui etiam Pyxis Nautica imponitur, ut Globus prӕterpropter ad Mundi plagas dirigatur. Eſt præterea & Quadrans Altitudinis, qui ad Meridiani punctum ſupremum ope cochleæ affigi poteſt. Hujus margo in gradus diviſa pro vero Quadrante habenda eſt: & numerantur gradus 90 ab ejus extremo Horizontem attingente ſurſum uerſus Zenith. In Globis, ſicut hodie communiter fabricantur, adeſt etiam & Circulus *Horarius* dictus, Meridiano affixus, cui Polus eſt centrum, Dividitur circellus hic in bis 12 horas, ut ad noſtrum horas numerandi morem accommodetur, à Meridiano incipientes. Et cum Polus Indicem geſtet, horas pro Globi revolutione oſtendet index, ſi duodecimam diurnam attingeret, dum Solis locus Meridiano ſubjiceretur.

Sphæra vulgo ſic dicta in hoc differt à Globo, quod ejus ſuperficies non ſit unita & perfecta ut in Globo, ſed circuli principaliores ex Armillis conflati (unde & Sphæræ hujuſmodi *Armillaris* nomen) ſphæricam ſuperficiem adumbrent. In hujuſmodi Sphæra, præter Horizontèm & Meridianum (intra quos immotos, Globi inſtar, rotatur) ſunt quatuor circuli maximi; nempe Æquator & Ecliptica ſive potius Zodiacus (nam faſciæ inſtar 20^gr latus eſt hic circulus) duoque Coluri; & quatuor minores

nores, ſc. duo Tropici & totidem Polares: unde fit quod decem vulgo numerentur Sphæræ Circuli. Ita excavata eſt Sphæra hæc, ut tranſparentiâ quaſi ſuâ Mundi effigies ſit, oſtendatque in ſui medio Terræ globulum immotum ab axe ſuſpenſum, quod in Globo, cujus ſuperficies integra eſt & unita, non tam bene procedit. Ex dictis patet in Sphæra Armillari ſupra deſcripta Fixarum loca non poſſe notari, ſi paucas excipias, quæ in Zodiaco videntur, quæ tamen plerumque etiam negliguntur; & ideo quæ Fixas attinent problemata, non poſſe per iſtiuſmodi Sphæram ſolvi. Cum vero in ſuperficie Globi Circuli Sphæræ dicti delineati ſint, omnia, quæ per Sphæram Armillarem fiunt, per Globum etiam facilline confici poſſunt. Adeoque Sphæræ, licet ſub initio renaſcentis Aſtronomiæ magni fuerint nominis, raro nunc, præterquam ad Juniorum imaginationem adjuvandam adhibentur.

Sphæris hiſce armillaribus quandoque adduntur Planetæ ſimulati in diverſis circulis mobiles, ordine quo ab Aſtronomis Sectæ *Ptolemaicæ*, *Tychonicæ* aut *Copernicanæ* numerantur; unde & Machinis iſtis nomen. Adeoque in Sphæra *Ptolemaica* & *Tychonica* Planetæ intra Armillas, quibus Fixarum Cœlum repræſentatur, in plano Zodiaci in diverſis circulis feruntur circa Terrellam in medio immobilem. At cum ad Motum Primum ſive diurnum repræſentandum requiratur ut ſuperficies Sphærica (ab Armillis adumbrata) ſit Terræ concentrica, & hæc ſit in *Sphæra Copernicana* mobilis; ideo in illa Planetas ſimulatos extra Armillas Terræ circa mentitum Solem mobili circundatas ponunt Artifices. Quandoque Sphæræ iſtiuſmodi & Globi Elatere aut Pondere ita animantur, ut Fixarum ortum & occaſum, omnemque motum diurnum mentiantur: quandoque etiam Planetæ circuitus ſuos debito tempore perficiunt: Verum hæc non ſunt hujus loci.

PROPOSITIO XIV.

Globum Terrestrem, qualem vulgo construunt Artifices, describere.

GLobus hic Terrestris à supra descripto Cœlesti non differt, præterquam quod loco Stellarum & ex hisce conflatorum Asterismorum delineantur Terrarum & Marium deformationes. Horum Tractus, Sinus, Promontoria, reliquaque Terrestria, in superficie sphærica convexa ita depinguntur, ut illorum imagines cum inter se & Polos, circa quos Globus in Meridiano convertitur; situm obtineant, quem habent loca Terrestria, quæ referunt, Polique circa quos Tellus revera motu diurno revolvitur. Telluris autem hujus simulatæ loca tum demum situm istum obtinebunt, si quisque secundum longitudinem latitudinemque observatam in hanc quasi Terrellam transferatur. Depinguntur etiam in Globo Terrestri Æquator, ejusque secundarii sive Meridiani per denos gradus transeuntes: inter quos unus præcipue eminet, qui per *Insulas Azores* aut *Fortunatas* traductus primus Meridianus appellatur; à quo nimirum cujusque loci Longitudo computatur, ut dictum est; & ab hoc proinde Meridiano numeratio graduum Æquatoris versus ortum continuatur. Depinguntur item Æquatori paralleli, Tropici nimirum & Polares, aliique denis semper gradibus inter se distantes, & etiam (in spatiis præsertim ampla vastaque maria referentibus) Rhumbi Navium cursus per Pyxidem Nauticam ordinatos referentes. Porro, ut Globus Terrestris præter usus proprios etiam Sphæræ Cœlestis (deficiente hâc) vices subire possit, Eclipticam illi aptârunt artifices. Cum vero circulus hic sit pure Cœlestis, & in Tellure locum nullum habeat, ideo ejus intersectionem cum Æquatore Terrestri (quam ubivis ponere potuissent) posuerunt ubi primus Meridianus Æquatorem intersecat.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Varia Problemata circa Situm locorum Terræ ad se invicem, & Motum Astrorum diurnum, per Globos resolvere; hoc est, usum præcipuum utriusque Globi ostendere.

Quamvis sequentium Problematum solutio per Globos non sit accurata, ad Juniorum tamen animos formandos plurimum conducit: Ea autem omnia unicâ Propositione absolvemus. In illorum praxi per Globos exercenda concipiendus est Globus Cœlestis tanquam ipsa Mundi Machina; Sol vero & Stellæ, omniaque quæ in concavo Firmamento aspicimus, concipienda sunt tanquam super convexam superficiem spectata ab oculo extra superficiem illam posito: in Terrestri non opus est hâc fictione. Et quoniam Globi sunt instrumenta quibus in hac Propositione utimur, ii pro perfectis habendi sunt, neque quomodo fabricandi sint nunc inquirendum, sed hactenus fabricati adhibendi ad Problemata sequentia & similia.

1. *Dati in Globo Terrestri Loci Longitudinem & Latitudinem invenire.*

Datum Locum admove Meridiano (intellige semper faciei ejus numeris distinctæ, quæ (ut supra dictum) verus est Meridianus) & gradus Æquatoris, qui tum sub Meridiano reperietur, numero suo ostendet Longitudinem quæsitam. Nam initium numerandi gradus hosce sumitur à Meridiano primo; ut superius dictum. Porro, ab Æquatore computa in Meridiano ad Locum usque datum gradus Latitudinis: Nam Meridianus dividitur in quater 90 gradus, quorum bis 90 incipiunt numerari ab Æquatore versus utrumque Polum; at reliquorum bis 90 graduum numeratio incipit ab utroque polo, desinitque in Æquinoctiali, sub Horizonte. Latitudo autem Septentrionalis erit aut Meridionalis, prout Locus datus

ab Æquatore recedit ad hunc vel illum Polum.

2. *Datis Longitudine & Latitudine, Locum in Globo Terrestri, cui illa congruunt, assignare.*

Quære in Æquatore gradum Longitudinis datæ; patet Locum quæsitum esse in Meridiano per punctum hoc in Æquatore sumptum traducto. Punctum igitur hoc admove Meridiano diviso, & ab Æquatore numera gradus Latitudinis datæ versus Polum Arcticum, si borea sit, vel Antarcticum, si australis, & punctum in numerationis fine erit ipse Locus quæsitus.

3. *Globum utrumque ad datam Latitudinem, nec non Quadrantem Altitudinis Globo aptare; & Globos uti decet ad Mundi Cardines disponere.*

Si Latitudo loci data sit borea, elevetur Polus Arcticus supra Horizontem, si australis Antarcticus, donec arcus Meridiani inter Polum & Horizontem interceptus totidem sit graduum, quot ipsa loci Latitudo: per Prop. enim VII. Elevatio Poli est arcus similis Latitudini loci; hoc est, totidem gradus continens. Unde ad oculum patet quænam Stellæ sint perpetuæ apparitionis; nempe quæ, voluto Globo sic aptato, Horizontem non subeunt: quænam è contra perpetuæ occultationis. Deinde ab Æquatore computa in Meridiano sursum gradus Latitudinis datæ, & punctum, in quod desinit numeratio, erit vertex dati loci: (Nam Altitudo Poli æqualis est distantiæ Æquatoris à vertice, cum idem arcus, nempe distantia Poli & Verticis sit utriusque complementum ad quadrantem:) Vertici sic invento affigatur Quadrans altitudinis ope cochleæ, ita ut ejus margo in gradus divisus (quæ Quadrantis vicem gerit) inde quasi procedat. Denique ope Pyxidis Nauticæ pedamento Globi affixæ, recta, quæ est communis sectio planorum Horizontis & Meridiani, in linea Meridiana collocetur, ita ut Polus Globi elevatus Mundi Polum ibi conspicuum respiciat. Supponimus enim acum Magneticam secundum lineam Meridianam

dianam dirigi ; saltem ejus declinationem (quo minus istud contingat) notam esse. Unde & Meridianus Globi cum Meridiano loci congruet, & reliqui cardines cum reliquis cardinibus. Planum autem, cui insistit Globus, Horizontale est eligendum, ut Globi Horizon Loci Horizonti parallelus fiat, uti decet.

4. *Gradum quem Sol in Ecliptica ad datum tempus tenet, ope Calendarii & adjuncti Circuli Signorum super Horizontis superficie delineatorum indagare, indeque Locum ejus in ipsa Ecliptica assignare.*

Quære in dicto Calendario Mensem & Diem propositum, & è regione invenies Signum ejusque gradum quem Sol tum occupat. Deinde in Ecliptica, superficiei Globi inscripta, quære dictum Signum ejusque gradum, qui erit Locus Solis quæsitus. Si exactius procedere libeat, Locus Solis ex Ephemeridibus inventus in Ecliptica in superficie Globi descripta, ut prius, determinandus est. Eodemque modo Planetarum loca ex iisdem quæsita in Globi superficie designare licebit; quærendo nimirum primo longitudinem Planetæ in Ecliptica, & ejus latitudinem ab hac vel illa Eclipticæ parte ope circini ex Ecliptica protrahendo. Pro gradu, quem Sol præterpropter dato tempore in Ecliptica tenet, necesse tantum est scire, quo Die cujusque Mensis Sol Eclipticæ Signum ingreditur, & gradum unum pro quovis deinde Die computare. Ad illud consequendum recitantur versiculi, quos apud Doctrinæ Sphæricæ scriptores videre est.

5. *Ascensionem rectam & Declinationem Solis, vel Stellæ, vel puncti cujusvis dati invenire, adeoque Tempus Culminationis datæ Stellæ vel puncti invenire.*

Ascensio recta Solis, aut cujusvis puncti in Globo Cœlesti, similiter investigatur atque longitudo & latitudo loci in Globo Terrestri; (per Probl. 1:) idem enim in Cœlesti sunt Ascensio recta & Declinatio, quod in Terrestri longitudo & latitudo. Porro, loco Solis ad Meridianum admoto,

admoto, adjunge indicem horarium horæ duodecimæ, (nam duodecimam numeramus cum Sol est in Meridiano;) & circumvoluto Globo, donec Stella aut punctum datum culminet, ostendet index simul delatus horam, quâ illud continget. Quoniam vero circellus hic horarius parvus nimis est, horæ partes in illo vix distingui possunt: sic ergo accuratius procedere licet. Quia integer Æquator (cum ejus portione quadam, competente nimirum motui Solis proprio interea facto) Meridianum spatio diei naturalis pertransit, idque æquabiliter; patet Æquatoris partem 24^{tam}, sive gradus 15, in una hora Meridianum pertransire, & illius gradum unum in quatuor scrupulis primis horariis; atque sic porro. Si ergo ab Ascensione recta Stellæ auferatur Ascensio recta Solis, relinquetur portio Æquatoris, quæ Meridianum pertransit, labente tempore intermedio inter Culminationem Solis & insequentem Stellæ Culminationem: quod si tempus assumatur necessarium ut pertranseat dictus Æquatoris arcus, (concedendo pro quindecim gradibus horam unam, & pro quovis gradu minuta horaria 4, ut dictum est; quæ Operatio communiter dicitur *Conversio arcûs Æquatoris in Tempus*;) invenietur tempus Culminationis Stellæ à meridie. Quod si Stellæ Ascensio recta minor sit Ascensione rectâ Solis, ita ut hæc ab illa subduci nequeat, illi addendus est integer circulus, sive gradus 360.

6. *Dato Loco Solis vel Stellæ cujusvis, Ascensionem ejus & Descensionem Obliquam, nec non Amplitudinem Ortivam & Occiduam invenire.*

Datum Locum Solis vel Stellæ adjunge Horizonti ortivo, (Globo prius ad loci latitudinem per Probl. 3^{tium} composito,) & nota gradum Æquatoris qui una ascendit: Arcus enim Æquatoris inter initium Arietis & punctum notatum interceptus (qui per numerum exprimitur puncto adpositum) est ipsa Solis vel Stellæ Ascensio Obliqua: Tum à cardine Orientis (hoc est, ab intersectione Æquatoris & Horizon-

Horizontis) ad Locum usque Solis vel Stellæ, arcus in Horizonte interceptus est Amplitudo Syderis Ortiva. Sin eundem Locum Solis vel Stellæ adjungas Horizonti occiduo, erit gradus Æquatoris simûl descendens Descensio Obliqua, & Horizontis arcus interceptus inter Occidentis cardinem & Sydus occidens est ejus Amplitudo Occidua.

7. *Datâ Ascensione Solis vel Stellæ rectâ pariter atque obliquâ, dimidiatam ejus moram supra & infra Horizontem; & si Sol sit, cujus Ascensiones dantur, Longitudinem Diei & Noctis, Horamque Ortûs & Occasûs Solis; si vero sit Stella, ex dato tempore Culminationis Horam Ortûs & Occasûs ejusdem invenire: Et è contra, datis Loco Solis & Longitudine Diei, Loca in Tellure, quibus illa competit, determinare.*

Si indicem horarium aptaveris horæ duodecimæ Meridianæ circuli horarii, cum locus Solis sub Meridiano est, voluto retrorsum Globo, donec idem locus Solis sit in Horizonte ortivo, ostendet index Horam Ortûs Solis; si vero Locus hic Solis ad occiduum Horizontem volvatur, indicabitur tum Hora occasûs; ostendetque index Horam, quâ Stella data culminat, occidit vel oritur, quando Stella in Globo notata pervenit ad Meridianum vel Horizontem ortivum vel occiduum. In hisce enim omnibus ipsam rerum naturam imitamur. Ex Hora vera Ortûs & Occasûs, mora Syderis supra vel infra Horizontem per se constat.

Ex datis Ascensionibus absque Globo idem accuratius per computum sic elicitur. Differentia Ascensionalis in tempus conversa, & addita sex horis si Sydus ab Æquatore declinet ad Polum Mundi elevatum, vel subducta à sex horis si declinet ad Polum depressum, dabit dimidiatam Syderis moram supra Horizontem: Hæc vero addita momento Culminationis dabit Horam Occasûs, ab eodem vero subducta exhibet Horam Ortûs Syderis. Unde dabitur mora ejus integra supra Horizontem, (quæ

cum de Sole agitur, est Longitudo Diei,) & reliquum ad 24 horas est ejus mora infra Horizontem.

Si vero quæratur Locus in quo Dies est datæ Longitudinis, cum Sol datum in Ecliptica punctum occupat; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ, & volvatur Globus donec index ostendat Horam Ortûs vel Occasûs Solis datæ Diei longitudini congruam; tum, elevando vel deprimendo alterutrum Polum, in eum situm adducatur Globus, ut Solis locus Horizontem occupet dum index dictam Horam ostendit; in quo casu Globus est in eo situ, in quo Sol in dato Eclipticæ puncto existens Diem efficit Longitudinis datæ. Omnia ergo Terræ Loca, quorum Latitudo æquatur Altitudini Poli Globi sic compositi, quæsito satisfacient. Et si datus Solis Locus sit in Tropico versus Polum conspicuum; (hoc est, si Locus desideretur cujus dies longissima est datæ longitudinis,) Problema hoc Climatibus & Parallelis distinguendis inserviet.

8. *Datis Latitudine Loci & Loco Solis, si præterea ex his tribus nimirum Horâ diei, Altitudine Syderis & ejusdem Azimutho, unicum detur, reliqua duo invenire.*

Compone globum ad Latitudinem Loci datam, per Probl. 3; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ; tum si Hora detur, volve Globum donec index ostendat Horam istam, vel accuratius, donec tot quindeni Æquatoris gradus Meridianum prorsum vel retrorsum transeant, quot Horæ à meridie elapsæ sunt, aut ad meridiem adhuc deficiunt; & si Horæ datæ adhæreant scrupula, pro singulis quaternis scrupulis horariis pertranseat Æquatoris gradus unus. Firmato in hoc situ Globo, Solis vel Stellæ Altitudo & Azimuth mensurentur per Quadrantem Altitudinis ad Zenith prius affixum: Altitudo nempe in Quadrante ab Horizonte sursum numeranda est; Azimuth vero computandus est in Horizonte à

te à cardine Meridiei vel Septentrionis ad ipsam intersectionem Quadrantis cum Horizonte. Si vero Solis vel Stellæ Altitudo detur, volve Globum donec Stella datam attingat Altitudinem, (quod Quadrante Altitudinis experiri statim licet) ostendetque pes Quadrantis ejusdem Azimuthum, & index horarius Horam. Dato vero Azimutho, adjunge pedem Quadrantis ipsi Azimutho dato, & volve Globum donec Sydus datum Quadrantis marginem attingat, statimque innotescet Altitudo Syderis in Quadrante computata, & Hora ex indice : nisi satius sit hanc determinare ex numero graduum Æquatoris, qui Meridianum pertransierunt, ex quo Locus Solis illi fuerat adjunctus. Per Horas hic intelligimus Æquinoctiales à meridie vel media nocte numeratas, quas tamen ad *Italicas* vel *Babylonicas* pronum est reducere, quærendo (per Probl. præc.) horam Ortûs vel Occasûs Solis, unde illæ (itidem Æquinoctiales) numerantur : Facile etiam est horam Æquinoctialem numero datam, à quovis principio numeratam, ad inæqualem sive *Planetariam* reducere, adhibitâ longitudine diei. Quod si Planetarum loca (ex Ephemeridibus ad idem istud tempus inventa) in superficie Globi signentur, ex Globo facillime Constellationes Fixarum & ipsi Planetæ discernentur, si nocte serenâ Globus sic ad noctis horam compositus cum ipsa Cœli facie comparetur, & labente nocte paulatim rotetur Globus, ut eundem cum Cœlis situm conservet.

9. *Invenire Tempus, quo data Fixa Cosmice vel Achronyce oritur vel occidit.*

Datam Stellam adjunge Horizonti ortivo, & nota punctum Eclipticæ cooriens ; & quando Sol illud occupat, (quod in Globi Horizonte facile deprehendes ex circulo Signorum cum adjuncto Calendario,) Stella oritur Cosmice : Si vero Tempus Occasûs Cosmici quæratur, nota in Globo punctum Eclipticæ oriens cum data Stella Horizontem occiduum attingit, & Tempus quo Sol no-

tatum punctum Eclipticæ tenet est Tempus quæsitum. Pro ortu vero Achronyco, notetur punctum Eclipticæ occidens cum Stella oritur, & Tempus quo Sol punctum istud occupat est illud quod quæritur. Si vero Eclipticæ punctum notetur quod simul cum Stella Horizontem occiduum attigerit, die quo Sol illud occupat dicta Stella occidit Achronyce. Atque hæc sufficiunt, si per Ortum & Occasum Cosmicum & Achronycum intelligatur Ortus & Occasus matutinus & vespertinus, ut vulgo fit. Si vero Ortus & Occasus Cosmicus (ut vult *Keplerus*) idem significent atque supra dati loci Horizontem ascensus, & descensus infra eundem , tum hic quotidie (siquidem omnino) cuivis Fixæ accidit ; cujus momentum ex Probl. 7 determinatur. Atque Ortus Stellæ Achronicus (qui secundum eundem significat ortum Stellæ dum Sol occidit) idem erit eodemque modo reperietur quo prius : Occasus vero Achronycus eodem recidit cum Occasu Cosmico in sensu vulgari.

10. *Tempus invenire, quo data Fixa Heliace oritur vel occidit.*

Cum Fixæ omnes Heliace oriantur mane & occidant vespere, ad inveniendum Tempus quo data Fixa (*ex. gr.* magnitudinis primæ) oritur Heliace, determinandum est Eclipticæ punctum, quod 12^{gr} infra Horizontem ortivum deprimitur cum illa oritur : Cum enim Sol dictum Eclipticæ punctum occupat, tantum deprimitur infra Horizontem, quantum requiritur ut Stella ista nunc supra Horizontem emersa conspici possit. Ut hoc per Globum inveniatur, admove Stellam Horizonti ortivo, & per Quadrantem Altitudinis explora punctum Eclipticæ 12 gradus supra Horizontem occiduum elevatum : Huic oppositum illud ipsum est quod quæritur, sc. 12 gradus depressum infra Horizontem ortivum : Die igitur quo Sol punctum istud Eclipticæ tenet, (quod ex Calendario circulo Signorum in Horizonte Globi adjuncto facile exploratur,)

ratur,) dicta Stella magnitudinis primæ oritur Heliace. Si stella sit magnitudinis secundæ, inveniendum est Eclipticæ punctum, quod tredecim gradibus deprimitur infra Horizontem, dum stella illi adjungitur: si tertiæ, 14 opus erit gradibus, & ita deinceps; uti ex Prop. IX. patet. Quod si tempus Occasûs Heliaci datæ Stellæ primi honoris desideretur, adjunctâ Stellâ Horizonti occiduo, reperiatur ut prius punctum Eclipticæ, quod eo momento 12 gradus elevatur supra Horizontem ortivum; & huic oppositum (quod nempe totidem gradibus deprimitur infra Horizontem occiduum) est ipse Solis locus in Ecliptica, dum dicta Stella occidit Heliace. Pari modo invenietur locus, quem Sol in Ecliptica tenebat, cum data Fixa dato præterito tempore Heliace oriebatur vel occidebat; ac proinde tempora à scriptoribus rei Rusticæ & Medicæ olim consignata cum nostris comparari poterunt: vice enim datæ Stellæ, prout hodie in Globis nostris depingitur, adhibendus est ejus locus, quem dato illo sæculo occupabat; nempe pro quolibet sæculo elapso Longitudinem Stellæ gradu uno & triente minorem quam hodie sumendo, & eandem Latitudinem conservando.

11. *Ad datum Tempus initium Crepusculi matutini & finem vespertini determinare.*

Composito Globo ad latitudinem Loci, (quæ in hoc & ubique in præcedentibus data supponitur,) Locum Solis dato tempori congruum adjunge Meridiano, indicemque horarium (uti decet) horæ duodecimæ; tum volvatur Globus ortum versus, donec punctum Eclipticæ Solis loco oppositum elevetur supra Horizontem occiduum 18 gradibus, quo casu locus ipse Solis totidem gradibus deprimitur infra Horizontem ortivum; adeoque (per Prop. VIII.) incipit Crepusculum matutinum: hujus proinde momentum ostendit index. Præstat vero arcum Æquatoris, qui Meridianum pertransiit, (interea dum

Globus volvitur in situm hunc ab eo quem obtinebat cum Locus Solis Meridianum attingeret,) in tempus convertere à duodecim horis subducendum, ut habeatur Tempus initii Crepusculi matutini. Similiter finis Crepusculi vespertini obtinetur, volvendo Globum donec punctum Solis loco oppositum elevetur 18 gradibus supra Horizontem ortivum, &c.

12. *Datorum in Terra duorum Locorum distantiam invenire, & Angulum Positionis; nempe quem circulus maximus per data Loca traductus comprehendit cum Meridiano utriusvis.*

Distantia proxima duorum Locorum, quæ in circulo maximo computatur, invenitur capiendo distantiam eorundem in Globo depictorum; (circino nempe cruribus incurvis ad istud comparato,) & intercapedinem hanc ad Æquinoctialem vel Meridianum primum applicando, ut numerus graduum inter bina Loca innotescat; & pro quovis gradu 60 milliaria *Anglica* vel 15 *Germanica* computando. Ea enim est Telluris magnitudo, ut gradus circuli maximi in ejus superficie descripti sit præterpropter 60 milliarium *Anglicorum* vel 15 *Germanicorum*. Ad inveniendum Positionis Angulum, volvatur Globus donec Locus primus attingat Verticem, (quod fiet cum ad Meridianum pervenerit, si Globus ad loci istius latitudinem fuerit compositus;) tum Quadrantem altitudinis Vertici & proinde Loco primo affixum circumduc donec secundum attingat; arcus Horizontis inter Meridianum & Quadrantem altitudinis interceptus erit mensura Anguli Positionis inter Meridianum Loci primi & circulum maximum (nempe dictum Quadrantem) per Loca traductum comprehensi, quoniam Zenith est Horizontis polus. Ejusdem Quadrantis arcus inter Loca data interceptus in milliaria conversus (absque ope circini superius adhibiti) exhibebit distantiam locorum. Quod si, eâdem praxi repetitâ, quæratur angulus, quem idem circulus per bina Loca

Loca traductus facit cum aliquot intermediis Meridianis; (per singulos *v. g.* gradus Æquatoris incedentibus;) determinabuntur *Rhumbi*, secundum quos, ad loca intermedia in dictis Meridianis posita, eundum est, ut prærerpropter in circuli maximi arcu (hoc est, brevissimâ viâ) iter fiat inter Loca data.

13. *Datâ Horâ in dato Loco numeratâ, Horam eodem momento in alio dato Loco numeratam determinare; & Locum invenire, in quo data Hora numeratur.*

Adjunge Locum Meridiano, & indicem Horæ datæ ibi numeratæ; deinde volve Globum donec alter Locus datus Meridiano subjiciatur; ostendet index Horam quæsitam. Pro secundo casu adjunge Locum datum Meridiano & indicem Horæ datæ ut prius; dein volvatur Globus donec index Horam alteram datam ostendat; Loca omnia Meridiano tum adjuncta datam illam Horam numerabunt.

Si vero per calculum procedere libeat, ita accuratius fiet. Si Loca duo data sub eodem sint Meridiano, sive eandem habeant longitudinem, eandem quoque à meridie vel media nocte numerant Horam; si vero eorum longitudines sint diversæ, Differentia longitudinum per Globum explorata in Tempus (ut in Probl. 5) conversa dat intervallum Horarum in Locis istis eodem momento numeratarum, ita ut Locus orientalior numeret Horam majori numero insignitam. In posteriori casu, ubi Temporis differentia datur, convertatur hæc in arcum Æquatoris: hic arcus erit Differentia longitudinis, quæ addita longitudini Loci dati, si hic priorem numerat Horam, vel ab illa subducta, si posteriorem, exhibebit longitudinem quæsitam; omniaque Loca Telluris in Meridiano, cujus ista est longitudo, satisfacient proposito. Quodque de Horis nostris à meridie vel media nocte numeratis hic dictum est, facillime ad *Italicas* vel *Babylonicas*

lonicas vel etiam *Planetarias* reducendo transfertur; ſicut Probl. 8. oſtenſum eſt.

14. *Locum Telluris aſſignare, cui Sol dato Tempore perpendiculariter imminet; item Loca omnia, quibus dicto tempore Sol in Horizonte apparet oriens vel occidens.*

Compoſito Globo Terreſtri ad latitudinem loci tui & ad Mundi Cardines, volvatur Globus donec ille Verticem occupet; & Globus ſic compoſitus Solis radiis exponatur, (amoto Horizonte qui Solis radios impediret,) atque uno oculi ictu apparebit quibus Terræ locis Dies ſit, quibus Nox; quibus Sol oriatur, quibus occidat. Nam quoniam Globus hic ipſaque Tellus ſunt Figuræ ſimiles, ſimiliterque poſitæ: ſimiliter etiam illuſtrantur à Sole, cujus diſtantia immenſa pro infinita habetur. Locus vero ille, qui polus eſt circuli per confinia lucis & umbræ ſignati, ipſe eſt cui Sol perpendiculariter imminet; & qui mechanice facile determinatur, quærendo locum ubi ſtyli ſuperficiei globi normaliter inſiſtentis umbra nulla eſt, ſive in ipſum ſtyli pedem incidit. Si vero eadem deſiderentur cum Sol non ſplendet, quæratur (per Probl. præc.) Meridianus locorum ubi tum eſt meridies; & in hoc Meridiano ſume Terræ Locum, cujus eadem eſt & verſus eundem Polum latitudo, atque Solis declinatio tum temporis; erit hic ipſe Locus cui Sol normaliter imminet, qui ſi in vertice ponatur, Horizon oſtendet confinia lucis & umbræ, ſive Loca omnia, quibus Sol in Horizonte videtur; ex quibus facile diſtinguuntur ii quibus Sol oritur, ab illis quibus occidit.

15. *Sciotericum Horizontale dato loco congruum ope Globi conſtruere.*

Componatur Globus (ut ſæpe ſupra) ad Loci latitudinem & Mundi cardines: Si præter Meridianum alii undecim Horarii circuli (hoc eſt, 24 Horarii Semicirculi) extra Globum immobiles circumſtarent, & Globus omnis

omnis diaphanus esset præter Axem circa quem revolvitur; patet Solem in Meridiano positum Axis umbram in alteram Meridiani semissem projicere, & Solem in circulo Horæ primæ post meridiem constitutum opaci Axis umbram in circulum Horæ primæ post mediam noctem similiter projicere, alteram nempe ejusdem Horarii circuli medietatem ultra Polos; & sic in cæteris Horariis accidere. Si præterea concipiatur planum Horizontale Axis umbram in se projectam reflectendo ostendere; cum Sol in Meridiano consistit, Axis umbra in Horizontale planum projecta erit in parte ea communis sectionis Meridiani & Horizontis, quæ ultra centrum est; hoc est, in recta jungente centrum cum puncto intersectionis Meridiani & Horizontis: cum Sol ad circulum Horæ primæ pervenit, umbra opaci Axis in Horizontale planum projecta erit pars ea communis sectionis circuli Horæ primæ cum Horizontali plano, quæ ultra centrum jacet, sive quæ conjungit centrum cum communi intersectione circuli Horæ primæ post mediam noctem; quæque adeo cum linea Horæ duodecimæ sive Meridiana angulum comprehendit, quem metitur arcus Horizontis interceptus inter Meridianum & circulum Horæ primæ post meridiem aut mediam noctem. Eodemque modo Sol, in circulo Horæ secundæ post meridiem positus, umbram Axis super Horizontale planum projicit in rectam jungentem centrum & intersectionem circuli Horæ secundæ post mediam noctem & Horizontis; quæque proinde cum linea Meridiana angulum comprehendit, cujus mensura est Horizontis arcus inter Meridianum & circulum Horæ secundæ comprehensus: atque similiter in reliquis lineis Horariis super Horizontale planum, earum quælibet cum linea Meridiana comprehendit angulum, cujus mensura est Horizontis arcus inter Meridianum & ejusdem Horæ circulum interceptus.

Ut ergo Horologium Sciotericum in Horizontis plano

delineetur, puncto quolibet ceu centro describatur circulus Horizontem in Globo repræsentans, (namque hujus centrum refert centrum Terræ sive, in casu præsenti, Mundi centrum;) per centrum ducatur Meridiana recta, nempe quæ producta ad cardines meridiei & septentrionis pertingeret; & ex centro erigatur recta opaca Axem mundi repræsentans, quæ ad Polum dirigitur; hoc est, quæ in plano Meridiani cum linea Meridiana comprehendit angulum æqualem angulo elevationis Poli supra Horizontem loci. Hisce constitutis, linea Horæ primæ post meridiem ducatur ex centro circuli ad latus orientale Meridianæ lineæ, cum illa angulum continens, quem metitur arcus Horizontis inter Meridianum & circulum Horæ primæ comprehensus. Quoniam vero circuli Horarii in Globis non reperiuntur, eligatur certus Æquatoris secundarius, (*v. g.* Colurorum alter,) atque ita collocetur Globus, ut assumptus hic circuli Horæ primæ locum teneat; hoc est, ut 15 gradus Æquatoris inter Meridianum fixum & assumptum hunc intercipiantur, & numerentur in Horizonte ejus gradus inter fixum Meridianum & assumptum intercepti. Volvatur dein Globus, donec assumptus ille Æquatoris secundarius locum teneat circuli Horæ 2^{dæ} pomeridianæ, hoc est, donec 30ta Æquatoris ipsum & Meridianum fixum interjaceant; numeratisque Horizontis gradibus inter Meridianum & circulum assumptum sic positum interceptis, ducantur ad latus ejus orientale lineæ ex centro Scioterici cum Meridiana linea angulos continentes iisdem numeris graduum mensuratos, eruntque hæ ex supra dictis lineæ Horæ 1^{mæ} & 2^{dæ}. Et procedendo subsequentium Horarum lineæ similiter ducantur, donec ad Horam perveniatur quâ Sol die longissimâ occidit: Ubi patet lineam Horæ sextæ ad Meridianam lineam esse normalem, cum in omni latitudine 90 gradus Horizontis intercipiantur inter Meridianum & circulum Horæ sextæ. Similiter determinabuntur anguli,

guli, quos lineæ dimidiarum Horarum aut aliarum quarumvis partium comprehendunt in Horizontali plano cum linea Meridiana. Abſolutâ vero linearum Horariarum delineatione ab una parte lineæ Meridianæ, *v. g.* pro Horis poſt meridiem, lineæ Horariæ antemeridianæ ita ducuntur, ut lineæ referentés Horaș à meridie æqualiter diſtantes æqualibus quidem angulis cum linea Meridiana inclinentur, ſed ad alteras partes jáceant. Pari modo) adhibendo etiam Probl. 13,) Horologium Sciotericum in quovis plano deſcribetur : quodvis enim planum eſt cujuſdam Loci Horizontale planum.

SECTIO IV.

De Determinando per observationes situ & respectu, quem Circuli Sphæræ ad se mutuo obtinent.

PROPOSITIO XVI.

Planum Meridiani Circuli, in data Habitatione, per obſervationes determinare.

DAtâ Habitatione, datur ejus Horizon : hic enim circulus viſu definitur. Cumque ſolus ſit in ſenſum incurrens, reliqui hujus reſpectu determinandi veniunt ; ac primo quidem Meridianus. Obſerventur duo plana circulorum Verticalium, quos Sydus declinationem non mutans occupat, cum æquialtum eſt ante & poſt maximam ſupra Horizontem elevationem ; planum verticale biſecans angulum ſub obſervatis duobus planis comprehenſum erit Meridiani planum, quod viſu' in Cœlos productum ſignabit Meridianum quæſitum. Quoniam (ex hypotheſi) Sydus declinationem non mutat, motu diurno deſcribet circulum Æquatori parallelum : hujus ergo circuli (ſicut ipſius Æquatoris) punctum altiſſimum eſt in

 Meri-

Meridiano circulo, & puncta æqualiter alta hinc inde à Meridiano æqualiter distant. Quare è converso, circulus à quo verticales, in quibus Sydus ejusdem erat altitudinis, æqualiter distant hinc inde, Meridianus est; hoc est, circulus, cujus planum bisecat angulum à prædictis verticalibus comprehensum, est ipse Meridianus. Q. E. I.

Praxin quod attinet, sic commode conficitur Problema: Super planum Horizonti parallelum, hoc est, cui Perpendiculum sive filum pondere onustum normale est, (cum Zenith & Nadir, in quæ perpendiculum productum incidit, sint Horizontis poli,) erigatur Gnomon, cujus radice (sive puncto apici directe subjecto) ceu centro describatur in plano Horizontali circulus, noteturque punctum in hujus circumferentia, in quod apicis umbra à Sole facta ante meridiem incidit; rursusque ejus punctum, in quod ejusdem umbra post meridiem incidit: Recta conjungens centrum circuli cum puncto bisecante arcum inter notata duo puncta interjectum est communis sectio plani Meridiani cum plano Horizontali, quæ & *Linea Meridiana* nuncupatur; quippe cardines meridiei & septentrionis directione suâ monstrans. Super hanc ergo erectum planum ad Horizontem rectum est Meridiani planum quæsitum. Cum Sydus in hac praxi adhibitum sit Sol, patet illam tunc exercendam cum Sol declinationem suam sensibiliter non mutat; (illud enim in Sydere ad hoc electo necessarium est;) hoc est, tempore Solstitiali. Quoniam vero observationes instituendæ sunt ante & post meridiem, Solstitium æstivum eligendum est, quoniam in brumali, ob Solem tum temporis Horizonti vicinum, Refractiones incertæ praxin redderent dubiam: & præterea Sol oblique nimis tunc ascendit descenditque, verticalem multo magis quam elevationem mutans; quod incommodum est in praxi hac, ubi verticalis ex elevatione determinandus est. Unde, Sole in æstivo Solstitio existente, ita ducendus est in plano Horizontali

rizontali

rizontali circulus, ut Gnomonis umbræ extremitas in illum incidat, cum Sol elevationem multum, Azimuthum parum mutat; adeoque plures concentrici circuli ducendi sunt, ut commodior eligatur.

Ad Lineam Meridianam determinandam, ad quam instrumenta perfectiora sunt collocanda, sæpius repetenda esset hæc praxis, & aliæ adhibendæ, quas apud Auctores passim videre licet, & quilibet per se facile excogitabit: quod & de aliis quibusvis observationibus intelligendum est, quæ fundamentales sunt, quibusque aliæ longâ serie superstruuntur. Gnomonum, præcipue altiorum, alii sunt commodissimi in observando usus: loco tamen extremitatis opacæ commode adhibetur, in ædificio magno, foramen radios Solis intra tectum transmittens; ut in Templo S[ti] *Petronii Bononiæ* à Cl. D. *Cassini* factum est.

PROPOSITIO XVII.

Altitudinem Poli & Situm Æquinoctialis circuli respectu Horizontis per observationes determinare. Tab. XIV. Fig. 5.

UBi Polus alter elevatur, observetur per instrumentum in plano Meridiani (per præced. determinato) collocatum Fixæ cujusvis nunquam occidentis Altitudo maxima O S, & minima O *r* supra Horizontem H O, quarum utraque in Meridiano contingit. Harum differentiæ S *r* dimidium P S vel P *r* est distantia Syderis à Polo: Hæc ergo P *r* vel P S minori Altitudini O *r* addita, vel à majore O S subducta, facit O P Altitudinem Poli quæsitam. Si Sydus in Altitudine maxima sit ad alteram verticis Z partem, inter Z & H; tum loco maximæ Altitudinis Syderis, in calculo prædicto, adhibendum est ejus complementum ad semicirculum.

In observatione hac instituenda, summâ curâ & diligentiâ procedendum est: hinc enim reliquæ omnes Solis & Fixarum observationes, ac Proinde Astronomica quævis

Tab. XIV. Fig. 5. vis superstruuntur. Quare Fixa talis seligenda est, quæ in minima Altitudine Refractioni minime sit obnoxia; hoc est, Polo vicinior quævis, quæ Horizonti non admodum appropinquat: nam Refractio Syderum loca prope Horizontem observata incerta reddit; ut inferius ostendetur.

Si Polorum neuter satis fuerit supra Horizontem elevatus, tum ex Altitudine Meridiana Syderis, cujus nota est declinatio, res perficitur; ut in Corollario Prop. sequentis ostendetur. Immo in locis plerisque, ubi paucas tantum observationes instituere decretum est, rem sic conficiunt. Verum, cum declinationis Syderum observatio à Poli Altitudinis notitia pendeat, æquum est modum tradere hanc observandi, qui ab illa non pendet; quique à cautis omnibus observatoribus, qui Stellarum loca determinare volunt, aliorumque observatis (quæ repetere licet) minime fidere, necessario usurpanda est.

Inventâ Altitudine Poli, Altitudo Æquatoris sive H E arcus Meridiani inter Horizontem H O & Æquatorem E Q interceptus determinatur; est enim prioris complementum ad circuli quadrantem: Nam quia H Z O est semicirculus, & P E quadrans, erunt P O & H E simul quadranti æquales. Determinatur igitur Æquatoris situs respectu Horizontis dati H O: Illum enim intersecat in punctis veri Ortûs & Occasûs, quæ per rectam signantur Meridianæ lineæ (Prop. præced. inventæ) normalem; ejusque planum inclinatur ad planum Horizontis angulo, cujus mensura est arcus H E modo inventus.

SCHOLIUM.

Ope harum duarum Propositionum Telluris magnitudo innotescet. Si secundum Lineam Meridianam (per Prop. XVI. ductam) iter factum exactissime mensuretur, & ex observata (per Prop. XVII.) Altitudine Poli ad initium & finem itineris, arcûs Meridiani Terrestris intercepti ratio ad integrum Meridianum determinetur; non latebit ambitus

ambitus integri Meridiani Terrestris : ac proinde, ex cognita circuli dimensione, Telluris Diameter, & exinde (per Geometriam) illius superficies & soliditas innotescunt. Porro, quoniam in hac praxi iter sub quolibet Meridiano confectum, sive longitudo viæ ubique quamproxime proportionalis deprehenditur observatæ mutationi elevationis Poli; constat communem sectionem superficiei Telluris & plani Meridiani cujusvis esse circulum, & proinde Telluris figuram esse sphæricam. Abstrahimus nunc à parva elevatione ad Æquatorem, (de qua Prop. XXXI. Lib. I,) quæ in prædicta praxi erit insensibilis.

PROPOSITIO XVIII.

Cujusvis Syderis Declinationem observare.

Propositi Syderis Altitudo Meridiana observetur. Si Sydus fuerit in Meridiani quadrante Z H, in quo Æquator E Q Meridianum intersecat, ut ad σ; erit differentia altitudinis Æquatoris H E & altitudinis Syderis H σ (nempe E σ) Declinatio Syderis quæsita. Si vero Sydus fuerit in Meridiani quadrante Z O, in quo Polus P, ut in S; tum differentia altitudinis Poli P & altitudinis Syderis O S, (nempe P S,) sive distantia Syderis à Polo, est complementum Declinationis quæsitæ. Q. E. I. *Tab. XIV. Fig. 6.*

Nihil hic de observationum praxi & instrumentorum constructione addimus, in quibus horum præcipua difficultas consistit. Artificem enim in *Geometria Practica, Mechanicis* & *Opticis* versatissimum supponimus. Patet vero cuivis Fixarum loca determinaturo commodissimum fore, si Quadrantem aut potius Semicirculum in Meridiani plano prorsus immotum, & in gradus horumque partes secundum artem divisum habeat, super cujus centrum index Pinnacidiis Telescopicis instructus movetur, ut Syderis cujusvis Altitudo Meridiana prompte mensuretur, cum ad Meridiani planum appellit: hæc enim Declina-

tionis Syderum observatio in Fixarum locis restituendis præcipua est.

COROLLARIUM.

Tab. XIV. Fig. 6. Sicut ex datis Elevatione Poli vel Æquatoris & Altitudine Syderis Meridiana ejus Syderis Declinatio invenitur, ita è converso, ex datis Syderis Altitudine Meridiana & Declinatione, Æquatoris vel Poli Elevatio habetur. In quadrante enim Z E H, summa vel differentia ipsarum H ♈, E ♈ dat Æquatoris elevationem H E. In quadrante vero Z P O, summa vel differentia ipsarum O S & P S exhibet altitudinem Poli.

PROPOSITIO XIX.

Inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, sive Eclipticæ Obliquitatem observare, ejusque ac proinde Colurorum, Tropicorum & Polarium situm respectu Æquatoris determinare.

QUotidie circa Solstitium utrumvis observetur (per præced.) Solis Declinatio: Hæc, ubi maxima, ipsa est Eclipticæ Obliquitas quæsita. Quoniam enim Ecliptica est ipsa via Solis, quanta est Solis declinatio maxima, tanta etiam est ipsius Eclipticæ; unde observatâ illâ, simul observatur & hæc. Q. E. F.

Verum cum, ex praxi præcedente, Syderis Declinatio observari nequeat, nisi cum Sydus istud est in Meridiano; si contingat Solstitium celebrari, Sole in Observatoris Meridiano non existente, (quod certe plerumque fiet,) paululum aberrabitur: hoc autem tantillum est, ut sit merito negligendum. Præcipimus enim quovis meridie Declinationem inquirere; adeoque aberratio maxima est cum Solstitium mediâ nocte celebratur; nempe temporis puncto à meridie remotissimo. Error igitur cum maximus est, tantus erit, quanto Solis Declinatio 12 horis ante aut post Solstitium deficit ab ejus Declinatio-

ne

ne maxima: hic autem defectus ad quatuor minuta secunda non ascendit; cum tamen ipsa Obliquitas intra minutum primum aut etiam duo ab Artificibus nondum sit definita. E Solstitiis eligendum erit illud, in quo Sol commodissime observari poterit absque erroris periculo, *v. g.* in regionibus hisce prope Polum septentrionalem Solstitium æstivum, quoniam Sol in Solstitio hyberno ipso meridie refractionum periculis non caret; quæ res in hujusmodi observatione maximi est momenti. Dantur & habitationes, ubi ad Obliquitatem Eclipticæ inquirendam consultum sit altitudinem Meridianam Solis, in uno Solstitiorum positi, subducere ex ejusdem altitudine Meridiana in altero Solstitio, si Sol in utroque casu sit ab eadem verticis parte; sed si ad diversas, ex posterioris Meridianæ altitudinis complemento ad semicirculum, ut relinquatur distantia Tropicorum, cujus semissis est ipsa Obliquitas quæsita.

Ad exquisitam autem indagationem Obliquitatis Zodiaci, ait Observatorum solertissimus *Hevelius* plurimorum annorum continuatas, omnibusque numeris absolutissimas, majoribus & fide dignissimis Organis administratas observationes requiri. Atque hinc fit quod etiamnum hodie, quando instrumenta sunt & magna & accurate divisa, & Telescopiis instructa, discrimen satis sensibile intersit inter Zodiaci Obliquitates ab Artificibus positas. Siquidem *Hevelius* illam ponit 23^{gr} 30′ 20″; eandem quam *Ricciolus* in *Astronomia Reformata*: *Moutonus*, qui integrum fere librum hac de re scripsit, illam post multas & repetitas observationes, mediamque inter extremas eligens hanc, constituit 23^{gr} 30′, quam etiam Obliquitatis mensuram ex selectis observationibus *Ricciolus* in *Almagesto* ponit: hanc etiam ponit *Streetius* in *Astronomia Carolina*, & generaliter Artifices usurpant. Quo non obstante Cl. D. *De La Hire* in *Tabb. Astron. Part. Prior. de Motibus Solis & Lunæ* illam minuto primo integro minorem constituit;

 nempe

nempe tantum 23^{gr} 29′, idque ex obſervationibus prope Zenith & extra refractionis periculum factis. Si vero Veterum hac de re placita notare libet, tanta reperitur inter Obliquitatem ab illis obſervatam, & illam quæ nunc ex Cœlis deducitur, differentia, ut plurimi Auctores eam mutabilem poſuerint præter mutationem bis quolibet anno reſtitutam; de qua utpote fere inſenſibili hic non diſputamus: quandoquidem tempore *Ariſtarchi Samii*, qui 300 prope annis ante Chriſtum natum floruit, ea ipſa habita eſt 24^{gr}: vivente vero *Ptolemao* annis poſt Chriſtum 140, non amplius quam 23^{gr} 51′: & rurſus *Albategnii* tempore 900 fere poſt Chriſtum annis, tantum 23^{gr} 35′: & *Tycho* 23^{gr} 31′ 30″ eam per obſervationes prodit. Verum diligentiſſimi hujus ſæculi Obſervatores illam nihilominus conſtantem volunt; *Gaſſendus* nempe, *Ricciolus*, *Horoxius* & ipſe *Hevelius*, qui Veterum obſervationibus haud adeo multum tribuendum eſſe in *Prodromo* cenſet, cum nec inſtrumenta omnibus numeris perfecta adhibuerint, nec tutiori viâ inceſſerint. Immo Antiquiores ipſeque *Ptolemæus* in *Almageſto* idem cenſent; & *Albategnius* ob eandem cum *Hevelio* rationem Veterum obſervationes ſuis poſtponit. Et *Gaſſendus* in *Vita Peireſkii* oſtendit per obſervationes à ſe inſtitutas, eandem eſſe hodie Zodiaci Obliquitatem, quæ fuerat tempore *Alexandri Magni*; eandem quippe à ſe obſervatam rationem Gnomonis ad ſuam umbram in meridie Solſtitii æſtivi *Maſſiliæ*, quæ fuerat in eadem urbe tum obſervata à *Pythea Maſſilienſi*.

Porro, puncta in Cœlo, ubi Ecliptica Æquatorem interſecat, illa ſunt, in quibus Sol apparet dum dies noctibus æquales ſunt Obſervatori, cui Polorum alteruter elevatur ſupra Horizontem. Eclipticæ ergo ſitus is eſt, ut Æquatorem interſecet in dictis punctis, & ad Æquatorem inclinetur in angulo ſupra determinato, ejus dimidio ad Polum Boreum vergente, in quo Sol verſatur dum

dum dies noctibus sunt longiores Borealis hemisphærii Terræ incolis. Eclipticæ situ dato, protinus datur situs Tropicorum; quippe qui Æquatori paralleli Eclipticam contingunt, suntque tantum ab Æquatore remoti, quanta est Eclipticæ Obliquitas: & Polares tantundem à Polis proximis distant. Colurorum etiam situs hinc deducitur: nam in Polis hactenus per observationes determinatis, ad angulos rectos se mutuo intersecantes, per puncta Æquinoctialia & Solstitialia supra inventa transeunt.

PROPOSITIO XX.

Datâ Eclipticæ Obliquitate, Ascensionem rectam & Declinationem dati in ea puncti, item Angulum, quem ad dictum punctum comprehendit Ecliptica cum Meridiano, per calculum eruere; & è converso, Eclipticæ punctum, cui horum aliquod competit, definire, & proinde locum Solis in Ecliptica, ex observatione per Prop. XVIII. *facta, determinare.*

Referat E Q Æquatorem, cujus Polus P; E L Eclipticam; E Æquinoctii alterutrius punctum; L punctum in Ecliptica datum, per quod traductus concipiatur circulus declinationis P L Q. In triangulo sphærico E L Q datur latus E L, nempe distantia puncti dati ab E, & angulus Q E L Eclipticæ Obliquitas; datur item angulus Q, nempe rectus, quia P est Polus circuli E Q: Invenietur igitur (per Trigonometriam sphæricorum) latus Q L puncti L Declinatio quæsita, quæ borealis est vel australis pro Poli adjacentis natura; item latus E Q, quod (pro situ puncti L in hoc vel illo Eclipticæ quadrante, & natura puncti E) erit vel ipsa Ascensio recta quæsita, vel illius complementum ad quadrantem, vel semicirculum, vel tres quadrantes, vel integrum circulum. Datur etiam angulus Q L E, quem Ecliptica in dicto puncto facit cum Declinationis circulo sive Meri- Tab. XIV. Fig. 7.

 diano,

diano. Hujus converſum ſimiliter conſtruitur : advertendum tamen duo eſſe Eclipticæ puncta, quorum eadem eſt verſus datum Polum Declinatio ; adeoque opus eſſe determinatione aliquâ.

SECTIO V.

De Stellis Fixis, earum Locis per obseruationem definiendis, aliisque huc attinentibus.

PROPOSITIO XXI.

Stellarum Fixarum claſſes varias explicare, in quas ob diverſam magnitudinem apparentem dividuntur; hujuſque differentiæ rationes reddere.

PRopoſitionibus quibuſdam præcedentibus modum tradidimus, quo præcipuorum Sphæræ circulorum Poſitio reſpectu Horizontis ſenſu definiti determinatur; Meridiani nempe, Æquatoris, Zodiaci, Coluri utriuſque, Tropicorum & Circulorum Polarium : conſequens eſt ut Fixarum loca circulorum iſtorum reſpectu inveniendi modum tradamus. Oportet autem prius aliquid de ipſis Fixis, harumque differentiis & ordine præfari.

Et primo cuivis Cœlum nocte ſerenâ & illuni aſpicienti ingens Stellarum diverſitas apparet quoad magnitudinem apparentem & radiorum vim. Hujus reſpectu Aſtronomi illarum ſex fecerunt claſſes, quarum maximas appellarunt *Primæ Magnitudinis*, minimas *Sextæ* & intermedias eodem ordine. Diverſitatem hanc aliqui in ipſam Stellarum veram magnitudinem rejiciunt, alias aliis eſſe revera majores aſſerentes, dum omnes æqualiter diſtant; quippe ſecundum hos in ſuperficie ſphærica locatæ : Alii Veteres ſecuti cauſam diverſæ Magnitudinis rejiciunt in diverſam earum diſtantiam.

Huic ſententiæ numerus Fixarum primæ & ſecundæ magnitu-

gnitudinis multum favet. Nam ſi Fixa quælibet Solis officio fungatur in ſpatii Mundani portione fere æquali huic, cui Sol noſter imperitat, tot erunt Fixæ magnitudinis primæ, quot hujuſmodi Syſtemata noſtrum tangentes circumſtare poſſunt; hoc eſt, quot æquales Sphæræ mediam æqualem contingere poſſunt. Ex Geometria autem conſtat tredecim Sphæras mediam illis æqualem circumcirca contingere; (perperam enim *Keplerus* duodecim hujuſmodi pro numero angulorum *Icoſaedri* reperiri aſſerit, in *Lib.* I. *Epit.*) & totidem obſervantur incontraverſæ Stellæ magnitudinis primæ. Advertendum enim inter ipſos Fixarum obſervatores, de illarum numero non prorſus conſtare: Nam *Hevelius Lucidam in ſcapulis Aquilæ* ad ſecundam magnitudinem refert, quam *Tycho* primæ magnitudinis dixit; & è contra *Hevelius Canem minorem & dextrum Humerum Orionis* primæ cenſet, quas tamen *Tycho* ſecundæ ponit. Aliæ interim reperiuntur, de quarum claſſe dubitat ipſe *Hevelius.*

Rurſus, ſi quæratur quot Sphæræ prioribus æquales prædictum primum ordinem Sphærarum, Sphæram ab initio poſitam circumſtantium (ſive potius priores illas 13 cum decimaquarta centrali comprehendentem Sphæram,) contingere poſſunt; invenietur harum numerus 52, ſive 4×13. Nam Sphærarum harum ſecundi ordinis centra verſantur in ſuperficie ſphærica, quæ quadrupla eſt ejus in qua verſantur centra Sphærarum primi ordinis intimam tangentium, cum illius diameter diametri hujus dupla ſit; Et totidem præterpropter deprehenduntur Fixæ magnitudinis ſecundæ; *Hevelio* illas circiter 50 ſtatuente, dum *Keplerus Tychonem* ſecutus ipſas 58 ponit; *Ptolemæus* non ultra 45; inter quos nos medium aſſumimus: in Stellis enim magnitudinis ſecundæ, magis quam in iis magnitudinis primæ, diverſi obſervatores diverſa ſentiunt. Nec in numero Fixarum reliquarum magnitudinum hâc methodo determinando magis aberratur. Ad hanc rem ulterius

 confir-

confirmandam, reftat ut oftendamus eundem inter Fixas primi honoris obfervari ordinem, qui inter corpora centralia Sphærarum intimam Sphæram (prope cujus centrum oculus ponitur) circumcirca contingentium; eundem inter Fixas fecundæ magnitudinis, qui inter corpora centralia Sphærarum ordine fecundarum ab his; atque ita denuo. Atque hic quidem res non æque procedit, (quæ caufa fuit, cur *Keplerus* in aliam abiit fententiam;) ut vel exinde conftat quod primo obtutu quidam Firmamenti tractus Stellis innumeris quafi fcatentes cernantur, alii vero ab iis tantum non vacui deprehendantur. Aft in primæ & fecundæ magnitudinis Stellarum ordine adeo non eft aberratum, ut comparanti patebit: Nam fex funt Stellæ primæ magnitudinis in Zodiaco, tres ad Boream, & quatuor ad Auftrum, præterpropter uti ex hac theoria decet.

PROPOSITIO XXII.

Conftellationes, in quas Fixa ab Aftronomis diftribuuntur, enumerare.

VEteres vel lineamenta fecuti difpofitionis variæ Fixarum, vel religione ducti diftribuerunt Fixas omnes, in Zona noftra Temperata confpicuas, in Imagines 48: Quarum 12 in Zodiaci longitudinem incidunt, ejufque Dodecatemoriis nomina imponunt fua: Suntque in Boreali Zodiaci dimidio, *Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo* & *Virgo*; in Auftrali, *Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius* & *Pifces*. Reliquæ imagines in Hemifphæriis per Zodiacum diftinctis locantur: in Septentrionali 21, nempe *Urfa minor, Urfa major, Draco, Cepheus, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Caffiopeia, Perfeus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegafus, Equuleus, Delphin, Sagitta, Aquila, Serpentarius, Serpens*. Hifce poftea adjectæ funt Conftellationes

lationes *Antinoi* ex informibus prope Aquilam, inter hanc & Capricornum & Sagittarium, & *Coma Berenices* ex informibus prope Caudam Leonis. Antinoum ad Aquilam, & Equuleum ad Pegasum reducit *Ptolemaus.* Ad Australem Zodiaci partem sunt Asterismi 15 Veteribus cogniti, nempe *Cetus*, *Eridanus*, *Lepus*, *Orion*, *Canis major*, *Canis minor*, *Argo-navis*, *Hydra*, *Crater*, *Corvus*, *Centaurus*, *Lupus*, *Ara*, *Corona Australis*, *Piscis Austrinus.*

Hisce nuper adduntur, quæ circa Polum Austrinum sunt nobis inconspicuæ, Constellationes 12. *Phœnix*, *Grus*, *Indus*, *Pavo*, *Apus*, *Triangulum Australe*, *Musca*, *Chamæleon*, *Piscis volans*, *Toucan* sive *Anser Americanus*, *Hydrus*, *Xiphias* sive *Dorado.*

Extra depictarum imaginum limites sunt Stellæ quædam ad illas irreducibiles, quas ideo *Informes* vocant, atque ex hisce insigniores Fixarum Observatores novos Asterismos subinde confingunt, nominaque imponunt. Cl. nempe *Edmundus Halleius*, dum in *Insula S^tæ. Helena* Stellas Polo Austrino vicinas primus exacte observaret, jure suo usus est in nova Constellatione sub specie Quercûs ex informibus inter Argum Navem & Centaurum condenda, & sub nomine *Roboris Carolini* consecranda, in perpetuam sub illius latebris servati *Caroli* II. memoriam in Cœlum translati. Sic *Bartschius* in Globo suo Quadrupedali novas duas fundavit Constellationes, *Camelopardum* & *Monocerotem*, quas retinet *Hevelius*. Ipse autem *Hevelius* omnium longissime in hac materia progressus est, pluraque ex informibus prius Stellis construxit Sydera nova quam Recentiorum quivis, ut ex ejus *Firmamento* patet; nempe inter Leonem & Ursam majorem *Leonem minorem* invexit, & *Lyncem* inter Ursam majorem & Aurigam supra Geminos; *Canes Venaticos* pòst Ursam majorem & sub ejus Cauda reposuit, ita ut quæ *Tychoni* fuit informis inter Caudas Helices & Leonis, (quæ postea *Cordis Caroli* nomine fuit ab *Anglis* insignita,)

ta,) *Hevelio* fit *in Annulo Armillæ Charæ*; *Lacertam* five *Stellionem* inter Andromedam & Cygnum ; *Uraniæ Sextantem* inter Leonem & Hydram ; *Scutum Sobiescianum* inter Aquilam & Serpentarium ; *Vulpeculam cum Ansere* inter Aquilam & Lyram fub Cygno ; *Triangulum minus* inter Triangulum Boreale & Arietis Caput. Veteres etiam Conftellationes quafdam immutavit paululum, aliafque illis adjunxit ; ut Antinoum prius inermem *Arcu* & *Sagitta* armavit, in Herculis genu inflexi finiftram *Cerberum* induxit, & fub Bootis pedibus *Montem Mænalum* pofuit. Prædicta Sydera in Locis defcriptis collocavit ad tabulæ veteris adjacentium Syderum continuationem, ne Aftrologorum placita & regulas nimium turbaret, vel ad facinoris nobilioris memoriam perpetuandam.

Alii rurfus integra Sydera novis nominibus iifque *Chriftianis* defignanda cenfent ; cujus fpecimen dedit V. *Beda* in Aftris Zodiaci, & continuavit in fuo *Cælo Stellato* anno 1627 edito *Julius Schillerus*. Confilium tamen hoc merito improbarunt *Copernicus*, *Tycho*, & *Hevelius* in *Firmamento*, aliique Aftronomi, qui prifcas formas & antiqua nomina retinenda cenfent, ne Veterum Aftronomia paulatim deperdatur, & confufio oriatur. Modo enim hucufque ab ipfis Aftronomiæ primordiis recepto, quod in hac re præcipuum eft confequimur ; nempe (ut ait *Copernicus*) *ut tanta Stellarum multitudo per partes difcerneretur, & ut hæ denominationibus quibufdam defignari poffint*.

Ad Afterifmos etiam pertinet *Via Lactea*, quam noftrum fæculum innumerarum minutarum Fixarum congeriem effe deprehendit, prout Veterum quidam, tefte *Manilio*, cenfuere : Eftque Circulus latus candore Lactis perfufus, totum Cœlum ambiens ; nonnunquam duplici tramite, plerumque fimplici incedens per Caffiopeiam, Perfeum, Aurigam, Pedes Geminorum, Clavam Orionis, Monocerotis anteriora, Caudam Canis majoris, Argum

Navem,

Navem, Robur Carolinum, Crucem & Centauri pedes, quos ultra, è regione Aræ, in duplicem dividitur tramitem; cujus pars Orientalior transit per Aram, extremam Scorpii Caudam, Pedemque Serpentarii orientaliorem, Arcum Sagittarii, Scutum Sobiescianum, Antinoi Pedes & Cygnum, ubi maxima ejus pars alteri jungitur: Occidentalior autem per priorem partem Caudæ Scorpii, Serpentarii Dextram & Cygni Sydus; absolvitque periodum suam in Cassiopeia, unde ejus descriptionem incipit *Manilius.* Sunt etiam & aliæ *Galaxiæ* divisiones minores, quas videre licet in *Hevelii Firmamento.* Viæ Lacteæ etiam affines sunt duæ *Nubeculæ* prope Polum austrinum sitæ, in *Europa* inconspicuæ, quæque à nautis *Nebulæ Magellanicæ* appellantur; illius enim albedinem (teste Cl. *Halleio*) exacte referunt, & Telescopio inspectæ hinc inde Nebulas parvas & exiguas Stellas ostendunt. Harum major inter Hydrum & Doradonem; minor inter Anserem Americanum sive Toucan & Hydrum collocatur.

PROPOSITIO XXIII.

Datis Solis Theoriâ & Horologio Automato, Fixarum Ascensionem Rectam per observationes determinare.

EXplicatâ Fixarum diversitate tam secundum apparentem magnitudinem, quam secundum figuras Asterismorum, in quos communiter dividuntur, restat ut cujusvis ex illis locum determinandi methodum ostendamus respectu circulorum Sphæræ, quorum situs superius est determinatus, ac primo quidem respectu Æquatoris; in quem finem cujusvis Declinationem observare Prop. XVIII. docuimus: Reliquum est ut illius Ascensio Recta etiam inveniatur. Verum, quoniam Æquatoris initium, à quo Syderum Ascensio Recta numeratur, est illius intersectio cum Ecliptica; in qua licet Sol reperiatur semel in anno, ineunte sc. nostro Vere, inde tamen statim discedit, &

punctum istud relinquit obscurum, nullo phænomeno, quod in sensus incurrat, insignitum, & tale denique unde Stellarum Ascensiones nequeunt immediate per observationes deduci; aliquod igitur eligendum est Phænomenon, cujus Ascensio Recta quolibet momento datur, ut aliorum Ascensiones Rectæ hinc observentur. Inter omnia vero ad hoc opus Sol est maxime commodus, quippe cujus motus est maxime simplex, cujusque Ascensio Recta ex dato ejus loco in Ecliptica expedite invenitur per Prop. XX. Hujus ergo Theoriâ datâ; hoc est, ad datum tempus dato ejus loco in Ecliptica, & dato etiam Horologio Automato indicem æquabiliter circumagente, sic observantur Fixarum Ascensiones Rectæ.

Primo, ita ordinetur Horologium, ut index 24 horas numeret labente tempore, quo Fixa quævis à Meridiano digressa ad eundem revertitur, quod die naturali paulo est brevius. Horologii sic ordinati index ad initium numerationis constituatur, dum Sol Meridianum attingit, & notetur hora ab Horologio numerata, quando Fixa, cujus Ascensio Recta quæritur, eundem attingit. Horæ earumque partes ab indice numeratæ in Æquatoris gradus & illorum partes convertantur, ut supra est dictum: Prodibit intervallum Ascensionum Rectarum Fixæ & Solis; hoc vero additum Ascensioni Rectæ Solis exhibet Fixæ Ascensionem Rectam quæsitam.

Si vero, in Automato ad motum Fixæ diurnum ordinato, loco 24 horarum ostendantur 360 gradus horumque partes sexagesimæ, &, dum Sol est in Meridiano, indices statuantur ad numerum graduum & scrupulorum, ex quibus Solis Ascensio Recta tum constat; ostendent hi (absque ulteriore reductione) Ascensionem Rectam Fixæ, cum hæc Meridianum attingit.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Datis Declinatione & Ascensione Rectâ unius Syderis, & Declinatione alterius una cum Syderum Distantia, posterioris hujus Ascensionem Rectam invenire; & è converso, Syderum, quorum Ascensiones Rectæ & Declinationes dantur, Distantiam invenire.

Referat E Q Æquatorem, cujus Polus P; sintque Sydera A & B, ex quorum Declinationibus C A, D B datis dantur horum complementa sive distantiæ à Polo, nempe P A, P B, daturque etiam (ex hypothesi) Syderum distantia A B. Quare in triangulo A P B, datis lateribus invenietur angulus A P B, & proinde ejus mensura C D arcus; differentia nempe Ascensionum Rectarum Syderum A & B, quæ proinde addita vel subducta Ascensioni Rectæ datæ unius, (prout circulus Declinationis per hoc transiens est ad ortum vel occasum circuli Declinationis per illud transeuntis,) dat alterius Ascensionem Rectam quæsitam. Tab. XIV. Fig. 8.

E converso, datis Syderum A & B Ascensionibus Rectis, datur harum differentia C D; hoc est, angulus C P B, cujus iste arcus est mensura: & in triangulo A P B, dantur latera P A, P B datarum Declinationum complementa, una cum angulo comprehenso A P B: invenientur igitur reliqui anguli, & latus A B Syderum Distantiæ quæsita.

Pariterque duorum in Telluris superficie Locorum, quorum Longitudines & Latitudines dantur, invenientur Distantia in circulo maximo computata, & anguli quos hic (qui communi Azimutho Cœlesti respondet) cum utroque Meridiano continet.

PROPOSITIO XXV.

Datæ Stellæ Ascensionem Rectam per observationes determinare, mediante Phænomeno interdiu & noctu conspicuo.

OBservetur Phænomeni diu noctuque conspicui Declinatio (per Prop. XVIII.) & distantia tam à Sole quam à Stella; hæc noctu, illa interdiu. Ex Phænomeni Declinatione, Distantia à Sole, & Solis loco, elicitur (per præced.) Phænomeni Ascensio Recta; ex qua & ejusdem Declinatione observata, una cum observatis Stellæ Declinatione & Distantia à Phænomeno, similiter invenietur Stellæ Ascensio Recta quæsita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Veteres, qui temporis mensurâ accuratâ (qualem Prop. XXIII. requirit) carebant, (Clepsydræ enim ab Antiquissimis adhibitæ erant nimium fallaces,) Fixarum loca mediante Lunâ exquirebant, capiendo distantiam Lunæ à Sole secundum Æquatorem aut Eclipticam computatam de die, & distantiam Stellæ à Luna noctu, unde Distantiam inter Stellam & Solem, ac proinde (ex Solis Theoria) Distantiam Stellæ ab Eclipticæ initio concludebant.

Recentiores Venerem adhibuerunt loco Lunæ, quod hujus diameter parva minorem in distantia observanda errori ansam præbeat; & quod Lunæ locus observandus sæpenumero veniat per Fixarum loca prius correcta, ut ejus Theoria, in hunc diem (præsertim circa quadraturas, quando Veterum observationes hæ instituebantur) minus accurata, corrigatur; & etiam quod Veneris motus neque sit tam velox, neque tam incertus. Ideoque Venerem observare conveniet in maxima elongatione à Sole, cum illius motus motui Solis propemodum est æqualis; & etiam cum ob elevationem Sol & Venus Refra-ctioni

ctioni minime sunt obnoxii. In hujusmodi observationibus faciendis præcipue curandum, ut sæpius repetantur tam cum Venus orientalior est Sole, quam cum occidentalior; ut ex observationibus diversis ad eundem Fixæ locum determinandum conspirantibus verus locus certo constet. *Ricciolus* loco Veneris *Sirium* substituendum censet, quem ait splendere adeo ut circa Æquinoctia octo & amplius minutis ante occasum Solis *Martio*, & post ortum Solis *Septembri*, videri possit. Sed & *Regulus* & *Arcturus* tandem in Meridiano, lucente Sole, nudis oculis observati sunt à Regiæ Scientiarum Academiæ *Gallicæ* Astronomis; etiam cum Sol extra incertas Refractionis limites elevaretur: quod ope Telescopii in quavis Fixa illustriori quotidie fieri poterit.

PROPOSITIO XXVI.

Datis Altitudine Poli, Horâ à Meridie & Loco Solis, si praterea Syderis Altitudo & Azimuth observatione innotescant, invenire Syderis istius Ascensionem Rectam & Declinationem.

Referat P Z H O Meridianum; H A O Horizontem, cujus Polus est Zenith Z; E R Q Æquatorem, cujus Polus P; S Stellam, per quam traducti intelligantur circulus verticalis Z S A & declinationis circulus P S R In triangulo S Z P, dantur Z P latus, complementum elevationis Poli O P; Z S latus, complementum altitudinis Stellæ S A; & angulus S Z P, quem mensurat arcus A O ex Azimutho datus: Invenitur igitur latus P S, complementum arcûs R S Stellæ Declinationis quæsitæ; & etiam angulus Z P S, & proinde ejus mensura, nempe arcus E R. Sed ex data Hora datur arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum & circulum Declinationis per Solem traductum; horum ergo arcuum datorum dantur summa & differentia. Hæc autem summa, si Sol & Tab. XIV. Fig. 9.

 Stella

Stella fuerint ad diversa Meridiani latera; vel differentia, si ad idem, est differentia Ascensionum Rectarum Solis & Stellæ. Et ex dato Solis loco datur ejus Ascensio Recta, (per Prop. XX.;) quare innotescit etiam Stellæ Ascensio Recta quæsita.

PROPOSITIO XXVII.

Datæ Stellæ Longitudinem & Latitudinem investigare.

Tab. XIV. Fig. 10. IN schemate E Q repræsentet Æquatorem, cujus polus P; E C Eclipticam, cujus polus B; punctum E communem horum circulorum intersectionem, initium ♈ vel ♎; S Sydus datum, per quod ducti intelligantur Eclipticæ & Æquatoris secundarii B S L, P S A. Et circulus maximus P B Q C ipsos polos conjungens est Colurus Solstitiorum. Inveniatur per Prop. XVIII. Syderis Declinatio A S, unde habebitur ejus complementum P S; & per Prop. XXIII. vel XXV. Stellæ Ascensio recta E A, (saltem ex data Ascensione recta dabitur E A,) unde habebitur ejus complementum Q A, & angulus Q P A, cujus est mensura. In triangulo igitur B P S, dantur latus P S & latus P B, distantia nempe Polorum Æquatoris & Eclipticæ hujus obliquitati æqualis, una cum angulo ab iis comprehenso B P S: Innotescit igitur latus B S, hujusque proinde complementum S L, Stellæ Latitudo quæsita. Invenietur etiam angulus P B S, ejusque mensura arcus C L, adeoque hujus complementum L E. Atqui arcus hic vel est ipsa Longitudo quæsita, vel ejus complementum ad unum, duos, tres vel quatuor quadrantes.

Similiter ex dato situ Stellæ respectu Eclipticæ determinabitur ejusdem situs respectu Æquatoris.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Datis Longitudine & Latitudine duorum Syderum, & Distantiâ tertii ab utroque, tertii istius Locum invenire.

REferat C E D Eclipticam, cujus Polus P; A & B Stellas, quarum Longitudo & Latitudo dantur, per quas traducti intelligantur Latitudinis circuli P A C, P B D: anguli C P D sub illis comprehensi mensura est Eclipticæ arcus C D, Longitudinum datarum differentia, ac proinde datur. In triangulo A P B, datis lateribus P A, P B, Latitudinum C A, D B complementis, & angulo A P B, invenietur A B latus, & angulus P B A. Rursus, in triangulo A S B, datis omnibus lateribus; nempe S A, S B, distantiis Stellæ S à duabus A & B, & prius invento A B, reperietur angulus A B S; adeoque S B P, hujus & prius inventi P B A intervallum: & tandem in triangulo S B P, datis duobus lateribus B P, B S, cum angulo ab illis comprehenso S B P, invenietur P S, & consequenter ejus complementum E S, nempe Syderis S Latitudo; & angulus B P S, hujusque mensura D E, differentia nempe Longitudinum Stellarum B & S addenda Longitudini Stellæ B ut fiat Longitudo Stellæ S, si P S E sit orientalior quam P B D; subtrahenda vero, si occidentalior. Alii sunt hujus Problematis casus pro vario situ punctorum A & S, sed qui omnes similiter solvuntur. *Tab. XV. Fig. 1.*

Eodemque prorsus modo, si detur situs Stellarum A & B respectu alterius cujusvis circuli, Æquatoris *ex. gr.* hoc est, si dentur earum Ascensiones Rectæ & Declinationes, & Distantia tertiæ S ab utraque; dabitur etiam hujus situs respectu ejusdem circuli. Atque hæc in Tellure fiunt similiter.

PROPOSITIO XXIX.

Fixarum Catalogum condendi modum describere; præcipuos ejus Conditores, methodosque, quibus sunt usi, indicare, & Globum Cælestem construere.

CUjusque Asterismi Stellæ singulæ pro loco, quem quævis in Asterismo obtinet, ordine describantur; & è regione cujusvis, ejus Longitudo & Latitudo per Prop. XXVII. inventæ adscribantur, atque postea ejus Magnitudo notetur. Si plures fuerint in eadem Asterismi parte (capite *ex. gr.* vel manu) Stellæ, in descriptione distinguantur in borealiores & australiores, & in præcedentes, medias & sequentes; ubi illæ præcedentes ab Auctoribus *Ptolemæum* secutis vocantur, quæ ad occidentem sitæ sunt; sive quæ Zodiaci partes præcedentes *i. e.* initio Arietis viciniores obtinent; hoc est, quæ in motu diurno præcedunt: A quibusdam etiam distinguuntur per literas alphabeti adscriptas. Si Stella notabilis in Asterismo occurrit, quæ singulari nomine indigitatur, nomen hocce etiam apponitur; ut *Arcturus* in Boote, *Regulus* in Leone, *Sirius* in Cane, &c. Post Stellas cuique Asterismo proprias adjiciuntur & informes circa eundem, similiter per viciniam hujus vel illius partis (cui sc. adstant) descriptæ, cum cujusque Longitudine, Latitudine & Magnitudine.

Primus, qui Fixas omnes in Catalogum reducere, earumque loca determinare est aggressus, fuit *Hipparchus Rhodius* annis ante Christum circiter 120, ex *Plinii* sententia *ausus rem etiam Deo improbam, adnumerare posteris Stellas & Sydera ad normam expangere.* Ex *Ptolemao* tamen constat *Tymocharidem* & *Aristyllum* plurimas circa hanc rem observationes, 180 annis ante *Hipparchum* factas, reliquisse. *Menelaus* item Geometra anno *Trajani* primo quædam de Fixarum locis observavit *Romæ.* Post

hos

hos *Claudius Ptolemaus*, circa annum à nato Christo 140, nonnulla de Fixarum progressione in consequentia animadvertere ac literis mandare aggressus est; *Hipparchico* tamen circa earum ad invicem quoad longum & latum collocationem retento abaco, qui ad Fixas 1026 ascendit. Neque præter ea, quæ à *Ptolemæo* sunt consignata, Veterum observata amplius exstant. Idem quoque fecit *Albategnius Syrus* circa annum Christi 880: nam in Libro quem inscripsit de *Scientia Stellarum*, *Cap.* LII. *pag.* 202. ait se 11. gradus & dimidium & tertiam partem addidisse locis, in quibus, in *Ptolemæi* Libro, eas scriptas invenit. Neque etiam *Persæ Astronomi* aut *Alphonsini*, neque illis recentior *Copernicus* omnes Fixas observarunt, sed *Hipparchico* Catalogo acquieverunt, additâ solummodo in respectivis Catalogis portione motionis in omnibus interea factæ; de qua inferius. *Copernicus* interim Stellarum omnium Longitudines numerat à duarum in Arietis Cornu Præcedente, quam *Omnium Primam* vocat; quæque proinde omni ævo sunt eædem, dum Primæ hujus Longitudo ab Æquinoctii puncto indies augetur.

Hi omnes ad Stellarum loca determinanda Armillarem Sphæram, vel ejus partem (quam *Astrolabium* dixerunt) utplurimum adhibuerunt. Ejus descriptionem vide *Cap.* 1. *Lib.* v. *Magnæ Constructionis*. Hoc enim instrumento ad Mundi cardines & Loci Latitudinem composito, Armillam Eclipticam referentem de Die ope radiorum Solis (cujus locum ex ejus Theoria notum habebant) in eum componebant situm, quem tum Horizontis istius respectu Ecliptica obtinebat, & Lunæ locum in Ecliptica, ope circuli Latitudinis in Astrolabio mobilis, exinde observabant. Nocte deinde insequente, mediante Lunâ, (pro cujus motu interea facto locum prius inventum corrigebant,) Armillam illam Zodiacalem in situm isti temporis puncto congruum (quemadmodum prius mediante Sole) componebant, unde cujusvis Stellæ longitudinem se-

cundum Eclipticam numeratam observabant, sicut prius Lunæ Longitudinem interdiu observassent (per mobilem Latitudinis circulum collimando) ejusque Latitudinem ope pinnacidii in dicto circulo itidem mobilis. Hunc observandi modum plene descriptum videre licet *Cap.* 4. *Lib.* VII. *Magnæ Constructionis Ptolemai*, & *Cap.* 14. *Lib.* II. *Copernici de Revolut.*

Quamvis Veteres Lunam credidere prorsus necessariam ad Stellarum loca respectu Æquinoctialium & Solstitialium punctorum definienda, & cum iis sagacissimus *Copernicus Cap.* 14. *Lib.* II. sic loquatur; *Etenim sine ipsa non erat modus locis Stellarum comprehendendis, utpote quæ ex omnibus sola Diei & Noctis sit particeps*; nihilominus *Hieronymus Cardanus*, in Libro quem inscribit *Supplementum Almanach*, (postquam monuit Fixas ad Lunam comparandas esse tempore Eclipseos Lunaris, quia locus Lunæ Solis respectu est tum temporis optime perspectus, quippe oppositus,) Veneris Stellam in hoc negotio Lunæ feliciter substituit, quippe diei & noctis etiam participem, cujusque alia etiam sunt commoda, Schol. Prop. XXV. exposita.

Proximus post *Hipparchum*, qui Fixas de novo observavit, fuit *Ulugh Beigh Tamerlanis Magni* Nepos. Hic quidem in Præfatione ait se observasse omnes, quæ observari poterant, præter 27 australiores. Mortuus est Princeps hic circa annum Christi 1449. Stellarum loca notavit in *Catalogo* suo (à D. *Tho. Hyde* latine reddito) ad annum Christi 1437.

Sæculo demum post Christum natum decimosexto illuxit sæculi istius Atlas, immortalis *Tycho Brahe*, qui indefesso labore Fixas omnes supra Horizontem *Uraniburgicum* facile conspicuas denuo observavit. Eodemque tempore *Gulielmus* Illustrissimus *Hassiæ Landgravius* hoc ipsum opus *Cassellis* aggressus est, & cum Mathematicis suis *Rothmanno* & *Byrgio* ultra 30 annos continuavit. Stellarum longitudinem

tudinem & latitudinem calculo quæſivit, ex Aſcenſione Recta & Declinatione prius obſervatis per Methodum Prop. XXVII; ut *Tycho* teſtatur *Cap.* 2. *Part.* 1. *Progymnaſmatum pag.* 147: quam tamen non uſquequaque probat *Tycho*, ob difficultatem tempus à Meridie exacte numerandi, quod utut à ſe ſæpius tentatum fuerit per Horologiorum conſtructionem, modiſque aliis in *Progymnaſm. Cap.* citato deſcriptis, nunquam tamen ſatis pro voto ſucceſſit. At licet Principis obſervationes non extendantur ad plures quam 400 Fixas, & inſtrumentis paulo minoribus fuerint factæ, illas tamen ipſius *Tychonis* laboribus præfert *Hevelius* in *Prod. Aſtr.* quod ex ſua ſententia majorem diligentiam adhibuerit Princeps cum ſuis coobſervatoribus, quam *Tycho* cum ſuis. Princeps poſtea per Veneris Stellam rem perfecit. *Tycho* autem, licet *pag.* 146. *Lib.* 1. *Progymnaſm.* exprobret *Cardano* errorem in loco Meridionalioris & Lucidioris Lancium Libræ per Venerem conſtituendo majorem, quam eſt is *Alphonſinarum Tabularum*; fatetur tamen hoc exinde profluxiſſe, quod Veneris ſitus nullis tum numeris adſtrictus eſſet: Veneremque ille etiam ad idem opus adhibet modo Prop. XXV. deſcripto. Loco Armillæ Zodiacalis à Veteribus adhibitæ ad Syderum longitudinum differentias & latitudines obſervandas, *Tycho* optimis rationibus permotus Armillas Æquatorias ſubſtituit; quibus nempe Aſcenſionum rectarum differentias & declinationes etiam extra Meridianum obſervaret, altitudine Meridianâ ad alias comprobandas ſemper adhibitâ. Reliquas, quas diligentiſſimus Obſervator adhibuit, cautiones videre licet *Cap.* 11. *Lib.* 11. *Progymnaſm.* Ex poſitis ſemel quarundam Stellarum locis, per methodos hactenus traditas inventis, aliarum Stellarum prope Æquatorem aut Eclipticam collocatarum loca modo Prop. XXIV. adducto determinavit: Cujuſvis vero ignotæ Stellæ Aſcenſionem rectam per binas, quarum loca hactenus verificata erant, inquiſivit,

ſivit, & ſi paululum inter ſe diſcrepantes eſſent ejuſdem Stellæ Aſcenſiones Rectæ ſic inventæ, mediam pro vera abſque omni hæſitatione aſſumpſit: poſtea ex Aſcenſione Recta & Declinatione ejus Longitudinem & Latitudinem, modo Prop. XXVII. demonſtrato, ſupputavit. Stellarum vero prope Polos poſitarum loca ex prioribus deduxit per praxin Prop. XXVIII; verificato tamen loco ſic invento per diſtantiam à Stella tertia prius determinata obſervatam. Et univerſaliter, Fixæ loco unicâ tantum obſervatione determinato, nunquam acquievit; ſed ſingula tum per methodos ſupra indicatas, tum per Armillas ſuas Æquatorias, tum per praxin Prop. XXIII, Horologiis optimis ad menſurandum tempus adhibitis, & hydrargyro plumboque arte Chymicâ in pulverem redactis, & decurſu per foraminulum tempus ſimul indicantibus; quæ omnia in *Progymnaſm.* graphice deſcripta videre licet.

Hâc curâ & diligentiâ ad Annum MDC conditus *Catalogus* 777 *Fixarum Tychonicus*, ex ipſo Cœlo deſumptus, tandem prodiit, Anno MDCX in *Aſtron. Inſtaur. Progymnaſm.* editus; & deinde Anno MDCXXVII. in *Tabulas Rudolphinas* tranſlatus, & Stellis 223 auctus ex aliis *Tychonis* obſervationibus, ita ut *Catalogus* hic in *Tabulis Rudolphinis* ad mille Fixas aſcendat. Addidit *Keplerus* claſſem ſecundam Fixarum, quas de vetuſto *Hipparchi* Catalogo à *Ptolemæo* repetito & emendato *Tycho* omiſit, quaſque *Semi-tychonicas* appellat: Tertiam ſubjungit XII Imagines Cœleſtes complectentem, in Zona noſtra temperata Septentrionali inconſpicuas. Haſce à *Luſitanis* denominatas, & à *Petro Theodori* ad normam Aſtronomicam correctas, in Catalogum refert. Fama eſt Auſtraliores haſce poſtea obſervaſſe quendam *Fredericum Houtmannum Batavum*, & ex illis obſervationibus *Globum Cæleſtem Blavianum* correctum fuiſſe. Verum hunc laborem, prout Aſtronomum decuit, primus exantlavit Cl. *Edmundus Halleius* in *Inſula S.ta Helena*, & Fixarum 350 Auſtra-

Australiorum ad Annum Incarnationis 1677 completum restitutarum *Catalogum* edidit, *Catalogi Tychonici* vere *Supplementum*. Distantias Australium ignotarum à *Tychonicis* quibusdam observavit; & illarum loca ex assumptis locis quarundam *Tychonicarum* (per Prop. XXVIII.) calculo supputavit, adjectis etiam ipsis distantiis observatis.

Proximus post *Tychonem*, qui integrum Fixarum Catalogum proprium Orbi ostendit, est R. P. *Ricciolus*, in *Astr. Reform. Lib.* IV. ad Annum Christi MDCC completum. Verum Catalogus hic, qui continet plane tot Stellas, quot *Tycho* habet, ex *Tychonico* desumptus est, præterquam in Stellis 101, quas solas ex Cœlo per Observationes deduxit. In reliquis, paululum citra ultrave à *Tychone* recedit, ejus errores manifestissimos in suum etiam transtulit, Stellasque quasdam à *Tychone* vere observatas, sed *Riccioli* tempore haud amplius conspicuas, in *Catalogo* suo conservavit, sicut *Hevelius Prop. Astron.* p. 133. & seqq. notat.

Prodiit denique Illustris Viri *Jo. Hevelii Dantiscani Fixarum Catalogus*, Stellas in universum 1888 continens; nempe 950 Veteribus cognitas, 603 quas suas dicit, utpote quas ante illum nemo recte & rite determinavit debitis instrumentis, & 335 *Halleii* in Horizonte *Gedanensi* inconspicuas. In hoc condendo sancte profitetur se ad nullius Auctoris observationes attendisse, sed negotium hoc ita suscepisse, ac si nullus Catalogus fuisset in rerum natura. Immo aliena fundamenta rejecit prorsus omnia, Solisque Theoriam Tabulasque Solares suas de novo construxit, propriis observationibus unice nixas. Sincere denique affirmat se nemini quicquam surripuisse, aut Stellæ minimæ Locum in Catalogum retulisse, quem non per diversas distantias & altitudines Meridianas ipse eruerit.

Catalogos duos instruxit *Hevelius*, primum sive Majorem exhibentem tam Longitudines & Latitudines, quam

Aſcenſiones Rectas & Declinationes ad Annum Chriſti completum MDCLX, cui annexa ſunt Loca ſecundum Longitudinem & Latitudinem, ad eundem annum reducta, Fixarum olim à *Tychone Brahe*, *Principe Hassiæ*, *Ricciolo*, *Ulugh Beigh* & *Ptolemæo* obſervata; alterum ſive Minorem earundem Fixarum loca ſecundum Longitudinem & Latitudinem exhibentem, ad Annum Chriſti MDCC completum, cui ſubnectitur Cl. *Halleii Catalogus Stellarum Auſtralium*, ex obſervationibus *Gedanenſibus*, quoad Longitudinem partim correctus, ad idem tempus reductus: Adeo ut Catalogus Major exhibeat ſimul omnium Anteceſſorum Catalogos, quo protinus ad oculum pateat quouſque obſervationes omnium inter ſe conveniant vel diſcrepent. Hiſce ſubnectit Tabulam Aſcenſionis Rectæ & Declinationis plurimarum Fixarum ad Annos Chriſti 1660 & 1760, cum earundem differentiis pro 100 iſtis annis.

Ex hujuſmodi Fixarum Catalogo facile conſtruitur Globus Cœleſtis: Signatis enim in ſuperficie Globi Eclipticâ ejuſque Polis, Fixarum loca è Catalogo deprompta ſecundum Longitudinem & Latitudinem ad Eclipticam iſtam exacta itidem ſignentur, additis Aſteriſmorum imaginibus. Delineetur etiam Viæ Lacteæ tractus per loca Fixarum, quas pertranſit; addanturque Æquinoctialis Circulus, Eclipticam in aſſumpto numerationis initio & puncto huic oppoſito ſecans & ad illam debite inclinatus, Tropici etiam & Polares, reliquaque neceſſaria; de quibus ſupra Prop. XIII. dictum eſt. Atque ad hunc præcipue finem Catalogum Minorem deſtinavit *Hevelius*, & hinc etiam Uranographiam ſuam ſive Tabulas omnium Syderum in plano delineatas deduxit, quas ſub *Firmamenti Sobieſciani* Titulo Anno MDCXC in lucem edidit. Hæ enim à Globo Cœleſti differunt ſicut Regionum Tabulæ à Globo Terreſtri. Schemata hæc Aſteriſmorum Uranographica in plano ita ſunt delineata, ac ſi Cœlum convexum ab extra, ut in Globis artificialibus contingit, aſpiceremus; quod

quod à Prædecessoribus, qui Cœlum contemplati sunt, Fixarum Catalogos condiderunt, aut de Astris scripserunt, factum est. *Bayerum*, quia in *Uranometria* contrarium molitus est, *incogitato animo Sydera omnia invertere* dicit *Hevelius*; & quod *per ejus Figuras nihil amplius præstant, quam quod totum Cœleste negotium perturbent, & quod omnes Stellæ, quæ in Globis ad sinistram sunt constituta, ad dextram appareant. Firmamenti* ab *Hevelio* editi ope Globi Cœlestis Constructio longe erit facilior, quia Asterismorum Figuræ in illo apte sunt delineatæ, cum Via Lactea ejusque quasi rivis diversis. Fixarum vero Catalogum longe omnium amplissimum expectare jubent Clariss. D. *Flamstedii* Observationes, per plures annos instrumentis magnis simul & commodis in hunc finem institutæ.

PROPOSITIO XXX.

Mutationes aliquas notabiliores inter Fixas recensere.

JAm olim *Hipparchi* ævo Stella Nova inter Fixas apparuit. Atque hæc, teste *Plinio*, in *causa fuit* cur *Hipparchus aggressus sit annumerare posteris Stellas, Syderaque ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ singulorum loca & magnitudines signaret; ut facile ex eo discerni posset, non modo an obirent nascerenturve, sed an omnino aliqua transirent moverenturve; item an crescerent minuerenturve, Cœlo in hæreditate cunctis relicto.* Et quamvis non pauciores quam sex Stellas Novas tempore medias inter hanc & celebrem illam, quæ in *Cassiopeia* Anno 1572 apparuit, numeret *Ricciolus*; cum tamen vel vix omnino vel ab imperitis sunt observatæ, de iis nihil fere dicendum restat. Nova hæc in Cassiopeia, maximarum in Cœlo æmula, primo apparuit circa initium *Novembris* Anni 1572, duravitque usque ad *Martium* Anni 1574. Hæc non secus atque *Hipparchæa* illa occasionem

ſionem præbuit *Tychoni* obſervandi, novis ac maximis inſtrumentis, Fixas, eaſque de novo ad normam expangendi; ut ipſe in *Progymnaſm.* teſtatur, ubi de Nova hac expreſſe agit.

Anni 1596 menſe *Auguſto*, Novam magnitudinis 3tiæ in Ceto obſervavit *David Fabricius*, quæ poſt duos menſes evanuit.

Anno 1600 Nova apparuit in pectore Cygni, prius ab aliis, poſtea ab ipſo *Keplero* viſa, qui de ea narrationem conſcripſit Aſtronomicam. Hæc ad Annum uſque 1659 teſte *Hevelio* (qui illam ab Anno 1638 majoribus organis obſervaverat) ejuſdem manſit magnitudinis, ſc. tertiæ; verum ab Anno 1659 notabiliter decrevit, & exeunte Anno 1661 plane evanuit. Elapſo vero quinquennio, nempe *Septembri* 1666, illa rurſus *Hevelio* 7mæ aut 6tæ magnitudinis nudo oculo apparuit, eundem præciſe Cœli locum retinens.

Anno 1604 circa initium *Octobris*, Nova in dextro pede Serpentarii viſa eſt, quæ Jove major & Veneri propemodum æqualis apparuit: duravit per integrum annum; quippe poſt *Octobrem* 1605 inviſa. De hac Librum edidit *Keplerus*, Phyſicis & Aſtrologicis diſputationibus plenum. Novas iſtas tres, nempe in Caſſiopeia, Cygno & Serpentario, ſubminiſtravit Galaxia, quæ propterea Stellarum Novarum Promptuarium à quibuſdam dicitur. Obſervatæ ſunt & aliæ Novæ, nempe illa Anno 1612 in cingulo Andromedæ à *Simone Mario Mundi Jovialis* Auctore, & alia in Antinoo à *Juſto Byrgio Principis Haſſiæ Automatopœo* & aliis.

Anno 1638 *Joannes Phocyllides Holuuarda Franequeræ* obſervavit Novam in collo Ceti tertiæ magnitudinis, aut etiam amplius. Quomodo hæc ſingulis annis diſpareat, ac rurſus prodeat, ſed non ſemper eodem prorſus tempore, (licet *Bullialdus* aliter ſentiret,) poſtea per quatuor integros annos plane delituerit, ex ejus Hiſtoria ab *Hevelio*

Hevelio conscripta & *Mercurio* suo annexa, & ex *Anno Climacterico* abunde patet. D. *Cassini* easdem hujus Stellæ Phases exactis prope 330 diebus recurrere ex observationibus comperit; sic tamen ut 15 diebus aliquando restitutio hæc retardetur aut prævertat. Hæc Stella eadem videtur esse cum illa, quam Anno 1612 observaverat *Fabricius*; loca enim congruunt.

Anni 1670 mense *Julio*, Novam tertiæ magnitudinis sub capite Cygni detexit *Hevelius*, quam ad Vulpeculam suam in *Catalogo* refert; brevi autem adeo diminuta est, ut circa finem *Augusti* 1671 penitus sit exstincta: sed proximo *Martio* rursus affulsit, initio instar minutissimæ Stellulæ, deinde vero ad tertiam magnitudinem crevit, ac postea denuo sensim imminuta sic ut alterâ vice, *Septembri* Anni 1672, penitus evanuit, amplius non visa.

Non tantum Fixæ Novæ nunc primum apparent, sed & aliæ magnitudinis sextæ, quintæ & quartæ, Veteribus cognitæ & ab ipso *Tychone* observatæ, penitus evanuerunt, cujus exempla in *Hevelii Catalogo* passim videre est. Ipse quatuor memorat in *Prodr. Astr.* nempe Stellam in sinistro femore Aquarii, contiguam in cauda Capricorni præcedentem, secundam ventris Ceti, & post lances Libræ informium primam. Aliæ etiam circa hasce factæ sunt ab Astronomis *Gallis* observationes. Sed & notabiles Fixæ primæ, secundæ & tertiæ magnitudinis claritatem & magnitudinem suam sensibiliter mutare deprehenduntur; ut ex Auctorum circa Fixas primæ & secundæ, vel secundæ & tertiæ, magnitudinis diversis sententiis dilucide constat. Ut autem Posteri de mutatione Fixarum notabiliorum facilius & absque errore dijudicare valeant; plura huc spectantia à se observata adscripsit *Hevelius* in *Prodromo*.

Transeo nunc alias in Fixis mutationes ope Telescopii observatas, quales sunt quæ à D. *Cassini* noviter detectæ perhibentur; quod nempe quædam, ut Arietis prima & præ-

præcedens caput Geminorum, aliquando in binas æquales intervallo diametri utriusvis distantes divisæ appareant; quædam aliæ, ut Pleiadum aliquæ & media in gladio Orionis, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ videantur. Phænomena enim hæc, præterquam quod nudis oculis (de quibus solis nos hic agimus) non cernantur, aliunde originem ducere videntur, & alio proinde loco tractanda veniunt.

PROPOSITIO XXXI.

Punctorum Æquinoctialium Præcessionem veram, sive Fixarum Motum in consequentia apparentem definire; & ad datum tempus Locum cujusvis Fixæ ex dato Fixarum Catalogo determinare.

HIpparchus olim, referente *Ptolemæo Cap.* I. *Lib.* VII. *Magnæ Constructionis*, ex comparatione suarum observationum cum illis *Aristylli* & *Tymocharidis*, suspicionem habuit motûs Fixarum in Zodiaco sitarum in consequentia: *Ptolemæus* vero ex *Hipparchi* & aliorum observatis, comparatis cum suis, hunc diserte affirmavit de omnibus, & quidem in circulis Eclipticæ parallelis factum; quod in plurimis notabilioribus Fixis *Cap.* II. & III. comprobat, comparatis earum locis respectu Æquatoris ab Antecessoribus & à seipso observatis. Motumque hunc progressûs comperit esse unius gradus in Annis centum. *Albategnius* ex Reguli locis à *Menelao* & à seipso observatis, intercedentibus annis 785, motum Fixarum esse unius gradûs in 66 annis *Cap.* LII. *Libri* de *Scientia Stellarum* colligit. *Ulugh Beigh*, pluribus adhuc annis interpositis edoctus, singulis septuagenis Annis Solaribus Fixas per unum gradum moveri in *Præf.* ad *Tabulas* suas pronunciat. Posteriores Astronomi, comparatis veteribus, *Albategnii* intermediis, & recentioribus circa hanc rem observationibus, invenerunt & motum hunc esse æquabilem,

lem, & celeriorem quam credidit *Ptolemaus*, tardiorem vero quam *Albategnius* eundem fere quem *Ulugh Beigh* posuit. *Tycho* enim in *Progymnasm. Lib.* 1. hunc colligit gradus unius & 25′ in centum annis, sive 51″ in uno anno. *Copernicus* licet motum hunc inæqualem habuerit, medium ex observationibus antiquis & suis invicem collatis posuit $1^{gr}: 23': 40'': 12'''$ in annis 100: At paulo minorem posuit *Ricciolus*, nempe $1^{gr}: 23': 20''$ pari tempore, quem retinet D. *Flamstedius*. *Streetius* in *Astronomia Carolina* eum adhuc minorem ponit, quippe non ultra $1^{gr}: 20'$. *Bullialdus* in *Astronomia Philolaica* hunc ponit $1^{gr}: 24': 54''$ in annis 100, dum novissime *Hevelius* in *Tabb. Solar.* in *Prodr.* eum vult tantum $1^{gr}: 24': 46'': 50'''$.

Pro singulis igitur annis, prorsum ab Anno cui Catalogus aptatur, addantur Longitudini Fixæ per Tabulas inventæ 50″, (numero rotundo inter variorum numeros intermedio,) fietque Longitudo quæsita: Latitudo interim invariata manet, cum & Fixæ & Ecliptica sint in Cœlo immobiles, solusque Æquator (circulus origine Terrestris) luxatus quasi pristinas suas sedes deserat. Pro singulis vero annis, retrorsum ab Anno Catalogi dato, subducantur 50″ à Longitudine Tabulari, ut proveniat Longitudo dato tempori congrua. Si vero Catalogi dati is sit ordo, ut singularum Fixarum Longitudines à Prima Arietis numerentur, (ut fit in *Copernici* Fixarum Catalogo, item *Clavii*, & quarundam *Tabulis Carolinis* adjuncto,) numero Longitudinis Tabularis (quippe perpetuæ) addatur Longitudo Primæ Arietis (quæ ineunte Anno 1701 ex *Hevelio* est $29^{gr}: 00': 58''$, & singulis post annis augetur per 50″, singulis vero ante minuitur per totidem, ut superius dictum) tempori dato congrua, & constabitur Longitudo quæsita ab Æquinoctio verno, rejecto integro circulo, si summa hunc excesserit. Quod si ad tempus datum quærantur Fixæ Ascensio Recta &

 Declinatio,

Declinatio, ex inventis ejus Longitudine & Latitudine ad tempus datum ut prius, fiet propositum per conversam Prop. XXVII.

SECTIO VI.

De Primi Motus Problematibus insignioribus per Calculum resolvendis.

PROPOSITIO XXXII.

Datorum duorum in Telluris superficie Locorum Differentiam Meridianorum sive Longitudinum per observationes determinare, & Loca illustriora Telluris cum Latitudinibus & Meridianorum Differentiis in Catalogum referre, & Globum Terrestrem construere.

AB observatoribus in datis Locis observetur Phænomenon aliquod instantaneum, (initium *ex. gr.* aut finis Eclipseos Lunæ nostræ, aut Eclipsis cujusvis è Satellitibus Jovis,) notatâ in utroque Loco horâ; Differentia horarum indicatarum in Æquatoris arcum conversa dat Longitudinum sive Meridianorum Differentiam quæsitam. Locorum autem propositorum ille est orientalior, qui plures post meridiem numerat horas; si vero eandem numerent, sub eodem sunt Meridiano. Nam quoniam idem Temporis punctum diversis nominibus horarum in duobus illis Locis gaudet, tantum inter se distabunt Locorum Meridies, aut aliæ quævis horæ eodem nomine insignitæ, quantum diversæ illæ horæ in eodem Loco; adeoque Æquatoris arcus inter Locorum Meridianos interceptus rite reperitur tribuendo cuilibet horæ 15^{gr}. Dictum autem Temporis intervallum *Meridianorum Differentia* vocatur, apposite satis, quia est revera Meridierum.

Pariter, si Horologium Automaton horas in Locorum altero exacte indicans ad alterum deportetur, ut cum alio,

alio horas illic indicante comparetur; Differentia horarum ab Horologiis numeratarum in Æquatoris arcum conversa dat Longitudinum Differentiam quæsitam: sic enim, ut in casu priori, cognoscitur intervallum inter horas eodem momento in binis Locis numeratas. Horologium enim deportatum supponitur horas similiter indicare, ac si suo in loco constitisset.

Locorum illustriorum in Catalogum repositorum cuivis adponatur Latitudo propria, eodem numero graduum designata (per Prop. VII.) quo Altitudo Poli ibi observata per Prop. XVII. Adjiciatur etiam in altera columna Differentia Meridianorum per horas earumque partes expressa (ex supra descriptis inventa) Loci propositi & Loci præcipui assumpti, cum titulo Additionis vel Subtractionis, prout illius Meridianus ad occasum jacet vel ad ortum respectu Meridiani hujus.

Facillime ex datis Locorum Latitudinibus & Differentiis Meridianorum construitur Globus Terrestris: Polis enim & circulo super illis maximo in Sphæra ad id comparata signatis, qui Telluris Polos & Æquatorem referant, ducatur per Polos Circulus Meridianum Loci (ad quem reliquorum in Catalogo Locorum Meridiani referuntur) repræsentans, in quo notetur punctum totidem gradus ab Æquatore ficto distans, quot numerantur in Loci Latitudine tabulari; & propterea illud ipsum erit, quod dictum Locum refert. Alius quivis Locus ponitur in circulo per Polos transeunte, inter quem & Meridianum hactenus positum tot interjiciuntur Æquatoris ficti gradus, (& quidem pro Loci secundi situ, versus ortum vel occasum numerati,) quot reperiuntur in Longitudinum Differentia tabulari supra inventa; & tot gradus ab Æquatore ficto versus alterutrum Polum, quot sunt in ejus Loci Latitudine tabulari. Similiter reliqua Loca illustriora in superficie Globi signantur. Intermedia vel minus illustria per Chorographiam vulgarem & itinera supplentur,

tur, adhibitâ quorundam Latitudine ad correctionem; hæc enim facilius observatur quam Differentia Longitudinis. Globo sic perfecto, vel Meridianus Loci proprii, vel alius quivis per Azores vel Fortunatarum aliquam traductus, pro primo haberi poterit; hoc est, Æquatoris gradus ab ejus intersectione cum Meridiano dicto (ceu initio) versus orientem numerandi sunt. Reliqui circuli aliaque necessaria Prop. XIV. descripta addantur secundum artem.

PROPOSITIO XXXIII.

Datâ Elevatione Poli, & Stellæ vel alterius in Cœlo puncti Ascensione Rectâ & Declinatione, ejusdem Differentiam Ascensionalem, adeoque Ascensionem Obliquam, Moram supra Horizontem, & Amplitudinem Ortivam invenire.

TRaditâ in præcedentibus methodo situm circulorum Sphæræ pro qualibet habitatione determinandi, Stellarum loca respectu dictorum in Sphæra Cœlesti circulorum, Locorumque in Tellure situm respectu eorundem in Telluris superficie consideratorum per observationes inveniendi; ordo postulat, ut præcipuorum (quæ reliqua sunt) circa hæc prius determinata & inventa Problematum per calculum resolutionem breviter indicemus, ad quorum exemplum alia quævis circa Motum Primum similiter resolvere proclive erit.

Tab. XV. Fig. 2. In casu præsenti, repræsentet E Q Æquatorem, cujus Polus P; H O R Horizontem, quorum communes intersectiones, O & punctum huic oppositum, sunt puncta veri Ortûs & Occasûs, poli nempe Meridiani P E Q. Sit S Sydus oriens vel occidens per quod traductus intelligatur circulus Declinationis P S A. In Triangulo O A S dantur, præter rectum ad A, angulus S O A, cujus mensura est H E altitudo Æquatoris; latus A S, Stellæ

Declina-

Declinatio data; invenitur ergo O A, Differentia Ascensionalis quæsita: nam O est punctum Æquatoris simul cum Stella ad Horizontem pertingens; A ejusdem punctum quod simul ad Meridianum appellit. Hæc igitur Differentia Ascensionalis detracta ex Ascensione Recta Stellæ declinantis ad Polum elevatum, addita vero Ascensioni Rectæ Stellæ declinantis ad Polum depressum, dat ejusdem Ascensionem Obliquam; & è contra in Descensione Obliqua. Ast hæc eadem Differentia Ascensionalis, quadranti addita vel ab eodem subducta, dat arcum semidiurnum Stellæ, prout hæc declinat ad Polum elevatum vel depressum: Hic autem in Tempus conversus dat dimidiatam Syderis Moram supra Horizontem. Invenitur etiam in triangulo O A S latus O S, Syderis Amplitudo Ortiva vel Occidua.

Similiter prorsus resolvendo idem triangulum O A S solvitur Problematis hujus conversum; ex datis nempe Syderis punctive Ascensione Recta, Declinatione & Mora supra Horizontem, Poli Elevationem invenire.

PROPOSITIO XXXIV.

Datâ Poli elevatione, si Stella, cujus Ascensio Recta & Declinatio sunt nota, Altitudo observatione innotescat, Temporis momentum & Syderis Azimuthum invenire.

Iisdem Sphæræ circulis per easdem literas denotatis, intelligatur porro per Sydus S verticalis Z S A traductus. *Tab. XV. Fig. 3.* In triangulo P Z S dantur omnia latera; nempe P Z, complementum Elevationis Poli; Z S, complementum Altitudinis Stellæ supra Horizontem; & P S, ejusdem Stellæ distantia à Polo sive Declinationis complementum: Invenitur ergo angulus P Z S, quem metitur Azimuthus quæsitus O A; item angulus Z P S, cujus mensura est Æquatoris arcus E R. Sed ex dato loco Solis datur ejus Ascensio Recta: ergo datur differentia inter hanc & Stel-

læ Aſcenſionem Rectam ex hypotheſi etiam notam : Dabitur ergo horum arcuum ſumma vel differentia ; nempe arcus Æquatoris interceptus nter Meridianum P E H & circulum Declinationis per Solem traductum, qui in tempus converſus exhibet tempus ante vel poſt meridiem, prout Sol ad hujus latus orientale vel occidentale ſitus eſt.

Idem fiet, ſi loco Altitudinis Stellæ ejus Azimuthus obſervatione notus ſit.

PROPOSITIO XXXV.

Datis Longitudine Loci, Diei Horâ & Solis Loco, ſitum Eclipticæ reſpectu Horizontis determinare ; hoc eſt, Eclipticæ & Horizontis angulum, (ſive gradûs Eclipticæ ab oriente puncto Nonageſimi Altitudinem ſupra Horizontem,) punctum Eclipticæ oriens (indeque gradum Nonageſimum) punctumque Horizontis, in quo Ecliptica illum interſecat, invenire.

Tab. XV. Fig. 4. Reliquis manentibus ut prius, ſit in Ecliptica M S E A Sol S. Ad Horam datam inveniatur (per Prop. XX.) ejus Aſcenſio recta, ſive (poſito P S B declinationis circulo) punctum B in Æquatore, ejuſve adeo diſtantia ab E proximo Æquinoctiali puncto, nempe E B. Cumque Hora detur, innoteſcit Æquatoris arcus B Q inter B & Meridianum interceptus, adeoque & B O ejus complementum ad Æquatoris quadrantem Q O : ſed datur B E, unde notus eſt E O arcus. In triangulo igitur A E O inter Eclipticam, Æquatorem & Horizontem comprehenſo, dantur anguli A E O Eclipticæ obliquitas & A O E inclinatio Æquatoris ad Horizontem, & modo inventum latus E O : unde innoteſcent reliqua ; quorum E A O hujuſve complementum ad duos rectos M A H eſt angulus, quem Ecliptica facit cum Horizonte, ab Altitudine gradûs Nonageſimi menſuratus ; E A diſtantia puncti Eclipticæ

Eclipticæ orientis ab Æquinoctiali puncto E, indeque punctum altissimum; sive gradus ab oriente puncto A Nonagesimus innotescit; & O A distantia orientis puncti A à vero Ortu O, in Horizonte computata. Q. E. F.

PROPOSITIO XXXVI.

Iisdem datis, Syderis, cujus Longitudo & Latitudo dantur, situm respectu Horizontis, sive Altitudinem & Azimuthum invenire; item punctum angulumque, in quo Verticalis per dictum Sydus Eclipticam intersecat, determinare.

Syderis S locus secundum Longitudinem & Latitudinem datus (per convers. Prop. XXVII.) reducatur ad Æquatorem; hoc est, quærantur ejus Ascensio Recta & Declinatio. Cumque Solis Ascensio Recta detur, dabitur & Ascensionum harum differentia. Sed ex Hora data notus est Æquatoris arcus inter Meridianum & circulum declinationis per Solem traductum interceptus: innotescit igitur & Q B arcus Æquatoris inter Meridianum & P S declinationis circulum per S transeuntem; adeoque, quem hic mensurat, angulus Q P B. In triangulo Z P S dantur latera P Z, P S (illud complementum Elevationis Poli, hoc dati Syderis distantia à Polo, ex illius Declinatione cognita) cum modo reperto angulo Z P S; unde innotescent latus Z S & angulus P Z S: Z S est Altitudinis E S complementum, & angulum P Z S mensurat R E arcus Horizontis, qui Azimuth dicitur; cumque R O sit quadrans, inventus est arcus O E distantia inter O punctum veri Ortûs & verticalem Z E per S traductum. Porro, in triangulo E C A inter verticalem Z S E, Horizontem H O R & Eclipticam A C M comprehenso, dantur anguli ad E & A (hic supra inventus, Prop. præced. ille rectus) cum latere interjecto E A, cognitorum arcuum O E, O A summa vel differentia: ergo dantur reliqua; nempe A C distantia puncti C ab oriente puncto Tab. XV. Fig. 5.

 cognito

cognito A, E C latus, & angulus E C A, quem verticalis Z S E per Sydus S traductus cum Ecliptica continet. Q. E. F.

Licet Probl. hoc sit Prop. XXVI. quasi conversum, illud ipsum tamen, ob frequentem usum, placuit inserere.

COROLLARIUM.

Iisdem datis, eâdem operâ determinatur Terræ locus, cui Stella S est in vertice. In triangulo enim Z P S, in quo omnia latera angulique innotescunt, latus P S indicat distantiam loci Terræ à Polo ipsi P subjecto; unde ejus latitudo nota est, & angulus Z P S est distantia Meridianorum Loci dati & quæsiti. Quod si S sit in ipsa Ecliptica, Problema simplicius evadit; & adhuc magis tale, si sit Sol, eive oppositum punctum.

PROPOSITIO XXXVII.

Datâ Elevatione Poli & Ascensione Obliquâ Stellæ, ejus Ortum Cosmicum & Achronycum invenire.

Tab. XV. Fig. 6. SPhæræ circulis per literas ut sæpe supra designatis, in triangulo E O A datur angulus ad E, nempe Eclipticæ Obliquitas; latus E O Syderis S Ascensio Obliqua (saltem distantia puncti Æquatoris coorientis ab Æquinoctio proximo, ex Ascensione Obliqua data) & angulus E O A inclinatio Æquatoris ad Horizontem, vel hujus complementum ad duos rectos: Dabitur ergo E A latus, adeoque punctum in Ecliptica cum Stella oriens. Igitur quo tempore Sol locum hunc in Ecliptica tenet, Stella S oritur Cosmice; Sole vero punctum huic oppositum occupante, eadem Stella Achronyce oritur. Similique modo ex Stellæ Descensione Obliqua (per Prop. XXXIII. inventa) Occasus Cosmicus & Achronycus Stellæ elicientur.

Quod si Ortus & Occasus Cosmicus idem significent, quod

quod supra Horizontem Ascensus infraque eundem Descensus; Ortûs & Occasûs Cosmici tempus per praeced. determinatur: Stellæ enim Altitudo (quippe in Ortu & Occasu nulla) datur, unde temporis momentum innotescet. Et tunc Ortus Achronicus idem quod vulgo sonat; nempe vespertinus: Occasus vero Achronycus eodem redit cum Occasu Cosmico vulgo dicto, sive matutino.

PROPOSITIO XXXVIII.

Data Stellæ Ortum & Occasum Heliacum definire.

Reliquis manentibus sit D locus quem tenet Sol, cum Stella S oritur Heliace. Datur igitur in triangulo A F D, præter rectum ad F, F D latus, sc. arcus depressionis Solis requisitæ ut Stella datæ magnitudinis appareat; item angulus D A F, quem Ecliptica comprehendit cum Horizonte, cum Stella S oritur, per Prop. XXXV. repertus: invenietur igitur latus A D. Hic autem arcus adjunctus arcui E A (per præced. invento) dat E D distantiam Solis ab Æquinoctiali puncto E, quando S oritur Heliace. Innotescet igitur tempus Ortûs Heliaci dati Syderis S; idem nempe quo Sol inventum Eclipticæ punctum D tenet. Similiterque Occasus ejus Heliacus reperietur. Tab. XV. Fig. 7.

PROPOSITIO XXXIX.

Datis Latitudine Loci & Loco Solis, initium Crepusculi Matutini & finem Vespertini invenire.

Designet Z E P N Meridianum; E Q Æquatorem; H O Horizontem, cujus Poli Zenith Z & Nadir N; S Solem infra Horizontem depressum: per quem traductus intelligatur Declinationis circulus P S R, & verticalis Z S N. In triangulo Z P S dantur omnia latera; nempe P Z complementum Elevationis Poli; P S distantia Solis à Polo, ex ejus Loco nota; & latus Z S, compositum ex qua- Fig. 8.

 drante

drante & depressione Solis ad initium vel finem Crepusculi necessaria: Innotescet igitur angulus Z P S, cujus mensura est arcus R E, qui in Tempus conversus exhibet horas quæsitas, post Meridiem numerandas ad finem Crepusculi vespertini; harumque complementum ad 12 horas, sive arcus R Q, horas à media nocte numerandas ad initium Crepusculi matutini.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

Si circulum in Sphæra maximum duo maximi ad angulos æquales secuerint, omnium huic parallelorum circulorum arcus à duobus secantibus intercepti sunt inter se similes; intersecantium vero arcus inter binos parallelos comprehensi sunt inter se æquales.

Tab. XV. Fig. 9. CIrculum maximum E Q V secent duo maximi H E O; H Q R in E & Q, ita ut anguli H E Q, H Q V sint æquales. Dico cujuslibet circuli P A L ipsi E Q V paralleli arcum A P, ab ipsis H E O, H Q R interceptum, similem esse ipsi E Q; ipsorum vero H E O, H Q R arcus P E, A Q inter binos parallelos interceptos esse inter se æquales. Per Polos ipsius E Q V ducantur circuli maximi P B, A C. Estque Sinus arcus A C. Sinum A Q: : (Sinus A Q C. Radium : : Sinus P E B. Radium : :) Sinus P E B. Sinum P E. Sed arcus P B, A C (per Prop. X. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) æquantur, adeoque & horum Sinus: ergo etiam arcus A Q, P E æquales sunt. Porro, in triangulis P E B, A Q C, in quibus anguli B & C (quippe recti) & E & Q (ex hypothesi) sunt æquales, item latera P E, A Q & P B, A C hactenus ostensa æqualia, erunt etiam & latera E B, Q C æqualia, adeoque arcus E Q, B C æquales. Sed A P, B C (per *Prop.* X. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) sunt arcus similes, ergo & Q E, A P etiam similes sunt. Et quoniam circulus P A L sumptus est utcunque, omnium ipsi E Q V parallelorum circulorum

culorum arcus à circulis H E O, H Q R comprehensi sunt ipsi E Q & proinde inter se similes. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

Parallelum invenire, in quo Sol versatur tempore Minimi Crepusculi.

LOnge diversam esse rationem incrementi & decrementi Crepusculorum ab incremento & decremento Dierum Artificialium jam olim est observatum: Dies enim augentur Sole à Tropico hyemali ad æstivalem redeunte; Crepuscula vero non item. Hæc enim minuuntur post brumam usque ad certum terminum ante Æquinoctium vernum, ubi minima sunt; & postea augentur, dum Sol Æquatorem transit & ad Tropicum æstivum tendit: inde vero minuuntur ad certum terminum post Æquinoctium autumnale; post hunc vero ad mediam hyemem augentur rursus. Proponatur inquirendus Parallelus à Sole per motum diurnum descriptus, cum Crepusculum in data habitatione est minimum.

In schemate sit Z S N M Meridianus, S E M Horizon, cui sit parallelus *Circulus* minor C A R *Crepusculorum* dictus; is nempe in quo Sol hæret ad initium Crepusculi matutini & finem vespertini. Ponatur A P parallelus quæsitus. Per punctum A, ubi hic intersecat C R, ductus concipiatur A Q H O circulus maximus Horizonti H O in O & H occurrens, qui Æquatorem E Q secat in Q, ita ut angulus A Q E sit æqualis angulo P E D vel T E K. Et (ideo per præc. Lemma) E Q arcus similis est arcui P A; & alterius cujusvis circuli Æquatori paralleli arcus *a p*, inter O E S & O A L interceptus, eidem A P vel Q E similis etiam erit; eorumque quilibet erit mensura durationis Crepusculi, dum Sol parallelum P A percurrit. Quoniam vero (ex hypothesi) istud minimum est, horum arcuum nullus, præter P A, ad C R pertinget. Tab. XV. Fig. 10.

 (Nam

Tab. XV. Fig. 10. (Nam dum Sol motu diurno alium quemvis parallelum describit, durationis Crepusculi mensura est ejus arcus *p b*, inter Horizontem S E M & Crepusculorum circulum C A R interceptus; quæ cum (ex hypothesi) major sit quam Crepusculi Minimi mensura P A, patet *p a* ad C R non pertingere, quia major *p b* eousque tantum pertingit.) Et igitur Crepusculorum circulus C A R circulum maximum O A H contingit: & quia ejus pars infra Horizontem (nempe O A H) est semicirculus, & C A R Horizonti parallelus, patet H L A vel O A esse circuli quadrantem. Ideoque polis O & H per A descriptus circulus N A T Z Æquatorem ad K intersecans maximus est, & per Zenith & Nadir transit, & Horizonti ad angulos rectos in T occurrit. Porro, in triangulis sphæricis E T K, Q A K anguli E T K, Q A K (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Theod.*) recti sunt & proinde æquales, item anguli T E K, A Q K (per constructionem) æquales, & reliqui T K E, A K Q æquales; (quippe ad verticem positi:) unde (ex sphæricis) invicem æquilatera sunt ista triangula; hoc est, arcus T K æqualis K A, & T E æqualis Q A: Sed (per præced. Lemma) Q A æqualis E P, quare T E æqualis E P. Præterea, in triangulo sphærico E T K rectangulo ad T (per Prop. Trigonom. Sphæric. notissimam) est radius ad tangentem complementi anguli T E K inclinationis Æquatoris ad Horizontem, sicut tangens arcus T K ad sinum arcus E T: & permutando, radius ad tangentem semissis arcus depressionis circuli Crepusculorum infra Horizontem sicut tangens Elevationis Poli ad sinum arcus E T vel E P. Rursus, in triangulo E D P (posito D P circulo Declinationis) rectangulo ad D sinus arcus E P est ad sinum arcus D P ut radius ad sinum anguli D E P; hoc est, ad sinum complementi Elevationis Poli: Sed in omni arcu tangens est ad sinum sicut radius ad sinum complementi; quare sinus arcus E P est ad sinum arcus D P ut

ut tangens Elevationis Poli ad ejusdem sinum. Et invertendo ac permutando, tangens Elevationis Poli est ad sinum arcus E P, sicut sinus dictæ Elevationis ad sinum arcus D P: Sed est (ex superiùs ostensis) in casu Minimi Crepusculi, ut radius ad tangentem semissis arcus depressionis circuli crepusculorum ita tangens Elevationis Poli ad sinum arcus E P; & igitur est radius ad tangentem semissis arcus depressionis circuli crepusculorum, sicut sinus Elevationis Poli ad sinum arcus P D; nempe declinationis Paralleli, quem Sol decurrit dum Crepusculum est Minimum. Q. E. I. Tab. XV. Fig. 10.

S C H O L I U M.

Si depressio circuli Crepusculorum infra Horizontem sit 18^{gr}, (ut communiter statuitur,) erit radius ad tangentem 9^{gr} ut sinus Latitudinis ad sinum declinationis Solis versus Polum depressum tempore Minimi Crepusculi. Datis vero paralleli Declinatione & Obliquitate Eclipticæ, invenientur (per Prop. XX.) Eclipticæ puncta bina, & (ex Theoria Solis) tempora Anni, quibus Sol est in datis locis; hoc est, quando Minimum fit Crepusculum. Sic *Londini* Minimum Crepusculum est Sole ab Æquatore declinante versus austrum 6^{gr} $7'$, & 15^{gr} $30'$ ♎ vel ♓ occupante, quod hoc ævo circa diem 22 *Februarii* & 27 *Septembris* Anni *Juliani* contingit. Hoc à *Blancano* in *Sphæra* annotatum est, qui ait Crepuscula brevissima circa dimidiam *Libram* ac dimidios *Pisces* contingere. Problema hoc proposuit ac solvit (per binas tamen analogias) *Petrus Nonius* in *Libro* de *Crepusculis* Anno 1541 edito, quem sequuntur *Ambrosius Rhodius* & *Clavius*.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

In dato positione plano, cui Horologium Sciotericum est inscribendum, Lineam Meridianam, Angulum Styli, & Lineam Substylarem determinare.

Tab. XVI. Fig. 1. PLanum omne, cui Sciotericum Horologium inscribitur, per centrum Sphæræ transire supponitur, (quia respectu distantiæ Solis ejus distantia à centro insensibilis est,) adeoque hujus interfectio cum Sphæræ superficie est circulus maximus. Sit tale planum I R S M C T per Mundi centrum T transiens, quod ad superficiem productum circulum efficit I R S M C. Sit H I O habitationis Horizon, H Z O Meridianus (in quo Polus P, & Zenith Z) priorem circulum ad M intersecans. Ex data plani I R S C positione datur ejus *Declinatio*, per angulum I T H sive arcum I H mensurata, quâ nempe plani I R S C recta Horizontalis I C declinat ab H O linea Meridiana in plano Horizontali per Prop. XVI. ducta. Datur etiam Z R; nempe arcus circuli verticalis ad I R S C normalis inter Zenith & dictum circulum interceptus, *Inclinationis* vel *Reclinationis* plani dati mensura. In triangulo Sphærico M Z R rectangulo ad R datur Z R, & angulus R Z M æqualis complemento anguli I T H ad rectum: (Nam verticalis Z R in circulum I R S C normalis tantum declinat à verticali primario (per ortum & occasum Æquinoctialem traducto) quantum I T ab H T; adeoque illius complementum, nempe R Z M, æquale est hujus I T H complemento.) Invenietur ergo latus R M, sive (quem hoc mensurat) angulus in Scioterici plano R T M. Sed datur T R positione; (est enim in plano dato perpendiculi succedaneum, sive recta Horizontali rectæ I T C normalis;) quare dabitur quæsita Meridiana recta T M in plano Scioterici, sive communis sectio plani Meridiani cum plano Scioterici. In eodem triangulo M Z R inve-

inveniuntur etiam latus z m & angulus r m z, usui modo futura. Rursus, per Polum Mundi p ducatur arcus circuli maximi p s ad i r s c normalis: Et in triangulo p s m rectangulo ad s datur angulus p m s modo inventus, & latus p m prius inventi arcûs z m, & distantiæ Poli à Zenith, nempe z p summa vel differentia: innotescet igitur tum arcus p s, sive, quem hic metitur, angulus p t s inclinatio Axis p t ad planum i r s c; hoc est, Styli Angulus quæsitus; tum latus m s, sive, quem hoc mensurat, angulus rectilineus in Scioterici plano s t m comprehensus inter t m lineam Meridianam prius determinatam & Substylarem rectam t s, cui nempe insistens planum Gnomonis p t s, cujus acies altera est Mundi Axis p t umbram faciens, est ad Scioterici planum normale. Q. E. F.

PROPOSITIO XLIII.

Invenire angulum, quem linea Hora data comprehendit cum Meridiana in plano Scioterici; & inde Horologium Sciotericum in dato plano describere.

Iisdem manentibus, sit circulus Horiarius b p *b*, cujus plani cum plano positione dato i m c intersectio t *b* quæritur. Ex data circuli hujus Hora datur angulus h p b vel m p *b*, quem hic cum Meridiano comprehendit. In triangulo igitur sphærico p m *b*, dantur (ex Prop. præc.) latus p m & angulus p m *b*, & etiam angulus m p *b*: Invenitur ergo arcus m *b*; &, quem hic metitur, angulus rectilineus in plano Scioterici m t *b*, quem linea Horaria t *b* cum Meridiana t m continet. Datâ ergo (per Prop. præc.) positione t m rectâ, determinabitur t *b* linea Horaria quæsita in Scioterici plano dato. Q. E. F. Tab. XVI. Fig. 2.

Atque hoc modo Horologium Solare perficitur, Meridianam & Substylarem (per Prop. præc.) ex puncto pro

 centro

centro assumpto ducendo, & super Substylarem rectam Stylum in angulo, per præced. etiam invento, erigendo, reliquasque Horarias in angulis cum Meridiana T M per Prop. hanc determinatis ducendo, propriisque numeris notando. Sic T *b* est linea Horæ undecimæ post mediam noctem, si P B circulus sit ad orientem Meridiani P Z H, cum illo continens angulum 15^{gr}; hoc est, si T *b* sit ad occidentalem lineæ Meridianæ T M plagam, & angulus M P *b* in superficie Sphæræ 15^{gr}. Similiterque T X ad easdem partes sita erit linea Horæ decimæ, si M P X sit 30^{gr}; & ita porro.

PROPOSITIO XLIV.

Hora data lineam ducere in Horologio Scioterico, cujus planum per Polos transit; & inde Sciotericum Polare describere.

Tab. XVI Fig. 3. QUoniam circuli horarii omnes in Axe Mundi se mutuo interſecant, hic autem Axis semper est in plano Polari; patet lineas Horarias, in tali plano, omnes in ista recta reperiri: Verum ut discretæ sint, non cum Substylari confusæ, concipiendum est Horologium non in ipso plano I M C per centrum transeunte describi, (ut in omni alio casu,) sed in alio plano *i m* γ priori parallelo & proximo; adeo ut recta opaca umbram projiciens & cum Axe Mundi coincidens distet à plano *i m* γ, rectâ P S. Cumque distantia Solis pro infinita habeatur, quævis data P S ejus respectu evanescit, planaque parallela per I M C, *i m* γ traducta proxima æstimantur; & circulorum Horariorum H P *m*, B P *b* &c. se mutuo in Polo P decussantium portiones P *m*, P *b* &c. inter Polum & circulum *i m* γ interceptæ pro rectis habendæ sunt; & sphæricæ superficiei pars quam portiones hæ occupant (cum sit respectu totius infinite exigua) pro plano est habenda.

In plano igitur Polari, inventâ (per Prop. XLII.) Substylari

Subſtylari rectâ, erigatur Stylus cujuſvis aſſumptæ latitudinis, ut P S, cujus acies altera in Mundi Axe poſita eſt Subſtylari parallela; namque nullus eſt hic Styli angulus. Ad inveniendam lineam Meridianam advertatur, in triangulo rectilineo P S *m* præter rectum ad S dari latus P S, nempe Styli altitudinem; & angulum S *m* P æqualem angulo M P Z, ad Prop. XLII. invento: invenietur ergo S *m* diſtantia Meridianæ lyneæ à Subſtylari in recta S *m*, quæ eſt ad Subſtylarem normalis, quia M P (ad *i* γ parallela) normalis eſt ad P T; invenieturque etiam latus P *m*. Per punctum ergo *m* ducta recta Subſtylari parallela (quia, ut ſupra oſtenſum eſt, lineæ Horariæ & Subſtylaris, quæ etiam eſt harum una, in hujuſmodi plano parallelæ ſunt) erit in propoſito Scioterico linea Meridiana. Si ducenda eſt linea alterius cujuſvis Horæ datæ, cujus nempe circulus eſt B P, *v. g*; in triangulo P *b m* dantur anguli P *m b*, & *m* P *b*, (ille ſuperius inventus, hic æqualis angulo ad verticem Z P B dato ex Hora circuli P B data;) item latus P *m* prius determinatum: invenietur ergo *m b*, cujus terminus *m* datur, quare dabitur & *b*. Per hoc igitur ducta recta Subſtylari parallela erit linea Horæ, cujus circulus eſt P B. Similiterque reliquæ omnes Horariæ ducentur, & Horologium in plano Polari perficietur. Q. E. F.

Sunt & alii faciles modi Sciioterica Horologia deſcribendi: nos maxime obvium & ad doctrinam Primi Motûs elucidandam accommodum arripuimus; ad horum autem exemplum alia quævis per Gnomonis umbram indicanda in Scioterico deſcribere proclive erit.

SECTIO VII.

De Parallaxi Syderum.

PROPOSITIO XLV.

Parallaxis naturam describere, ejusque varias species enumerare.

Tab. XVI. Fig. 4. PEr totum hunc Librum ſuppoſuimus Phænomena, de quorum locis agimus, eſſe inter Fixas ſita; vel (ſi locum ſortiantur inter centrum ſive Tellurem & ſuperficiem ſive Fixas intermedium) illa ad Fixas referri ope rectarum à centro per Phænomena protenſarum; hoc eſt, ex centro ſpectari. Et licet Tellus reſpectu Sphæræ Fixarum centri vicem gerat, & puncti naturam induat, reſpectu tamen diſtantiarum aliorum Syderum idem non contingit; ſed fiet ut Phænomenon aliquod intermedium, ſpectatum è Telluris ſuperficie, diverſum ſortiatur locum inter Fixas (ſive in ſuperficie Sphæræ concavæ Terræ concentricæ infinite diſſita) ab illo quem è centro ſpectatum ſortiri videretur; & Diverſitas hæc voce aptiſſimâ *Parallaxis* vocatur: Ut ſi L T deſignet Terram, cujus centrum C; L locum in ejus ſuperficie, cujus Zenith Z; Z S H Fixarum Sphæram; Phænomenon P ex L ſpectatum inter Fixas ad σ referetur, ſed è centro C ad S ejus locum verum. Differentia inter locum verum S & viſum σ, ſive arcus S σ, eſt Phænomeni P Parallaxis: Sed & hæc eadem per angulum S P σ vel L P C exponitur; nam quia L T reſpectu circumferentiæ Z S H evaneſcit, etiam & z P h (ad quam L T ſenſibilem habet rationem) ipſius Z S H reſpectu centri inſtar eſt; hoc eſt, arcus S σ conſiderari poteſt tanquam centro P deſcriptus. Unde liquet per Parallaxin Phænomenon quodvis Horizonti propinquius in circulo verticali videri, & quidem tanto

tanto magis (cæteris paribus) quanto depressius est; & Phænomenon in vertice, ut in z, spectatum è superficie in L ad eundem inter Fixas locum referri atque si è centro C spectaretur, sive Parallaxin esse in Zenith nullam.

Per Parallaxin supra descriptam (quæ vel *Parallaxis Altitudinis* vel etiam simpliciter Parallaxis dicitur) mutatur etiam Phænomeni Locus secundum Longitudinem & Latitudinem: Sit enim Locus Phænomeni verus C, visus γ, ita ut Parallaxis sit C γ; si ducti concipiantur per C & γ circuli Latitudinis C E, γ ι Eclipticæ E L occurrentes in E & ι, erit Locus visus in Ecliptica ι, verus E; adeoque mutatio Longitudinis propter Parallaxin facta est E ι, quæ & *Parallaxis Longitudinis* vocatur. Latitudo autem vera C E mutatur in visam γ ι, quarum differentia γ O (posito C O parallelo Eclipticæ) est *Parallaxis Latitudinis*. Quod si contingat verticalem, ut Z D N, per Phænomenon D transeuntem esse etiam Eclipticæ normalem, (quod fit cum per Eclipticæ punctum altissimum A sive nonagesimum ab oriente gradum incedit,) tum omnis Parallaxis Latitudinem solam afficit. Per Parallaxin enim locus in verticali tantùm mutatur, & quoniam (in casu præsenti) hic cum Latitudinis circulo congruit, locus in hoc solo mutatur, immutato manente Eclipticæ puncto, ad quod per dictum Latitudinis circulum refertur: similiterque Longitudo sola quandoque afficitur, immutatâ Latitudine; nempe quando Phænomenon est in Ecliptica per Zenith transeunte. Ex quibus constat Phænomeni ad orientem ab Eclipticæ gradu nonagesimo positi Longitudinem per Parallaxin augeri, quia adhuc magis in orientem ab hac causa promovetur; inde ad occidentem vero positi Longitudinem minui: unde præter alium omnem motum Phænomeno competentem, ex Parallaxi moveri videbitur, quoniam ob mutatam Parallaxin ejus locus visus mutatur. Atque motus hic, qui non verus est sed visus, *Parallaxis Motûs*

Tab. XVI. Fig. 5.

tùs à quibuſdam dicitur. Quæque de Phænomeno reſpectu Eclipticæ ejuſque Secundariorum, de eodem ad Æquatorem relato ſimiliter ſunt intelligenda.

PROPOSITIO XLVI.

Diſtantia Phænomeni à centro Terræ eſt ad ſemidiametrum Terræ, ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice ad ſinum parallaxis.

Tab. XVI. Fig. 6. SIt T centrum Terræ; locus in ejus ſuperficie L, cujus Zenith Z, Horizon T H; ſitque Phænomenon in P. Eſtque (ex notiſſima trianguli rectilinei proprietate) T P ad T L ſicut ſinus anguli T L P (ſive hujus complementi ad duos rectos Z L P) ad ſinum anguli T P L; hoc eſt, diſtantia Phænomeni à centro Terræ ad ſemidiametrum Terræ ſicut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice ad ſinum Parallaxis. Q. E. D.

Hinc datâ Parallaxi datæ altitudini competenti, dabitur diſtantia Phænomeni à centro Terræ, & viciſſim.

PROPOSITIO XLVII.

Sinus diſtantiarum apparentium Phænomeni à vertice ſunt ſicut ſinus Parallaxium.

ETenim (per Prop. præc.) ſinus diſtantiæ apparentis à vertice eſt ad ſinum Parallaxis ut diſtantia Phænomeni à centro Terræ ad ſemidiametrum Terræ; hoc eſt (in eodem Phænomeno) in ratione conſtanti. Quare ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice in prima obſervatione ad ſinum diſtantiæ apparentis à vertice in obſervatione quavis alia ita ſinus Parallaxis in obſervatione prima ad ſinum Parallaxis in ſecunda obſervatione. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XLVIII.

Duorum Phænomenωn inæqualiter à Terra centro remotorum, quorum æqualis est distantia apparens à vertice, Parallaxes sunt reciproce ut distantiæ à centro Terræ.

Reliquis ut prius designatis, sint duo Phænomena P & *p* in æquali distantia apparenti à vertice Z, per angulum Z L P mensurata. Patet sinum anguli L P T esse ad sinum anguli P *p* T vel L *p* T, hoc est, sinum Parallaxis Phænomeni P ad sinum Parallaxis Phænomeni *p* sicut T *p* ad T P, hoc est, reciproce ut Phænomenωn distantiæ à centro T. Tab. XVI. Fig. 7.

PROPOSITIO XLIX.

Ratio sinûs Parallaxis unius Phænomeni ad sinum Parallaxis alterius Phænomeni componitur ex ratione inversa distantiarum à centro Terræ, & ratione directa sinuum distantiarum apparentium à vertice.

Nam datâ distantiâ à centro Terræ, sinus Parallaxis est ut sinus distantiæ apparentis à vertice, (per Prop. XLVII;) & datâ apparenti distantiâ à vertice, sinus Parallaxis (per præced.) est inverse ut distantia à centro Terræ: & igitur neutrâ datâ, sinus Parallaxis est ut distantia apparens à vertice directe, & distantia à Terræ centro inverse conjunctim Q. E. D.

PROPOSITIO L.

Phænomeni declinationem non mutantis, inter Polum & verticem transeuntis, Parallaxin investigare.

Sit Z P Meridianus, in quo Z Zenith, P Polus; Phænomeni cujus parallelus à primo motu descriptus V A, locus verus sit V, visus L; Verticalis à Meridiano remotissi- Tab. XVI. Fig. 8.

inveniuntur; unde ipsi arcus similiter atque prius noti fient. Q. E. F.

PROPOSITIO LII.

Datâ utrâque altitudine meridianâ Phænomeni, neque declinationem mutantis neque occidentis, ejus Parallaxin invenire.

SIt Z H Meridiani quadrans à Zenith ad Horizontem protensus, in quo Polus P; locus Phænomeni verus supra Polum A, visus α; infra Polum ejus locus verus B, visus β. Si Phænomenon transeat inter Polum & verticem, differentia inter visas à Polo distantias, nempe P β — P α, est Parallaxium in α & β summa: nam Polo P descriptus per A circulus transit etiam per B, quia Phænomeni eadem est vera declinatio. Si porro per α describatur super eodem Polo circulus α C, erit P C = P α; adeoque P β — P α = (P β — P C = C β =) summæ Parallaxium in α & β. Datâ vero summâ Parallaxium in α & β, & ratione sinuum earundem, (eâdem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione sinuum distantiarum apparentium à vertice,) invenientur per præc. Lemma ipsæ Parallaxes quæsitæ. Tab. XVI. Fig. 10.

Si Phænomenon transeat ultra verticem respectu Poli, tum differentia inter P β, P α visas à Polo distantias est æqualis Parallaxium differentiæ. Cum enim B β sit Parallaxis in viso loco , & A α sive (eâdem adhibitâ preparatione quæ prius) B C in loco α, est C β (hoc est P β — P α) differentia Parallaxium in locis visis β & α. Datâ vero duorum arcuum differentiâ, cum ratione sinuum, (eâdem nempe cum ratione sinuum distantiarum apparentium Z α, Z β à vertice,) invenientur ipsi arcus sive Parallaxes quæsitæ. Fig. 11.

Si vero Phænomenon transeat per ipsum verticem; hoc est, si puncta Z, A & α coincidant, item B & C; tum B β vel C β est ipsa Parallaxis loci visi β.

Nn PRO-

PROPOSITIO LIII.

Datâ utrâque altitudine Phænomeni, declinationem non mutantis, in eodem verticali circulo observatâ, illius parallaxin investigare.

Tab. XVI. Fig. 12. Reliquis ut prius designatis, sit Z A B verticalis, in quo Phænomenon bis observetur, visum nempe in α & in β, sed cujus loca vera sint A & B, & A B E Phænomeni parallelus per motum primum descriptus. Eodem Polo P per α describatur alter circulus α C, & verticalis portiones A α, B C inter illos interceptæ (per *Prop.* 13. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) sunt inter se æquales; adeoque C β est vel summa vel differentia Parallaxium A α, B β. Ad hanc inveniendam ducti intelligantur circuli in Sphæra maximi P α, P C. Et in triangulo Z α P, ex datis Z P complemento altitudinis Poli, Z α distantia visa Phænomeni in α à vertice Z & angulo comprehenso α Z P ex Azimutho, observatione cognito, invenietur α P, cui æqualis est arcus C P. Rursus, in triangulo P Z C, ex datis duobus lateribus P Z, P C, cum angulo P Z C, innotescet Z C, cujus defectus ab observato arcu Z β est C β summa Parallaxium in locis α & β, cum P Z excedit P α; vel earum differentia, cum P Z deficit à P α. In utroque autem casu, cum præterea detur ratio sinuum dictarum Parallaxium, (eadem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione sinuum distantiarum apparentium à vertice,) invenietur utraque Parallaxis locis visis α & β competens.

PRO-

PROPOSITIO LIV.

Datis duabus Altitudinibus Phænomeni eodem temporis momento in datorum Locorum Terrestrium communi Azimutho observatis, Phænomeni Parallaxin investigare.

Sint duo in Tellure Loca A & B, quorum vertices z & x, communis Azimuthus z D x: sitque Phænomeni verus locus D, locus ex A visus δ, ex B vero visus *d*: sintque primo puncta hæc inter vertices z & x. Summa distantiarum apparentium à vertice, (nempe arcuum z δ & x *d*,) observatione cognitorum, excedit verticum distantiam z x (per Prop. XXIV. inventam) excessu æquali *d* δ Parallaxium summæ. Quod si puncta D *d* δ sint extra arcum x z, differentia distantiarum apparentium à vertice, (nempe z δ dempto x *d*,) excedit verticum distantiam x z excessu æquali *d* δ Parallaxium quæsitarum differentiæ. Tab. XVII. Fig. 1.

Præter Parallaxium summam vel differentiam modo supradicto inventam, datur ratio sinuum dictarum Parallaxium; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione sinuum arcuum z δ, x *d* distantiarum apparentium à vertice. Unde (per Prop. LI.) in utroque casu invenientur ipsæ Parallaxes. Q. E. F.

PROPOSITIO LV.

Datis duabus altitudinibus Phænomeni è datis in Tellure Locis, eodem temporis articulo etiam extra communem Azimuthum observatis, Phænomeni Parallaxin invenire.

Ex datis Locorum longitudinibus idem temporis momentum, ad observationem in binis Locis instituendam necessarium, designatur per numeros horarum à Meridie vel media nocte respective numeratarum, quarum differentia æqualis est differentiæ longitudinum in tempus conversæ, Fig. 2.

 orienta-

Tab XVII. Fig. 2. orientaliore Loco plures horas numerante; quod inter obſervandum determinatur in præc. cum Phænomenon in communi Azimutho reperitur, niſi uterque locus ſit in Æquatore. Sit x z communis Azimuthus duorum Locorum Terreſtrium, quorum vertices x & z; è quibus eodem temporis momento (diverſis licet appellationibus deſignato) obſervetur Phænomenon, cujus verus locus D; ejuſque viſus locus ex habitatione cujus vertex x ſit *d*, ex habitatione cujus vertex z ſit *δ*. In triangulo x D z, ex datis angulis x & z (quos nempe obſervati Azimuthi cum Azimutho habitationum communi comprehendunt) & latere x z verticum diſtantia (per Prop. XXIV. inventa) inveniuntur x D, z D arcus, qui ſubducti ab arcubus obſervatis x *d*, z *δ* relinquunt D *d*, D *δ* Parallaxes quæſitas. Q. E. F.

PROPOSITIO LVI.

Phænomeni Parallaxin per methodum præcedentibus duabus haud abſimilem exactiſſime inveſtigare, adhibendo vicinam aliquam Stellam Fixam.

Fig. 3. Cum Phænomenon, cujus quæritur Parallaxis, eſt in communi Azimutho x D z duarum habitationum in Terra ad hoc deſignatarum, quarum vertices x & z; obſervetur illud cum vicina aliqua Fixa: ſitque Fixæ locus s, Phænomeni locus ex habitatione infra x ſit *d*; adeoque hâc obſervatione dantur arcus x *d* diſtantia viſa Phænomeni à vertice, arcus s *d* diſtantia inter Phænomenon & Fixam, & angulus x *d* s inter hunc & communem Azimuthum comprehenſus. Eodem temporis articulo ex habitatione infra z, è qua Phænomeni locus viſus eſt *δ*, obſerventur z *δ*, s *δ* & angulus s *δ* z: & quamvis arcus x *d*, z *δ* nequeant quam exactiſſime obſervari, (utpote ad quorum dimenſionem quadrantem adhibere opus eſt;) poſſunt tamen ſatis accurate ad noſ-

trum

trum inſtitutum: & ſi poſſent quam accuratiſſime, Phænomeni Parallaxis (per Prop. LIV.) inde immediate pateſceret. Tamen arcus *d* s, δ s & anguli ad *d* & δ poſſunt accuratiſſime obſervari, Phænomeni & vicinæ Fixæ s imaginem ope ſpeculorum aut lentium in planum projiciendo, in quo recta eſt ducta communem Azimuthum x z referens, ejuſque imaginis (ſi quam projiceret) locum tenens, (ut in Opticis & Aſtronomicis obſervationibus verſato ſatis conſtat :) & igitur in triangulo *d* s δ, ex datis lateribus s δ, s *d* cum angulis ab illis ſubtenſis *d* & δ, invenietur *d* δ baſis, quæ eſt Parallaxium ſumma; ex qua & ratione ſinuum ſegmentorum δ D, *d* D, (poſito D Phænomeni loco vero,) eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione ſinuum z δ, x *d* diſtantiarum apparentium à vertice, innoteſcent (per Prop. LI.) ipſa ſegmenta D *d*, D δ Parallaxes quæſitæ. Nec ſecus invenietur Parallaxium differentia, indeque ipſæ Parallaxes (per dictum Lemma) ſi D, *d*, δ ſint extra x z, ſed in illo producto.

Si Phænomeni locus verus D ſit extra habitationum communem Azimuthum x z, iiſdem per eadem atque prius deſignatis, per vertices x & z & Phænomeni loca viſa reſpectiva ducantur circuli verticales x *d*, z δ, quorum interſectio eſt verus Phænomeni locus D. Ducantur etiam per Fixæ locum s verticales x s, z s, junganturque puncta s, *d*, δ circulis maximis s *d*, s δ, *d* δ. Obſervator infra x exactiſſime obſervet (præter arcum x *d*) angulos x *d* s, x s *d* & latus s D, vel modo ſuperius inſinuato vel accuratiori quovis; item obſervator infra z (præter z δ,) angulos z δ s, z s δ & arcum s δ. Porro, ex datis habitationibus (per Prop. XXIV.) datur z x, & ex hujus ſitu, per Fixæ s obſervationem, habentur anguli z x s, x z s; unde innoteſcet angulus x s z, qui ex ſumma ipſorum x s *d*, z s δ ablatus relinquet *d* s δ, ex quo & lateribus *Tab. XVII. Fig. 4.*

s *d*, s *δ* cognitis inveniuntur anguli s *d δ*, s *δ d* & *d δ* latus. Sed prius noti erant, per obſervationem, s *d* x, s *δ* z; quare & reliqui D *d δ*, D *δ d* innoteſcunt, per quos & cognitum latus *d δ* in triangulo D *d δ* inveniuntur latera D *d*, D *δ* Parallaxes quæſitæ.

PROPOSITIO LVII.

E Datis duabus obſervationibus Phænomeni fixi, hoc eſt, cujus nullus eſt motus præter diurnum, ejus Parallaxin invenire.

Tab. XVII. Fig. 5. Eferat E C L I Eclipticam; B Phænomeni locum verum, Eclipticæ reſpectu prorſus fixum. Et in obſervatione altera ſit Z B L circulus verticalis, in quo Zenith Z, & Phænomeni locus viſus β; in altera ſit X B L verticalis, X Zenith, (etenim punctum verticale conſiderari poteſt moveri reſpectu Eclipticæ immotæ, æque ac Ecliptica reſpectu immoti verticis, & quidem magis proprie;) & *b* Phænomeni locus viſus. Ex prima obſervatione (per Primi Motûs Problemata ſupra conſtructa) determinabuntur Eclipticæ punctum L, ubi verticalis per B tranſiens Eclipticæ occurrit; & arcus Z L, portio nimirum verticalis circuli inter Zenith & Eclipticam interceptus; & angulus Z L E inter dictum verticalem & Eclipticam comprehenſus. Similiterque in obſervatione ſecunda Phænomeni in B innoteſcent punctum Eclipticæ C, arcus X C, & angulus X C L. In triangulo igitur B C L, ex datis angulis B C L, B L C & latere interjecto C L (diſtantiâ nempe notorum in Ecliptica punctorum) innoteſcent latera B L, B C, quæ ab arcubus prius inventis Z L, X C ablata relinquunt Z B, X B. Atque hi rurſus ablati à Z β, X *b*, cognitis diſtantiis apparentibus à vertice, relinquunt B β, B *b* Phænomeni Parallaxes momentis obſervationum congruentes.

PRO-

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Sint duo triangula rectilinea A B C, D E F *habentia angulos* A B C, D E F *datos; sintque data rationes* A B *ad* D E, A C, *ad* D F, *&* B C *ad* E F: *oportet ex dato latere* A B *utrumque triangulum invenire.* Tab. XVII. Fig. 6.

Fiat angulus G B C æqualis D E F, sumaturque B G talis, ut ratio B A ad B G æqualis sit rationi compositæ ex rationibus datis B A ad E D & E F ad B C, quod fiet capiendo B G æqualem quartæ proportionali ipsis E F, B C & E D. Deinde, in B C positione data eligatur punctum C tale, ut junctarum A C, G C ratio æqualis sit compositæ ex datis rationibus A C ad D F & E F ad B C, quod fiet ut prius. Deinde, sit B G ad B H in ratione B C ad E F, sitque H I parallela G C: Dico triangula A B C, B H I esse quæsita.

Manifestum est ex constructione, rationem B C ad B I esse æqualem rationi B C ad E F; item angulos A B C, H B I esse æquales datis. Porro, ratio A B ad B G (per constructionem) componitur ex rationibus A B ad E D & E F ad B C: Sed ratio A B ad B G componitur ex ratione A B ad B H & ratione B H ad B G, seu E F ad B C; & ideo A B eandem habet rationem ad B H quam ad E D. Rursus, ratio A C ad C G (per constructionem) componitur ex ratione A C ad D F & ratione E F ad B C, seu H I ad G C: Sed ratio A C ad C G componitur etiam ex ratione A C ad H I & H I ad G C; & proinde A C eandem habet rationem ad H I quam ad D F. Triangula igitur A B C, B H I requisitas habent conditiones.

PRO-

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Tab. XVII. Fig. 7.

E Datis ratione sinuum arcuum integrorum ad datum circulum pertinentium A B, C D, *ratione sinuum arcuum ablatorum* A E, C F *& ipsis arcubus relictis* E B, F D; *arcus integros & ablatos* A B, C D, A E, C F *invenire.*

Sumpti concipiantur, ex circulis dato æqualibus, arcus G L, L H, I M, M K respective dupli ipsorum A E, E B, C F, F D: unde & G L H, I M K ipsorum A B, C D erunt respective dupli. Compleantur triangula rectilinea L G H, M I K, in quibus dantur ratio G L ad I M, eadem nempe cum ratione data sinus arcus A E ad sinum arcus C F; ratio L H ad M K, eadem nempe cum ratione sinuum arcuum datorum E B, F D; ratio G H ad I K; quæ eadem est cum ratione data sinuum arcuum A B, C D. Dantur etiam & anguli L G H, M I K arcubus cognitis insistentes, & ideo (per Prop. præc.) innotescent anguli L H G, M K I, & inde arcus G L, I M, & horum semisses A E, C F: Sed dantur ipsi E B, F D arcus; igitur & toti A B, C D noti erunt.

Similiterque, ex datis ratione sinus arcus integri ad sinum arcus ablati ipsoque arcu reliquo, invenientur totus & ablatus. Ponatur enim G L H duplus arcus totius, & G L arcus ablati; unde L H arcus reliqui erit duplus. Junctis porro G H, G L, L H, in triangulo L G H datur ratio laterum G L, G H; eadem nempe cum data ratione sinuum totius arcus & ablati: datur etiam angulus L G H, dato arcui L H insistens. Et igitur (per XLI. *Datorum Euclidis*) dantur anguli G L H, G H L; adeoque arcus quibus insistunt; sc. complementum ipsius G L H arcus ad integram peripheriam, & G L arcus; ideoque ipsi G L H & G L, horumque dimidia, nempe arcus quæsiti.

PRO-

PROPOSITIO LX.

Ex datis duabus Altitudinibus Phænomeni declinationem non mutantis & Azimuthis correspondentibus ejus Parallaxin invenire.

IN duabus Phænomeni fixi observationibus quinque dari possunt; duæ nimirum Altitudines, duo Azimuthi, & Tempus inter observationes intermedium; è quorum quatuor quibuslibet Parallaxis innotescit, unde emergunt tria Problemata sequentia.

Ad primi solutionem referat P Polum; L Phænomeni locum verum; & in observatione altera sit L M circulus verticalis, & Phænomeni locus in illo visus M, adeoque Parallaxis L M; in altera circulus verticalis per L transiens sit L N, & observationis hujus Parallaxis L N. Ducti intelligantur circuli maximi P M, P N, M N. Ex Altitudinibus & Azimuthis observatis, & Poli elevatione innotescunt arcus P M, P N distantiæ visæ à Polo P, & anguli P M L, P N L inter declinationum circulos & verticales comprehensi: datur præterea ratio sinus Parallaxis L M ad sinum Parallaxis L N; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione sinuum distantiarum observatarum à vertice. Dantur ideo angulorum integrorum P M N, P N M ratio sinuum, eadem nempe cum ratione sinuum notorum arcuum P N, P M; item ratio sinuum angulorum ablatorum L M N, L N M, eadem cum ratione superius inventa arcuum L N, L M; item anguli reliqui P M L, P N L prius ex calculo inventi. Innotescent igitur (per præcedens Lemma) ipsi anguli P M N, P N M, L M N, L N M. Rursus, in triangulo M P N, ex datis lateribus P M, P N cum angulis ab illis subtensis invenitur basis M N. Et denique in triangulo L M N, ex datis basi M N & angulis adjacentibus L M N, L N M invenientur latera L M, L N Parallaxes quæsitæ. Q. E. F. Tab. XVII. Fig. 8.

Si observationum altera facta fuerat Phænomeno in Meridiano existente, tum triangulorum P M L vel P N L alterum mutatur in arcum, & calculus multo simplicior evadit.

Si vero Phænomenon L Declinationem mutet, & quidem æquabiliter, (quod in una Terræ revolutione prætergropter fiet,) ejus Parallaxin venabimur nihilo minus, loca Phænomeni per Declinationis partem proportionalem sic corrigendo: Quando Phænomenon primo, deinceps post observationem primam, Azimuthum L M attingit, observetur ejus Altitudo apparens, quæ diversa erit ab altitudine pridie observata, alias eandem retineret Declinationem. Sit differentia A. Vocetur intervallum temporis inter primas duas observationes in M & N factas, B; & tempus inter binas Phænomeni observationes in L M Azimutho, C. Et si prædicta Altitudinum differentia A sit excessus, Altitudini apparenti in. M addatur $\frac{BA}{C}$; si vero differentia hæc defectus sit, auferatur ab eadem. Hæc summa vel differentia erit correcta Altitudo apparens, quæ (loco prioris Altitudinis in L M) in calculo præcedente posita exhibebit Phænomeni Declinationem mutantis Parallaxes quæsitas.

PROPOSITIO LXI.

Ex duabus Phænomeni Altitudinibus, cum Azimutho earum alteri respondente & Tempore inter binas observationes, Phænomeni Parallaxin investigare.

Tab. XVII. Fig. 9. SIt Polus P, Phænomeni locus verus E, apparens F cum Zenith est X, & H cum Zenith est Z. Dantur duæ distantiæ apparentes à vertice, nempe X F, Z H, & angulus P X F, cum detur unus Azimuthus, & angulus X P Z ex tempore notus. In triangulo P X Z isosceles, è datis æqualibus lateribus P X, P Z & angulo X P Z inveniuntur

tur P X Z, X Z: Cumque detur P X F, invenitur etiam Z X F. Dantur igitur in X Z F triangulo X Z, X F, Z X F; & propterea innotescunt Z F, Z F X. Datur igitur ratio sinus anguli Z F H ad sinum anguli Z H F; eadem nempe quæ sinus arcus Z H ad sinum arcus Z F; & ratio sinus anguli Z H F ad sinum anguli E F H, seu sinus arcus E F ad sinum arcus H E, vel sinus arcus X F ad sinum arcus Z H. Datur propterea ratio sinus anguli Z F H ad sinum anguli E F H; & datur angulorum differentia, nempe Z F E: & ideo (per Prop. LIX.) innotescunt ipsi anguli Z F H, E F H; ac proinde etiam E H F. Et tandem in triangulo E H F, è datis H F, E H F, E F H innotescunt Parallaxes quæsitæ E F, E H. Q. E. F. Tab. XVII. Fig. 9.

PROPOSITIO LXII.

E Duobus Phænomeni Azimuthis, cum Altitudine eorum alteri respondente & Tempore inter binas Azimuthi observationes, Phænomeni Parallaxin investigare.

Iisdem in eodem schemate positis, inveniuntur eodem modo P X Z æqualis P Z X & X Z. Ex binis Azimuthis dantur anguli P X E, P Z E, & ideo innotescunt anguli X Z E, Z X E; è quibus, unà cum X Z, invenitur X E. At propter Altitudinem datam datur ejus complementum X F, & proinde innotescet E F Parallaxis quæsita. Q. E. F.

Si vero, in casu utriusvis hujus Problematis, Phænomenon motum aliquem habeat, post integram Terræ revolutionem, cum Zenith X ad idem Cœli punctum redit, observabitur Phænomenon, non in F (sicut ante) sed in alio loco, puta G; & observatione innotescunt F G, X F G. Fiat igitur ut integer circulus ad F G ita angulus X P Z ad F L, ductus intelligatur circulus maximus X L secans Z H in M. In triangulo X F L, è datis X F, F L, X F L dantur X L, F X L; & ideo datur Z X L. Demum,

 sumen-

ſumendo puncta L, M loco ipſorum F, E, inveniatur (ut ante) H M Phænomeni Parallaxis. Q. E. F.

Sunt & alia obſervationum genera, ex quibus Phænomeni Parallaxis Geometrice determinari poteſt; ut ejus Ingreſſus in umbram Planetæ; & Conjunctio corporalis viſa inter Phænomena. Verum cum hæc ad Parallaxin generaliter conſideratam non pertineant, in libris ſequentibus locum ſibi vendicant.

PROPOSITIO LXIII.

Datis Phænomeni loco reſpectu Eclipticæ & Parallaxi Altitudini datæ congruâ, item Solis loco & Diei horâ, Phænomeni Parallaxin Longitudinis & Latitudinis invenire.

Tab XVII. Fig. 10. SIt V H Horizon, E C B Ecliptica, & Z C V circulus verticalis per Phænomenon traductus. Sit A locus Phænomeni in illo verus, *a* viſus; adeoque A *a* Parallaxis altitudinis. Per A & *a* ducantur Latitudinis circuli A B, *a b* Eclipticæ occurrentes in B & *b*. Dantur autem (per Prop. XXXVI.) angulus V C B & arcus V A, V C, horumque proinde differentia A C. Sed quoniam datur Parallaxis altitudini cuidam datæ congrua, dabitur (per Prop. XLVII.) & illa, quæ altitudini datæ V A congruit; arcus ſc. A *a*. Datur ergo horum arcuum C A & A *a* ſumma vel differentia C *a*. In triangulo igitur *a* C *b*, præter rectum ad *b*, dantur angulus *a* C *b* latuſque *a* C; unde innoteſcent latera C *b*, *a b*. Sed quoniam Phænomeni A locus reſpectu Eclipticæ notus eſt, & punctum Eclipticæ C (per Prop. XXXVI.) etiam notum, noti ſunt arcus A B & C B. Innoteſcit igitur differentia inter *a b* & A B, nempe Parallaxis Latitudinis; & differentia inter C *b* & C B, nempe Parallaxis Longitudinis. Q. E. F.

Hujus Problematis converſum eodem modo ſolvitur; ſi nempe detur Parallaxis Longitudinis B *b*, aut Parallaxis Latitu-

Latitudinis differentia inter *b a* & B A, dabitur (ex hactenus dato Phænomeni loco respectu Eclipticæ, indeque arcubus C B & B A) C *b* vel *a b*. Cumque præterea detur angulus ad C in triangulo rectangulo C *b a*, dabitur C *a*, & proinde V *a*, cum hactenus detur (per Prop. XXXVI.) ipse V C: Sed notus est V A; non latebit igitur Parallaxis altitudinis A *a*. Si Phænomenon ipsam Eclipticam teneat, ut Sol, casus est multo simplicior.

Quoniam vero corporum Cœlestium, etiam vicinissimorum, Parallaxis arcus est satis parvus; ideo Problema hoc, de invenienda Parallaxi Longitudinis aut Latitudinis ex data Altitudinis Parallaxi, sic expeditius construunt Practici: Per A ducta intelligatur linea A *β* ipsi B *b* parallela. In triangulo igitur parvo A *β a*, quod pro rectilineo habent, datis præter rectum ad *β*, angulo *β* A *a* ipsi A C B æquali & laterum uno A *a* Parallaxi Altitudinis, inveniuntur reliqua latera A *β* Parallaxis Longitudinis & *a β* Parallaxis Latitudinis, solo trianguli plani resolutione.

Quod si non ipsa Parallaxis Phænomeni absoluta detur, sed relativa respectu alterius Phænomeni remotioris; hoc est, excessus Parallaxeos Phænomeni vicinioris supra Parallaxin remotioris; ex dato tali excessu in verticali dabitur excessus secundum alium quemvis circulum. Namque Parallaxis Phænomeni absoluta est excessus Parallaxeos ipsius Phænomeni supra Parallaxin circuli Sphæræ, quæ nulla est, quia hic infinite dissitus supponitur.

SECTIO VIII.

De Refractione Siderum.

PROPOSITIO LXIV.

Propter Atmoſphæram Æthere denſiorem Telluri circumfuſam, Stella quævis ſupra Horizontem elevatior in eodem circulo verticali apparet, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra.

Tab. XVIII. Fig. 1. DEſignet T Tellurem, cui circumfunditur Atmoſphæra A E D; S Stellam quamvis; O Spectatorem in Terræ ſuperficie poſitum. Si nulla eſſet Atmoſphæra, aut ſi illa æquidenſa eſſet atque circumfuſus Æther, Radii lucis directe ab S ad O pertingerent, neque uſpiam incurvarentur; quippe in medio homogeneo. Si vero Radii poſt trajectum Ætherem S Q Atmoſphæram denſiorem ad A ſubeant, refringentur verſus rectam Q A P, Atmoſphæræ ſuperficiei ad A normalem; ut ex *Dioptrica* patet. At vero veriſimile non eſt Atmoſphæram notabiliter denſiorem Ætheri immediate ſubjici, deinde illam æqualiter denſam ad Terram uſque protendi; ſive Radiorum à Stella provenientium Refractionem omnem in unica ſuperficie Ætherem ab Atmoſphæra diſterminante peragi, (uti vulgo ſupponitur,) dum interim Radii portiones ab S ad Atmoſphæræ ſuperficiem extimam, & deinde ab hac ad Terram protenſæ rectæ manent; ſicut apud nos Radius ex Aere in Aquam illapſus ad hujus ſuperficiem tantum incurvatur, citra ultraque directus. Quin potius videtur Atmoſphæram ſeſe in maximam altitudinem extendere, & in altioribus ſui partibus & à Terra remotioribus (aeris inſtar) rariorem, in humilioribus denſiorem eſſe: Unde Radius à Stella S proveniens Refractionem aliqualem verſus perpendiculum patitur in (ultra quam vulgo creditur)



ditur) magna à Telluris superficie distantia ; in progressu autem (ut ad B, C &c.) versus eandem plagam refringitur, quia medium Atmosphæræ, quod subit, magis magisque densum est, prout ad Terram descenditur: adeoque Radius post ingressum in Atmosphæram (à perpetua Refractione ad superficies sphæricas Terræ concentricas medii perpetuò densioris) curvus est in omnibus sui partibus, & versus T cavus. Oculus autem ad O positus Stellam videt in Radii A B C O parte ultima ad O in directum protensa, puta in σ ; hæc enim sola Oculum afficit. Radii autem pars O C protensa, sive recta curvam A B C O tangens in O, nempe O σ, ad spectatoris Horizontem H O minus inclinata est quam recta S & O conjungens; quoniam linea A B C O est versus T cava: Et igitur, Oculo ad O, Stella propter circumfusam Atmosphæram supra Horizontem elevatior apparet in σ, quam appareret si nulla esset Atmosphæra. *Tab. XIII. Fig. 1.*

Porro Curva, quam Radius per Atmosphæram oblique propagatus induit, est in eodem plano per Stellam & Telluris centrum protenso : Nam in *Dioptricis* ostensum est ejus Curvæ (ex rectis quasi conflatæ) partem priorem A B esse in plano, in quo sunt rectæ A S, A Q, (quippe plano Inflectionis ;) hoc est, in plano per Stellam S & Telluris centrum T protenso ; etenim (per Prop. V. *Lib.* I. *Sphæric. Theodosii*) recta Q A P producta per centrum T transit, ejusque pars secunda B C similiter est in plano per B A & perpendiculum per B traducto ; hoc est, in eodem plano cum priore : atque sic de cæteris curvi radii A B C O partibus. Tota igitur Curva ista est in eodem illo plano per Stellam & Telluris centrum protenso ; & ideo Curvam hanc contingens recta O σ (quippe ejus particula in directum producta) in eodem est plano: Sed hoc planum est Observatori O verticale, (transit enim per punctum O & Ter-

ræ

ræ centrum;) Stella igitur, propter Refractionem in Atmosphæra factam, in eodem verticali, sed supra Horizontem elevatior apparet. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Tab. XVIII. Fig. 1. Ex Prop. præc. demonstratione apparet eandem esse Refractionem in Stella Terræ propiore atque in remotiore (*ex. gr.* in ſ atque in s,) dummodo eadem sit illarum Altitudo apparens supra Horizontem: In hoc enim casu recta r o super axem T O rotata locum apparentem ipsius ſ attingit. Porro, verisimile est Terræ circumfusam Atmosphæram ad Lunam sese non extendere, nedum ad Stellas remotiores; & igitur ejus lineæ s ſ A B C O pars directa s A (antequam ab Atmosphæra incurvari incipit) Stellam proximam ſ stringet. Et Radius proinde ab illo procedens (nempe ſ A) simili, immo eodem prorsus modo in Atmosphæra incurvatur in A B C O, quo s A à remotiore propagatus; cum perinde sit (ad Refractionem in Atmosphæra factam quod attinet) utrum Radius ab s vel ab ſ incipiat. Luminis igitur naturæ repugnat, ut Stellæ propioris Radii aliter refringantur (cæteris paribus) quam remotioris. Verum quidem est angulum r o s majorem esse angulo r o ſ, sed horum differentia ſ o s excessui Parallaxeos Stellæ propioris supra remotioris Parallaxin ortum debet, non Refractioni.

P R O P O S I T I O L X V.

Stellæ humiliores ex Refractione ad Atmosphæram magis elevantur, cæteris paribus, quam altiores.

Fig. 2. IN *Dioptricis* demonstratum est, iisdem positis mediis, quo obliquior est Radii incidentia, eo angulum inter Radium refractum & incidentem rectà productum esse majorem; id est, in casu præsenti, Radii A B C O ab humiliore Stella s provenientis partem A B majorem angulum

gulum cum S A producta continere, quam Radii F G K O ab altiore R provenientis partem F G cum R F producta; quia S A Q angulus major est quam R F L, posito quod L F producta in T incidat. Similiter B C continebit majorem angulum cum A B producta, quam G K cum F G producta, & ita deinceps; hoc est, linea A B C O in singulis sui partibus curvior est quam F G K O in partibus correspondentibus, sive æqualiter à Terra remotis. Et igitur recta contingens curvam A B C O in O majorem angulum continebit cum O S recta, quam recta ibidem tangens F G K O cum recta O R. Stella igitur humilior magis ex Refractione elevatur quam altior. Q. E. D. Tab. XVIII. Fig. 1.

COROLLARIUM 1.

Phænomeni in Zenith positi locus ex Refractione non mutatur: Nam Radii in superficies omnes mediorum, ex quibus Atmosphæra conflatur, normaliter in isto casu incidentes non refringuntur; sed rectà ad Oculum in O progressi Phænomenon in eadem recta ostendunt, in qua, absente Atmosphærâ, appareret. Et ob eandem rationem Oculo in centro T constituto, Refractionis ad Atmosphæram factæ nullæ essent vires ad Stellæ locum apparentem mutandum: nam quodlibet in Cœlo punctum huic pro Zenith esset.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam ratio redditur, cur Sol aut Luna prope Horizontem figuræ ovalis appareat. Quoniam enim superior margo parum elevatior justo apparet, inferior multum elevatior justo, hic per Refractionem illi appropinquare videbitur. Itaque Luminaris diameter erecta sive verticalis videtur contracta, transversa sive horizontalis non itidem, quia ejus extrema ex Refractione æqualiter elevantur. Ob eandem rationem duarum Fixa-

rum distantia observata minor est sensibiliter; (si instrumento mensuretur,) cùm illarum in eodem verticali positarum altera est prope Horizontem, quam dum utraque propter magnam altitudinem est à Refractione immunis.

COROLLARIUM 3.

Hinc etiam fit, quod Sol, Luna, reliquaque Sydera citius aliquanto supra Horizontem attollantur, seriusque infra illum descendant, quam oporteret pro eorum locis per prædicta definitis. Radii enim à punctis Cœli paululum infra Horizontem positis manantes in Atmosphæra ita incurvantur, ut rectæ illas tangentes ad extrema in Oculum impingentia productæ sint supra Horizontem. Unde Luna defectum pati est visa, Sole adhuc supra Horizontem hærente; cum tamen Luminarium tunc temporis (per Prop. XVIII. Lib. I.) oppositorum altero supra Horizontem elevato alterum necessario infra eundem revera deprimatur. Eidem ergo Atmosphæræ Telluri circumfusæ debent ejus incolæ, quod unicuique illorum Sol diutius luceat quam absque illa luceret; quodque Sole tandem per Terræ superficiem gibbam, ne amplius datum incolam illustret, impedito, densissimæ tenebræ non statim ingruant, sed Crepusculo gaudeat per tempus satis notabile, quod lumen sensim exstinguit.

PROPOSITIO LXVI.

Quanto Stella in data Altitudine apparente per Refractionem elevetur, definire; & Tabulam Refractionis Stellarum construere.

Eligatur Stella, cujus nulla est sensibilis parallaxis; Fixarum nempe aliqua, quæ supra Observatoris Horizontem multum elevatur. Hujus locus (per Prop. XXVI.) determinetur ex observationibus factis dum multum

tum elevatur, adeoque dum extra Refractionis sensibilis effectus versatur. Tempus notetur cum ad Altitudinem datam vel ascendendo vel descendendo postea pervenerit, quæraturque per calculum Stellæ (cujus locus est cognitus) Altitudo tempori notato congrua, quæ ab Altitudine observata deficit, quanto Stella in data ista Altitudine apparente per Refractionem attollitur.

Hoc modo Tabula Refractionis Sydcrum omnium tutissime construetur, si Fixæ Altitudines veræ, temporibus per Horologium Oscillatorium exacte numeratis competentes, conferantur cum ejusdem Altitudinibus, iisdem punctis temporis apparentibus : Intervallum enim inter Altitudinem apparentem & veram est Refractio dictæ Altitudini competens. Cumque longissime distantis Fixæ & alterius cujusvis Stellæ propioris eadem sit (per Schol. Prop. LXIV.) Refractio in eadem Altitudine apparente, patet constructam esse Tabulam Refractionis Stellarum. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Si nota esset Atmosphæræ densitas *Dioptrica* in data quavis à Tellure distantia, sive ratio Sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti in transitu Radii per ejus superficiem Terræ concentricam, cujus distantia à Terra innotescit ; tum ex Geometria inveniri posset natura Lineæ, in quam Radius propter Atmosphæræ continuam Refractionem incurvatur. Unde ex dato per Observationem angulo, quo Stella in data Altitudine propter Refractionem plus justo elevatur, definiri posset angulus, quo in alia quavis Altitudine proposita plus justo elevaretur, eâdem manente Atmosphærâ ; hoc est, Refractionis Tabula construi posset ad singulos gradus elevationis Stellæ. Quoniam vero huic obstat prædicta Refractionis in Atmosphæra celebratæ Lex nondum perspecta, satius erit illam ex observatione construere ; ut in

præcedente. Porro, utrique methodo condendæ Tabulæ Refractionis obstat Atmosphæræ in diversis locis diversitas, & in eodem mutatio, propter quam fit ut eadem Tabula omnibus locis non sit accommodata. In locis enim prope alterutrum Telluris Polum Refractio major est in eadem ab Horizonte distantia, (ut ex *Batavorum* in *Nova Zembla* hybernantium observatione notissima satis patet ;) & in eodem loco diversis Anni tempestatibus, sicut non tantum ex observatione *Batavorum*, sed etiam ex celebrioribus Observatoribus constat, qui Refractionem Hyemalem Æquinoctiali, & hanc rursus Æstivali majorem ponunt, Tabulasque Refractionis integras huic mutationi superstructas condunt. Sed & hanc etiam in horas mutatam demonstrant summitates Montium quandoque ex dato loco conspicuæ, quandoque inconspicuæ, nullâ impediente caligine : Quorsum etiam faciunt experimenta ab *Hugenio*, in *Tractatu de Lumine* consignata ; quod nempe Turris alteriusve cujusvis rei immobilis pars humilior mane & vespere, pars altior meridie videatur per Telescopium immotum manens ; quodque ex eodem loco Turris remotioris fastigium supra propioris summitatem quandoque eminere videatur, quandoque infra illam latere. Hæc enim omnia, præter mutatam in horas Radiorum Refractionem in Atmosphæra, ostendunt eorum curvedinem, (ex natura rerum supra ostensam,) cum è loco altiore in humiliorem oblique propagantur, aut vicissim.

Fatendum tamen est Refractionis mutationem hanc omnem intra satis arctos limites contineri : prædictæ enim Observationes, de Solis, Montium, Turriumque Altitudine apparente mutata, in exigua supra Horizontem elevatione factæ sunt, neque ultra tertium ab illo gradum extenduntur. Vaporum à Terra assurgentium, item caloris & frigoris, quibus vapores rarefiunt & condensantur, tanta est prope Terram vicissitudo, ut nihil certi de medii

dii

dii densitate statui possit. Radiorum porro Lucis inclinatio tam valde est obliqua ad incidentiam in Atmosphæram, dum Phænomenon non ultra 3 aut 4 gradus elevatur, ut illius locus ex Refractione admodum mutetur. Immo superficiei Terræ quandoque insidet tam densa, licet diaphana satis, vaporum quasi Nubes, ut oculo extra hanc eminenti, quæ infra ipsam sunt visibilia, nempe valde humilia, prorsus invisa maneant propter radios superficiem superioris rariorisque medii non penetrantes, sed ab illa deorsum reflexos ; ut fieri oportere ex *Diop-tricis* constat : Quæ vero supra extraque ipsam immediate consistunt, nempe paulo altiora, præterquam quod radio directo videntur, apparent etiam inversa per reflexionem ad prædictæ Nubis superficiem factam tanquam ad speculum horizontale. Verum hæc non sunt hujus loci, neque ad Astronomiam directe pertinent. Satis interim ostendunt Tabulæ cuivis Refractionis Syderum infra tertium Altitudinis gradum non esse fidendum ; neque proinde observationibus ad Phænomeni locum determinandum in ista Altitudine factis.

Si vero non ex observatione Fixæ Refractionis Tabulam condere, sed à fundamentis *Dioptricis* illam exstruere libeat, sic tutissime procedere licebit. Atmosphæra ad 40 aut 50 milliaria in altum protensa supponatur, divisa per 8 aut 10 superficies parallelas in totidem media diversæ densitatis ; ita tamen ut quod binas proximas superficies interjacet medium ejusdem sit densitatis, quæ ad dictam superficiem mutetur instanter in rarius sursum, densiusque deorsum : non quod res revera ita se habeat, (proculdubio enim Atmosphæræ densitas descendendo per minima augetur ;) sed ad calculum ineundum. Octo decemve hæc media ita attentando attemperentur ad se invicem, ut in una, duabus aut pluribus Altitudinibus (nam quo plures, eo accuratior erit Tabula) totales Refractiones ad omnia ista media factæ eædem sint cum Refractionibus,

quæ per observationes exactissimas Altitudinibus istis respectivis congruere deprehenduntur. In quo casu Refractio, in assumpta qualibet Altitudine, ad dicta media facta, & per *Dioptrices* leges calculo cognita, quamproxime est æqualis Refractioni ex Cœlo depromptæ, quæ eidem Altitudini respondet. Hoc modo etiam Linea quamproxime determinabitur, in quam Radius Atmosphæram oblique trajiciens incurvatur. At in exquirenda per hanc methodum Refractione correspondente elevationi tribus quatuorve gradibus minori, Mediorum prædictorum (ex quibus conflatur Atmosphæra) inferius, vel inferiora bina ternave, paululum rariora supponere oportebit; nam, in Terræ vicinia calefacta, talia revera sunt.

SECTIO IX.

De Tabulis Primi Motus et Fixarum Libro Secundo innixis.

Licet singula ad Motum Primum pertinentia per Methodos Libro hoc demonstratas possint inveniri, prout fert occasio; cum tamen aliqua sint frequentioris usûs, illorum *Tabulas* construunt Artifices, ut inde depromantur expedite, quæ calculo de novo essent invenienda perpetuo. Et præter Tabulas ex aliis disciplinis petitas, ut Rectarum circulo inscriptarum & adscriptarum, Logarithmorum &c. construunt Astronomicas, quarum quæ huic Libro innituntur Tabulæ sunt duorum generum: nimirum vel quæ sunt eædem omnibus totius Terræ incolis; atque hæ rursus vel Primum Motum attinent vel Stellas Fixas, quarum motus motu primo non est multo magis compositus; vel quæ tantum in certa Terræ habitatione locum habent.

PRO-

PROPOSITIO LXVII.

Tabulas describere omnibus Terræ incolis communes, quæ Motum Primum attinent.

Æquator Cœlestis & Ecliptica omnibus Telluris incolis iidem sunt, horumque insignes sunt perpetuoque occurrentes in Astronomicis usus: Illius nempe, quia Motus primi sive diurni Cœlorum apparentis medius est & quasi norma; hujus, quia Solis (Diei Tempestatumque arbitri) via est & semita. Horum igitur circulorum mutua habitudo & ad invicem in singulis punctis respectus in Tabulas disponitur: Cuique nempe gradui Eclipticæ proprio nomine (hoc est numero, quem in suo Signo tenet) insignito Declinatio ab Æquatore, Ascensio Recta & Angulus, quem Ecliptica cum Meridiano ad illud comprehendit, correspondentes adscribuntur; ut Prop. xx. ostensum est. Et ideo commode tres hæ Tabulæ in unam coalescunt, ferentem universalem Titulum *Declinationis & Ascensionis Recta singulorum Eclipticæ graduum, Angulorumque Eclipticæ cum Meridiano.* Et quia in hujusmodi Tabulis vel iidem numeri denuo recurrunt, vel iidem aucti quadrante, semisse aut tribus quadrantibus circuli; in illis condendis non opus erit calculum ultra unicum quadrantem adhibere, cum reliqua Tabulæ pars hinc, vel per primæ columnæ mutationem vel per solam additionem, facile fluat.

Porro, cum apparens revolutio integra Æquatoris Cœlestis Diem naturalem efficiat, & proportionaliter in revolutionis hujus partibus, ob motûs Terræ diurni æquabilitatem; Tabulam etiam construunt, ex qua Tempus cuique parti revolutionis Æquatoris, & vicissim revolutionis pars cuivis Tempori respondens, prompte excerpitur. Et quia apud gentes politiores, ubi Astronomia viget, Dies naturalis in 24 horas dividitur, Hora autem in 60

scrupula

ſcrupula prima, quorum rurſus quodvis in 60 ſecunda dividitur, & ita porro; Tabulæ prædictæ ad hancce Temporis diviſionem accommodantur.

PROPOSITIO LXVIII.

Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Stellas Fixas attinent.

Fixarum loca quoad Longitudinem & Latitudinem diſponuntur per methodos Prop. XXIX. explicatas. Hujuſmodi Tabula (ſive Catalogus) eſt omnis Syderalis ſcientiæ fundamentum: & quoniam Planetarum loca ex cognitis Fixarum locis exquiruntur, Fixarum in Zodiaco poſitarum loca ſummâ curâ notant Aſtronomi; immo non tantum quæ nudo Oculo, ſed etiam quæ minori Teleſcopio armato conſpiciuntur.

Quoniam vero Fixarum Longitudo continuo creſcit propter punctorum Æquinoctialium regreſſum, *Regreſſus hujus Tabula* Fixarum Catologo ſubnectitur; hoc eſt, quantus hic ſit in Anno, hujus partibus Anniſque collectis indicatur, ut Longitudo Fixæ Tabularis hinc corrigatur modo ſatis obvio. *Copernicus* & hunc ſequuti alii Fixarum diſtantiam in Ecliptica Ortum verſus numerant ab Arietis Stellarum in Cornu duarum præcedente, ut ſuperius dictum eſt: Addendo arcui huic (in quavis Fixa conſtanti) diſtantiam puncti Æquinoctialis verni à dicta Arietis prima perpetuo auctam, ex altera iſta Tabella depromendam, conflatur Stellæ Longitudo ab Æquinoctio verno.

Quoniam notabiliorum quarundam Fixarum Aſcenſio Recta & Declinatio frequentis ſunt uſus; at illas ex Longitudine & Latitudine datis (per converſ. Prop. XXVII.) pro occaſione exquirere opus foret tædii plenum; ad datum tempus *Notabiliorum Fixarum Aſcenſionis Rectæ & Declinationis Tabulam* conſtruunt qui aliorum labori parcere volunt, additâ differentiâ utriuſque pro certo Annorum

norum

norum numero, in quo illarum mutationem ad ſenſum æquabilem eſſe ſupponunt.

Prædictis de Fixarum motu Tabulis ſubjungitur & *Tabula Refractionis Syderum*, pro diverſa earum ſupra Horizontem elevatione per Prop. LXVI. conſtruenda. Cujuſvis Stellæ Altitudo obſervata minuenda eſt correſpondente Refractione, ut evadat vera; vel Altitudo vera (ex vero Stellæ loco ad tempus datum per calculum inventa) Refractione dictâ augenda, ut fiat apparens. Stellæ diverſa hæc ex Refractione Altitudo diverſitatem loci Stellæ ſecundum longum & latum, vel in alio quovis circulo, inducit, ſimili prorſus modo, quo ſupra de Parallaxi oſtenſum eſt. Tabulam hanc Refractionis hoc loco inter Fixarum Tabulas numeravimus, licet aptius forſan ad præcedentes referenda fuerit tanquam omnibus Phænomenis Cœleſtibus communis: Alii interim illam Tabulis Prop. inſequenti deſcribendis cenſebunt annumerandam, cum aliâ atque aliâ opus ſit Refractionis Tabulâ pro diverſa Atmoſphæræ denſitate in diverſis locis.

PROPOSITIO LXIX.

Tabulas enumerare vulgatiores, quibus Locorum Terreſtrium inſigniorum ſitus mutuus & reſpectu Æquatoris deſcribitur, quibuſque Tempus in eorum aliquo numeratum ad Tempus ſecundum alterius uſum reducitur.

IN Catalogo Locorum inſignium cuique loco adſcribitur Elevatio Poli in iſto loco, (per Prop. XVII. definita;) cui æqualis eſt Latitudo Loci. Adſcribitur etiam (per Prop. XXXII. inventa) Differentia Meridiani Primi (ſive is per Aſtronomi habitationem, ſive per Azóres aut Fortunatas inſulas traductus ſupponatur) & Meridiani dicti loci, & in Æquatoris partibus, vel in horis horæque partibus expreſſa. Sic enim Locorum iſtorum ſitus ad ſe invicem & ad Æquatorem conſtat, quo pro

re nata in Geographicis & Hydrographicis uti licebit. Hora in locorum altero numerata, si augeatur Differentiâ Meridianorum in horis horæque partibus expressâ, exhibet horam in Orientaliori loco numeratam; si minuatur Meridianorum differentiâ, horam in Occidentaliori numeratam ostendit, modo uterque locus eodem genere horarum utatur: si diverso utuntur, adhibitâ pro diversitate reductione ad idem reducantur.

Præsto etiam sunt Tabulæ, quibus Tempus in Locorum altero per Calendarium quodvis expressum, & ab Epocha quavis cognita numeratum, ad Tempus datæ formæ in altero usitatæ expedite reducitur. Nam cum (per Prop. XI. & XII.) & Epochæ inter se conferri possint, & Annorum apud varias gentes formæ variæ, patescit harum Tabularum (hominibus negotia historiamve tractantibus æque ac Astronomis necessariarum) fundamentum & construendi ratio.

Porro, circuli Climata ac Parallelos disterminantes in Tabulas à quibusdam rediguntur. Si enim initium fiat ab ipso Æquatore, habetur Longissimæ Diei quantitas ad finem cujusvis Climatis & Paralleli, initiumve proximi; hoc est, mora puncti solstitialis ad Polum conspicuum declinantis supra Horizontem. Dantur prætereà dicti solstitialis puncti Declinatio (nempe Eclipticæ Obliquitas) & Ascensio Recta: datur ergo (per conversf. Prop. XXXIII.) Elevatio Poli in illo loco; hoc est, circuli propositum Clima vel Parallelum terminantis distantia ab Æquatore.

PROPOSITIO LXX.

Tabulas describere vulgatiores, quibus Primi Motûs Problemata in diversis Terræ locis promptius solvuntur.

AD loca temporaque definienda ortûs & occasûs Fixarum aliorumque Syderum, quorum nota sunt loca, aliaque circa hasce solvenda Problemata Artifices calculum

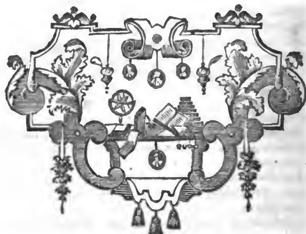
calculum adhibent, prout fert occasio. Verum, cum Motûs Solis longe insignior & frequentior sit usus, ipseque Sol Anni curriculo diversos Eclipticæ gradus teneat; Tabulæ, quæ respectum horum punctorum ad Horizontem ostendant, ad omnes Latitudines conduntur: nempe ad quemvis Latitudinis ab Æquatore gradum, Differentia inter Ascensionem Rectam & Obliquam cujusque Eclipticæ gradus (per Prop. XXXIII. inventa) isti Eclipticæ gradui suo nomine insignito adjungitur, ex quibus Tabula fit, sive potius Tabularum congeries; siquidem pro quovis Latitudinis gradu opus sit Tabulà ad singulos Eclipticæ gradus sese extendente. Vocantur hæ *Tabulæ Differentiarum Ascensionalium.*

Differentiis Ascensionalibus sic in Tabulas redactis, facile per solam additionem aut subtractionem Ascensiones Obliquæ Arcusque Diurni singulorum Eclipticæ graduum similiter in Tabulas rediguntur; indeque Horæ Ortus Occasusque Solis puncta ista tenentis. Verum Operationes hæ tam leves sunt, ut illas ad proprium Calculatoris laborem rejiciant: Nisi quod plerumque Astronomus, supputationibus multum detentus, ipsas hasce ad Domus propriæ locum supputatas habeat. Aliquando etiam *Amplitudinum Ortivarum* singulorum Eclipticæ graduum vel ad plures Latitudines, vel saltem ad Latitudinem sibi propriam, *Tabulas* (ope Prop. XXXIII. constructas) in procinctu habet.

Alia insuper est *Tabula* (per Prop. XXXV. construenda) *Anguli Orientis*, nimirum quem Ecliptica cum Horizonte comprehendit pro diversis Eclipticæ punctis Orientibus in Latitudine data, vel (quod eodem recidit) Altitudinis supra Horizontem gradûs ab Oriente puncto Nonagesimi. Et quoniam in Solis Defectibus supputandis & aliis, hujusce Anguli maximus est usus, Tabulas ejus condunt pro singulis Latitudinis gradibus ab Æquatore ad Polum.

Quandoque etiam Initii & Finis Crepuſculi Matutini & Veſpertini, pro gradu Eclipticæ quem Sol tenet, ad diverſas Latitudines, (vel ſaltem ad Habitationis propriæ Latitudinem,) Tabulæ conduntur per Prop. XXXIX.

In omnibus hiſce Tabulis condendis laboris calculique compendia occurrunt, qualia Prop. LXVII. oſtenſa ſunt; breviorque & ornatior Tabulas ordinandi ratio inde oritur.

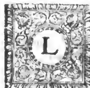


ASTRO-

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
E L E M E N T A.

L I B E R T E R T I U S

D E T H E O R I A P L A N E T A R U M P R I M A R I O R U M.



Ibro Primo oſtenſum eſt, quibus legibus oportet Planetam moveri, ut Ellipſin deſcribat circa Solem in ejus umbilicorum altero conſtitutum, quam ſolam inter figuras patiuntur Phænomena, quod fuſe ex obſervatis oſtendit *Keplerus* in ſuis *Commentariis de Motibus Stellæ Martis*, & nunc omnes Aſtronomi agnoſcunt. Ipſi Veteres Aſtronomi cum *Ptolemæo* (quibus nihil placuit in Cœlo præter perfectos Circulos, corporibus ingenerabilibus & incorruptibilibus, qualia Cœleſtia habuerunt, aptiſſimos,) per Phænomena compulſi in hanc ſententiam pene tranſierunt, dum motum in Excentrico commenti ſunt vere inæqualem, ſed æqualem in circulo Æquante, cujus centrum tantum ultra Excentrici centrum inde diſtabat, quantum veri motûs centrum citra illud; hoc eſt, dum Excentricitatem biſecabant, & Orbitam Planetæ ex puncto biſectionis tanquam centro deſcribebant. Excentrica enim hujuſmodi Planetæ Orbita Circularis non differt ab Orbita

Elliptica, cujus Foci sunt dicta centra, præterquam quod illa circa medium crassior sit, hæc gracilior; quæ crassitiei Orbitæ differentia in plerisque Planetis propter parvam Excentricitatem insenbilis fere est, & per Veterum observationes non distinguenda. Illam tamen ex *Tychonis* observationibus clarissime & citra dubium evincit *Keplerus* *Cap.* XLIV. dictorum *Commentariorum*. Verum quidem est *Ptolemæum* ad Theoriam Solis simplicem Excentricum adhibere, neque Excentricitatem Orbitæ bisecandam censere; at in reliquorum Planetarum quolibet, præter Epicyclum (quo Phænomena revera à motu Telluris ipsi non agnito orta explicat) usus est (*Cap.* V. *Lib.* IX. *Magn. Construct.*) Excentrico descripto ex centro bisecante Excentricitatem. Immo ipse *Copernicus* perfectionem motûs & viæ Planetarum tam ratam habuit, ut Excentricitatis bisectionem (*Cap.* II. *Lib.* V.) propterea censeat rejiciendam, quod absurdum sit concedere *motûs circularis æqualitatem fieri posse circa centrum alienum & non proprium*, (quam & *Ptolemæi* quondam fuisse sententiam liquet ex *Cap.* III. *Lib.* III. ubi pronunciat *Stellarum motus æquales omnes esse circularesque naturâ*; id est (ut ipse explicat) *omnes lineas, quæ Stellas aut circulos earum circumducere intelliguntur in omnibus simpliciter æqualibus temporibus æquales Angulos ad centra cujuslibet circulationis intercipere*, licet hanc postea mutaverit citato *Lib.* IX.) & *Cap.* IV. ejusdem *Lib.* Epicyclum cum simplici Excentrico potius inducendum vult, paria cum Excentrico & Æquante facientem; vel etiam Concentricum cum duobus Epicyclis. Sed nondum factæ erant exactissimæ illæ & multiplices *Tychonis* observationes, quibus solis nixus *Keplerus* Planetarum Orbitas Ellipticas esse ostendit; licet *Ricciolus* oblique insinuet cœpisse *Keplerum* suspicari Viam Planetæ per Auram Æthercam esse Ovi-formem; id scilicet pro sua sagacitate subodoratum ex inspecta figura Ovali, quam *Reinholdus* in fine *Theoricarum Purbachii* adjeci-

jeciſſet ad Lunam pertinentem. In hujuſmodi igitur vera Planetæ Orbita Elliptica A L P, ubi S Focus alter eſt Solis locus, A S P linea Apſidum, A Aphelium, P Perihelium, L Locus Planetæ ad libitum aſſumptus, A L S Area ſub rectis S A, S L & curva Elliptica A L comprehenſa (computata ab S A in conſequentia Signorum,) vocatur *Anomalia Media*, id eſt, Æquabilis; hæc enim Area creſcit æquabiliter, nempe in eadem ratione cum tempore: Et A S L Angulus, à linea Apſidum S A & radio vectore S L comprehenſus, dicitur *Anomalia Coæquata*, ſive *Vera*. Decuit enim Aſtronomiæ Phyſicæ Cultores quam minimum fieri poſſet ab antiquis vocibus diſcedere; quippe non ſolum uſu ſtabilitis, ſed revera etiam aptiſſimis. *Tab. XVIII. Fig. 3.*



S E-

SECTIO I.

GENERALIA AD PLANETARUM OMNIUM THEORIAM SPECTANTIA.

PROPOSITIO I. LEMMA.

Tab. XVIII. *Fig.* 4. *Si ſuper Ellipſeos* P B A, *cujus centrum* C, *majorem axem* P A *tanquam diametrum deſcribatur circulus* P D A, *&* *à puncto* G *in circuli circumferentia ad libitum aſſumpto ad* P A *demittatur perpendicularis* G E, *Ellipſin ad* L *interſecans*; *& ab aliquo in axe* A P *puncto* (*ex. gr. focorum alterutro* S) *ad* G *&* L *ducantur recta* S G, S L; *erit trilineum* A G S *ſub rectis* S A, S G *& curva circulari* A G *comprehenſum ad integrum circulum, ſicut trilineum* A L S *ſub rectis* S A, S L *& curva Elliptica* A L *comprehenſum ad integram Ellipſin.*

DUcatur enim ad E G utcunque parallela *e g*, diametro in *e*, Ellipſi in *l*, & circulo in *g* occurrens. Eritque (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *Conicorum Apollonii*) *e l* ad C B in ſubduplicata ratione rectanguli ſub P *e*, *e* A ad rectangulum ſub P C, C A, ſive C D *q*: & *e g* ad C D eſt etiam in ſubduplicata ratione P *e* × *e* A ad C D *q*: Igitur (per XI. *El.* V.) *e l* eſt ad C B, ſicut *e g* ad C D; adeoque *e l*: *e g*:: C B: C D; in ratione ſc. data. Cumque hoc ſemper fiat, erunt omnes *e l* ſuper E A inſiſtentes ad totidem *e g*; hoc eſt, ſemi-ſegmentum ellipticum A L E ad ſemi-ſegmentum circulare A G E, in eadem illa ratione data C B ad C D. Rurſus (per *Prop.* I. *El.* VI.) triangulum L S E eſt ad triangulum G S E ut L E ad G E; hoc eſt (ut hactenus oſtenſum) ut C B ad C D; unde (per *Prop.* XII. *El.* V.) A L E & L S E ſimul; hoc eſt, A L S eſt ad A G E & G S E ſimul, ſive A G S, in ratione C B ad C D: Et ſimiliter, in eadem iſta ratione C B ad C D ſunt etiam omnes *e l* ſuper integram P A inſiſtentes

ſtentes ad totidem *e g*; hoc eſt, ſemi-ellipſis P B A ad ſemicirculum P D A. Et igitur A L S eſt ad A G S, ſicut ſemi-ellipſis P B A ad ſemicirculum P D A, ſive ut Ellipſis ad circulum. Et viciſſim trilineum A L S eſt ad integram Ellipſin, ſicut trilineum A G S ad integrum Circulum. Q. E. D. *Tab. XVIII. Fig. 4.*

Unde ſi proponatur ſemi-ellipſis P B A dividenda in duo ſegmenta habentia rationem datam, per rectam S L è dato in Axe puncto S exeuntem, ſufficit ſemicirculum P D A (ſemi-ellipſi quodammodo notiorem) dividere per rectam S G in dicta ratione, & ex G puncto ad P A perpendicularem G E demittere Ellipſi in L occurrentem: juncta enim recta S L ſemi-ellipſin P B A in eadem ratione dividit, in qua ſemicirculus P D A per rectam S G diviſus eſt: Vel ſi A B P ſit Orbita Elliptica Planetæ, in cujus altero foco S eſt Sol; ſicut Planetæ in L Anomalia Media repræſentatur per trilineum A L S, repræſentari etiam poterit per trilineum A G S.

PROPOSITIO II.

Datâ Planetæ Orbitâ, quot libuerit Anomalias Medias & correſpondentes Veras calculo determinare.

Sit data Planetæ Orbita Elliptica A L B P, in cujus Focorum altero S Sol conſtituitur. Sit A Aphelium, P Perihelium, C Centrum, C A vel C P media Planetæ à Sole diſtantia, C B D ad A P normalis. In circulo A D P, circa majorem Orbitæ axem tanquam diametrum deſcripto, ſumatur ad libitum ab A arcus A G vel angulus A C G numero graduum & ſcrupulorum (ut vulgo fit) expreſſus. Et quoniam (per XXXIII. *El.* VI.) arcus A G eſt ad integram circumferentiam ut A G C ſector ad integrum circulum, ſi circulus æque ac circumferentia diviſus intelligatur in partes æquales 360, nempe ſectores circulares circumferentiæ gradibus correſpondentes; idem numerus, qui exprimit arcum A G, exprimit etiam & ſectorem cir- *Fig. 5.*

Rr culares

Tab. XVIII. Fig. 5. cularem A G C; hunc quidem in parvis sectoribus, illum verò in parvis arcubus: horum utrumvis vocat *Keplerus Anomaliam Excentri.* Sed ex circuli dimensione (accurata satis ad calculum) datur ratio quadrati semidiametri ad integrum circulum; & ex Orbitæ specie data, dabitur ratio mediæ distantiæ B S seu C A, & etiam semiaxis minoris B C ad excentricitatem S C; & inde ratio trianguli B C S ad radii quadratum; & ex ratione arcûs assumpti A G ad circumferentiæ quadrantem A D, dabitur ratio sinuum eorundem, sc. D C ad G E, & consequenter etiam ipsius B C ad G E; hoc est, per I. *El.* VI. ratio trianguli B C S ad G C S. In partibus ergo quarum circulus continet 360, dantur sector A G C & triangulum G C S, (cui analogum L C S *Æquationis Pars Physica* dicitur, sicut Angulus S L C *Pars Optica*;) adeoque horum aggregatum A G S trilineum, quod Prop. præced. ostensum est proportionale esse trilineo A L S, & proinde Anomaliam mediam jure repræsentare. Nam si Orbitæ Ellipticæ A B P area tota in 360 partes æquales divisa concipiatur, illius pars A L S, nempe Anomalia media Planetæ in L, tot ejusmodi partes continebit, quot A G S continet partes similes areæ circularis A D P; adeoque eodem exprimetur numero. Rursus, in triangulo G C S, datâ ratione laterum G C, C S (Distantiæ mediæ Planetæ à Sole ad Excentricitatem) & angulo comprehenso G C S, (assumpti nempe A C G complemento ad duos rectos,) dabitur (per XLI. *Datorum*) angulus G S C; adeoque & A S L Anomalia coæquata, nempe angulus cujus tangens E L est ad E G tangentem anguli A S G prius inventi in ratione datæ Orbitæ semiaxis minoris C B ad semiaxem majorem C D. Et cum Anomalia media & vera, per calculum inventæ, eidem assumpto arcui A G congruant, erunt & inter se congruæ; sive altera alteri correspondebit. Et pari modo licet alium quemvis arcum assumere, & congruas Anomalias (mediam sc. & veram) inde calculo determinare, quæ proinde erunt inter se correspondentes.

PROPOSITIO III.

Datâ Anomaliâ mediâ Planetæ, cujus Orbita datur, Anomaliam veram & Planetæ Distantiam à Sole per calculum invenire, & vicissim.

Tab XVIII. Fig. 5.

NUllam dari calculi methodum directam Problema hoc solvendi pronunciat *Keplerus* ad finem *Part.* IV. *Physicæ Cœlestis.* Quomodo vero methodo indirectâ & ad usus Astronomicos satis accommodatâ hujusce Problematis calculus absolvi poterit, nunc ostendendum est. In circulo A D P, Orbitam in Aphelio & Perihelio tangente, sumantur Anomaliæ Excentri arcus A G, vel anguli A C G, per singulos gradus se excedentes. Ad horum unumquemque (per præcedentem) inveniantur correspondentes Anomaliæ; media sc. & vera. Post conditum ergo, pro Planetæ Orbita data, Canonem Anomaliæ mediæ & correspondentis coæquatæ ad singulos arcus Anomaliæ Excentri, quæratur inter eas Anomalia media data; correspondens Anomalia vera est ea quæ quæritur. Quod si Anomalia media proposita inter Canonicas istas non reperiatur, per partem proportionalem (modo vulgo noto) invenietur Anomalia vera quæsita. Si sine Tabulis operandum sit, *Keplerus* Regulam Positionum (Falsi etiam dictam) adhibere suadet; ponendo scilicet Anomaliam Excentri A G arcum, vel A C G angulum, vel A G C sectorem (tria enim hæc eodem numero designantur) partium quotlibet, eique sic sumptæ addendo vel subducendo, prout opus fuerit, congruum Æquationis parti Physicæ analogum triangulum, nempe G S C, ut fiat Anomalia media A G S. Nam si ea tanta prodit quanta est quæ proposita fuit, bene posita erat Anomalia Excentri, & huic congrua Anomalia vera est ea quæ quæritur; quippe Anomaliæ mediæ datæ competens: At si non tanta prodit, ex illa quæ prodit emendanda erit positio, laborque repetendus. Ad Planetæ Distantiam à Sole inve-

Tab. XVIII. Fig. 5. veniendam, in triangulo L C S datur angulus L S C, superius nempe inventa Anomalia coæquata; item angulus L C S, reliquus ad duos rectos ipsi L C A, cujus tangens est ad tangentem anguli A C G Anomaliæ Excentri ut Orbitæ axis minor ad majorem: datur etiam Excentricitas S C, unde innotescit S L distantia Planetæ à Sole.

Parique modo, vel ex Tabulis jam conditis vel per Regulam Positionum, ex data Anomalia vera determinabitur media.

PROPOSITIO IV.

Semicirculum, per rectam ex dato diametri puncto eductam, in data ratione dividere.

Fig. 6. Sit semicirculus A G B, cujus centrum C, diameter A B; punctum in diametro datum S; è quo nempe educenda est recta S G peripheriam in G intersecans, ita ut area A G S sit ad aream B H G S in ratione data, nempe P ad Q. Ponatur factum, & ex G in A C demittatur perpendicularis G E. Vocentur semidiameter A C vel C B, R; A E, X; quarta proportionalis rectis S C, C A & semiperipheriæ A H B, M. Unde fiet semiperipheria A H B ducta in radium C A; hoc est, duplus semicirculus A H B, æqualis $S C \times M$, sive $M = \frac{2 AHB}{SC}$. Rursus, quoniam ex hypothesi Area A G S est ad B H G S ut P ad Q; erit $AGS + BHGS$; hoc est, semicirculus A H B ad A G S ut $P + Q$ ad P: unde $P \times AHB = AGS \times P + Q$, & hinc $\frac{P \times 2 AHB}{P + Q} = 2 AGS$. Vocetur porro $\frac{P \times M}{P + Q}$, a: adeoque, loco M ponendo illius valorem $\frac{2 AHB}{SC}$, erit $a = \frac{P \times 2 AHB}{P + Q \times SC}$; hoc est, ipsi $\frac{2 AGS}{SC}$; sive $SC \times a = 2 AGS$. Sumatur præterea ad partes B, C T quæ sit ad C B ut C B ad C S, voceturque A T, b; unde

b; unde CT $= b - R$, adeoque SC $= \frac{R^2}{b - R}$: & Tab. XVIII. Fig. 6. SC $\times a$; hoc eſt, 2 AGS $= \frac{R^2 \times a}{b - R}$. Cumque CE $=$ R $-$ X erit SE $=$ R $-$ X $+ \frac{R^2}{b - R}$. Atqui 2 AGS $=$ 2 AGE $+$ 2 GSE $=$ 2 AGE $+$ GE $\times$ ES. Sed ex Serierum doctrina nunc vulgo nota, in circulo cujus ſemidiameter vocatur R, ſegmentum cujus ſagitta AE eſt X; hoc eſt,

$$2\,AGE = \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} - \frac{a^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}} - \&c.$$

Et ipſa GE $=$ ($\sqrt{2RX - X^2} =$, ex ipſa operatione,) $\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}} - \&c.$ Unde SE $\times$ EG, ſive

$$2\,SEG\ \text{Triang.} = \left\{\begin{array}{l} \sqrt{2}\,R^{\frac{3}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} + \frac{7R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{16\sqrt{2}} \\ + \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{s}}{2\sqrt{2}} \\ - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{array}\right.$$

$$\text{Adeoque } 2\,AGS = \frac{R^2 a}{b-R} = \left\{\begin{array}{l} \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} \\ - \frac{a^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}}\ \&c. \\ \sqrt{2}\,R^{\frac{3}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} + \\ \frac{7R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \\ \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} \\ - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{array}\right.$$

 Et

Et poſt ordinatam reductamque æquationem ſecundum artem invenietur,

$$a = \sqrt{2}\, b\, R^{-\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} - \frac{2 R^{-\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\, b\, R^{-\frac{3}{2}} x^{\frac{3}{2}}}{12.}$$
$$- \frac{\sqrt{2}\, R^{-\frac{3}{2}} x^{\frac{5}{2}}}{20} + \text{\&c.}$$

Et quadrando utramque æquationis partem ad tollendam aſymmetriam, eamque ordinando deletis terminis ſe mutuo deſtruentibus, fiet

$$\begin{array}{lllll} a^2 = \frac{2b^2}{R} \times x & + \frac{b^2}{3R^2} \times x^2 & + \frac{2}{9R} \times x^3 & \text{\&c.} \\ & - \frac{4b}{3R} & + \frac{4b^4}{45R^3} & \\ & & - \frac{14b}{45} & \end{array}$$

Unde x ſeu A E $= \frac{Ra^2}{2b^2} + \frac{R^2 a}{6b^5} - \frac{R\, a^4}{24 b^4} + \frac{R\, a^6}{720 b^6}$ &c.

Sumptâ igitur A E æquali tot hujus ſeriei terminis quot libuerit, & ex E erectâ ad A B perpendiculari A G, occurret hæc circulo in quæſito puncto G. Q. E. F.

Et per Prop. I. eadem E G Ellipſi cuivis A K B ſuper majorem axem A B deſcriptæ occurret in L, ita ut juncta S L dividat ſemi-ellipſin A K B in duas partes A L S, B K L S datam habentes rationem.

Quo minores fuerint diſtantia punctorum C & S (hoc eſt, quo minor Ellipſeos excentricitas) & ratio P ad Q, eo pauciores hujus Seriei termini in uſum aliquem ſufficient: Nam oportet rationem P ad Q parvam eſſe ut ſeries, quæ eſt valor ſegmenti A G E, cito convergat; hoc eſt, ut pauci illius termini ſint ſegmento proxime æquales.

Problematis iſtius ſolutionem hanc jam olim dedi in *Exercitatione Geometrica de Dimenſione Figurarum* Anno 1684 *Edinburgi* edita: placuit tamen illam hoc loco (quippe ſuo) denuo inſerere. P R O-

PROPOSITIO V.

Elipsin haud admodum excentricam rectâ per focorum alterum ita dividere, ut Area Elliptica portio inter majorem Axem & ducendam rectam comprehensa sit quamproxime ad integram Ellipsin in data ratione minoris inæqualitatis.

METHODUS Prop. III. tradita Annomaliam veram ex media inveniendi tentativa & indirecta habetur: Geometrica vero quævis utut elegans (qualem per Cycloidem protractam olim exhibuit Celeb. D. *Wallisius*) calculo Astronomico minus apta; quæ vero per Series rem conficit (ut Prop. IV) laboriosa nimis; unde ad approximationes confugiunt Astronomi, imprimis sequentem.

Proponatur Ellipsis A L P, cujus centrum C, focus alter S, alter F. Ex foco S ducenda est recta S L, ita ut trilineum A L S datam quamproxime habeat rationem ad integram Ellipsin A L P A. *Tab. XVIII. Fig. 7.*

Ad Focum alterum F fiat angulus A F L, eandem habens rationem ad quatuor rectos, quam oportet trilineum A L S habere ad integram Ellipsin, cujus crus F L Ellipsi occurrit in L, juncta S L propositum quamproxime conficiet. Nam, coeuntibus focis S & F cum centro C, propositum exacte conficitur, ut ex Prop. XXXIII. *El.* VI. constat; error ergo tantus est quantus ab Excentricitate provenit: Eâ igitur parvâ existente, hoc est, in Ellipsi haud admodum excentrica, area A L S est ad integram Ellipsin sicut angulus A F L ad quatuor rectos; id est in ratione data.

SCHOLIUM.

Ipse *Keplerus*, qui primus ostendit Ellipsin ita à Planeta percurri, ut æqualibus temporibus æquales areæ per rectas

rectas ad Solem in Foco positum ductas abscissæ describantur, advertit etiam ad hanc approximationem, eamque *Cap.* III. *Part. Alter. Lib.* V. *Epit.* describit dicens; *ut si* L *esset Planeta*, A F L *angulus esse posset loco Anomaliæ mediæ fere.* Ab illa tamen prorsus abstinuit, tum quod in Planeta Marte aperte dissentiat à Cœlo, tum præcipue quod elegantes demonstrationes motuum à Causis suis Physicis hoc pacto prorsus neglectæ & incultæ, quippe penitus ignotæ, jacerent; maluitque in vera Physica Planetarum Theoria persistere, licet methodum indirectam adhibere compulsus fuerit, ut ex Anomalia media coæquatam inveniret, quam aliam à naturali alienam sequi, in qua istud facillime & directe fieri possit.

Postea tamen Celeb. Astron. *Sethus Wardus* hanc tanquam ab ipsa Rerum Natura adhibitam Planetarum Theoriam usurpavit; cujusvis nempe Planetæ Orbitam esse Ellipticam assumit, in cujus Foco altero est Sol, quem Motuum Planetariorum verum atque Physicum instrumentum agnoscit; super alterum interim Focum ita temperari Planetæ cujusque motum, ut temporibus æqualibus æquales illic angulos absolvat; & super hanc hypothesin *Astronomiam* suam *Geometricam Ellipticam* (opus egregium & cui plurimum debet omnis sanior Astronomia) exstruxit. Geometriam enim (quâ pollebat) adeo feliciter ad Astronomiam applicuit, ut non tantum ex data Anomalia media veram directe & Geometrice invenerit, sed omnium Planetarum Orbitas tum quoad figuram & situm, tum quoad magnitudinem (assumptâ Orbitâ Telluris pro mensura) determinaverit. Attamen *Astronomiæ adhærentem* Ἀγεωμετρησίας *labem* minime *delevit*: Ista enim solvit Problemata Astronomica non in genuino & vero Systemate, in quo ad eorum solutionem Geometras provocaverat *Keplerus*; sed in vicario & ficto, licet vero proximo. Maximi tamen est usûs Astronomiæ suæ Methodus:

thodus : cum enim Planetarum ellipticæ Orbitæ non ſint admodum excentricæ, ſed ad circulos fere accedant, neque *Wardi* hypotheſis, in qua motum circa Focum à Sole diverſum ſtatuit æquabilem, ab accurata multum abludet ; & ad determinandas quamproxime Planetarum Orbitas conducet plurimum, quæ (repetendo calculum, ut inferius oſtendetur) poterunt denuo accuratiores ad libitum reddi.

Verum quidem eſt Clariſſ. *Iſmaelem Bullialdum* in *Aſtronomia Philolaica*, dum Planetam quemque in Ellipſi moveri ſtatuit, & Ellipſin hanc ita ex Cono ſecat, ut Coni axis per Ellipſeos umbilicorum alterum tranſeat, & denique dum *Cap.* xv. *Lib.* 1. *motum Planetæ æqualem* ponit *circa Conum & in circulis baſi Coni æquidiſtantibus*; æquabile incrementum angulorum ad Focum à Sole diverſum, (illum nempe per quem Coni axis tranſit,) hoc eſt, *Wardi* Hypotheſin neſcientem ſuppoſuiſſe: neque hoc prius agnovit quam Cl. *Wardus* in Aſtronomiæ illius fundamenta inquireret, in cujus *Inquiſitionis Cap.* 1. iſtud demonſtrat. *Bullialdus* igitur ipſe, qui *Kepleri* propter errores ſuos & defectus in Geometria miſeretur, viciſſim ab Acutiſſ. *Wardo* pœnas luit, dum hic oſtendit *Bullialdo* (præter errores aliquammultos quos admiſſos ingenue fatetur in *Aſtron. Philolaic. Fundament. Aſſert. contra S. Wardum*) ſuam Hypotheſin ſibi minime fuiſſe perſpectam, dum motum æquabilem circa Ellipſeos Focum à Sole diverſum inſcius ſupponit ; quam tamen ſi expreſſe agnoviſſet, maximam Aſtronomiæ ſuæ partem felicius multo & facilius abſolviſſet.

Sed & *Comes Paganus* hanc ipſam hypotheſin, motûs nempe angularis æquabilis Planetæ circa Ellipſeos Focum à Solis loco diverſum, pro vera & genuina ſerio arripuit, & *Planetarum Theoriam* huic ſuperſtructam *Pariſiis* Anno MDCLVII. Gallico idiomate edidit ; diſſenſumque ejus à Cœlo, qui in Octantibus ab Apſidibus eſt maximus,

in Obſervatorum errores audacter rejicit ad finem ſuæ Theoriæ. Et licet *Pagani Theoria* hæc *Wardi Aſtronomiâ Geometricâ* poſterior ſit anno integro, & tribus minimum annis *Inquiſitione in Bullialdi Aſtr. Philol. Fundamenta*, (ubi Aſtronomiæ ſuæ omnis fundamenta jecerat, & Problemata præcipua conſtruxerat;) tamen ulterius non pergit *Paganus*, quam ad Planetæ locum in ſua Orbita data ad tempus aſſignatum ejuſque à Sole diſtantiam determinandum, hoc eſt, ipſa Aſtronomiæ principia ſtabilienda; omiſſa omni Aſtronomiâ comparativâ, in qua, per Geometriam excolenda, operam tam pulchre collocaverat Celeb. *Wardus*.

PROPOSITIO VI.

Poſitâ approximatione modo deſcriptâ pro ſatis accurata. (id eſt, in Hypotheſi Wardi, *) ex data Anomalia media Anomaliam coæquatam & Planetæ à Sole Diſtantiam invenire in Orbita data.*

Tab. XVIII Fig. 8. PRoponatur A L P Planetæ Orbita elliptica circa Solem in S tanquam Focum conſtituta; hujus Aphelium ſit A, Perihelium P, Axis major A P: ex data Anomalia media A F L angulo invenienda eſt Anomalia coæquata, nempe angulus A S L, & Planetæ in L Diſtantia à Sole, ſc. S L; hoc eſt, hujus rectæ ratio ad F S vel A P.

Producatur F L ad B, ut ſit L B æqualis L S; & jungatur B S. Et quoniam (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conic. Apollonii*) F L & L S ſimul æquantur axi A P, erit F B eidem A P æqualis. Adeoque in triangulo B F S datis lateribus B F, F S cum angulo intercepto B F S, Anomaliæ mediæ datæ A F L complemento ad duos rectos aut ad quatuor, (prout L eſt in primo vel ſecundo Anomaliæ ſemicirculo;) innoteſcent anguli F S B & F B S, ſive L S B, quorum differentia A S L eſt Anomalia coæquata quæſita. In triangulo porro L F S ab initio dantur angulus L F S & latus

& latus F S, & nunc inventus eſt angulus F S L, adeoque & reliquus F L S; invenietur ergo latus L S in partibus datæ diſtantiæ Focorum S F; hoc eſt, Planetæ à Sole Diſtantia. Q. E. F. Tab XVIII. Fig. 8.

In quærendis angulis F S B, F B S in triangulo B F S, ex datis B F, F S, cum angulo B F S; fit (per vulgatum Trigonometriæ canonem) B F & F S ſimul ad B F dempto F S, ſicut tangens ſemiſſis angulorum B & F S B ad tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem. Sed B F & F S ſimul æquantur ipſis A P & F S ſimul; & B F dempto F S æqualis A P dempto F S, ſive bis S P; & ſumma angulorum B & F S B æqualis externo A F L, nempe Anomaliæ mediæ; illorum vero differentia æqualis F S L Anomaliæ coæquatæ. Et igitur ſumma ipſarum A P & F S eſt ad 2 P S, ſive illius ſemiſſis S A ad hujus ſemiſſem P S; hoc eſt, diſtantia Planetæ aphelios ad ejuſdem diſtantiam perihelion, ut tangens dimidiæ Anomaliæ mediæ ad tangentem dimidiæ Anomaliæ coæquatæ: in qua analogia primi duo termini ſunt conſtantes in dato Planeta.

Simili modo ex data Anomalia coæquata invenietur media. Quod ſi non Anomalia coæquata A S L datæ mediæ A F L congrua quæratur, ſed angulus F L S, (*Æquatio Elliptica* dicta;) erit hic duplus anguli F B S prius inventi. Hic vero angulus ſubtractus ab Anomalia media A F L, Planetâ ab Aphelio ad Perihelium deſcendente, ſive in primis ſex Anomaliæ Signis, relinquit coæquatam A S L: additus vero Anomaliæ mediæ in ultimis ſex ejuſdem Signis coæquatam conficit; unde & *Proſthaphæreſis* dicitur.

PROPOSITIO VII.

Approximationis præcedentis correctionem à Cl. Ismaele Bullialdo *adductam explicare; & , quomodo (eâ positâ) Anomalia coæquata & Planetæ Distantia à Sole inveniantur, ostendere.*

Tab. XVIII. Fig. 9. CL. *Ismael Bullialdus*, dum *Astronomiam Philolaicam* tuetur adversus *Wardum* in Libro cui titulus *Astronomiæ Philolaicæ Fundamenta explicata*, *Cap.* I. & II. ex quatuor observationibus à *Tychone* factis ostendit Hypothesin modo descriptam *Wardi* Marti non convenire; sed in primo & tertio Anomaliæ mediæ quadrante Martem esse promotiorem quam pro hac Hypothesi esse debet, at in quadrante Anomaliæ mediæ secundo & ultimo Martem minus esse promotum quam postulat hæc Hypothesis. At ne nunc quidem ad sagacissimum *Keplerum* respexit, secundum cujus Systema physicum rem ita se habere in omni Ellipsi oportet, & quidem in Marte sensibiliter, (quippe cujus Orbita sensibiliter est excentrica;) & prout ipsi numeri à *Keplero* adducti ostendunt. Sed Hypothesin *Wardi* corrigere certus, quo illi paria rependere possit, hujusmodi correctionem Anomaliæ mediæ, ut supra inventæ, *Cap.* IV. dicti Libri adduxit. Sit A L B P Planetæ Orbita elliptica, cujus Foci, Apsides, Centrum &c. designantur iisdem literis quibus sæpius supra: Sitque angulus A F L Anomalia media in Hypothesi *Wardi*; nempe angulus A F L ad quatuor rectos, sicut tempus quo Planeta percurrit arcum ellipticum A L ad integrum tempus periodicum. Et quoniam punctum L in primo & tertio quadrante Anomaliæ mediæ (hoc est, dum angulus A F L est minor recto, vel major duobus, minor vero tribus) non est tam promotum quam requirunt observationes, in secundo vero & quarto quadrante justo promotius; hoc est, quoniam A F L angulus est

in

in primo casu parvus nimis, in secundo nimius; ideo angulum hunc ita corrigit *Bullialdus*. Per L ad A P ducatur perpendicularis Axi; huic in E, circulo vero diametro A P descripto occurrens in G, jungatur F G; angulus A F G pro Anomalia media assumatur loco ipsius A F L; & angulum A F G vocat *Bullialdus*, pro jure suo, *Anomaliam Mediam-veram*, relicto nomine *Mediæ* angulo A F L, qui Tempori est proportionalis: Adeoque locus Planetæ correctus in sua Orbita erit V punctum, ubi F G Orbitæ occurrit. Angulo autem Anomaliæ mediæ A F L correspondens angulus Anomaliæ mediæ-veræ A F V expedite invenitur, sumendo angulum cujus tangens est ad tangentem Anomaliæ mediæ, sicut major axis Ellipsis ad minorem; eritque hic is qui quæritur. Nam G E tangens anguli G F E est ad L E tangentem anguli L F E ad eundem radium F E, ut D C (sive C A) ad B C. In triangulo porro V F S (prorsus ut Prop. præced. in triangulo L F S) datis latere F S, angulo externo A F V & summâ laterum F V & V S, invenitur F S V Anomalia coæquata, & latus V S Distantia Planetæ correcta à Sole. Q. E. F.

Atque hæc est *Wardi Hypotheseos* correctio à *Bullialdo* adducta, satis quidem felix si pro correctione approximationis ad verum Systema tantum habeatur, prout decet; quippe *quâ effecit ut vel tandem ex Anomalia media colligeretur coæquata à priori, simulque calculus satisfaceret observatis, quod ante eum* (ex *N. Mercatoris* sententia) *in Hypothesi Elliptica præstiterat nemo*. At cum illam pro vero & genuino Systemate venditat *Bullialdus*, & illius causas Physicas (*Cap.* III. & IV.) suo more ex *Cono* petit, non tantum Astronomiæ suæ *Philolaicæ* Fundamenta inexplicata relinquit, sed & quasi nulla prorsus forent Physica Astronomiæ fundamenta disputat.

PROPOSITIO VIII.

Describere Orbitam, in qua Planetam circa Solem deferri censet Celeb. Astronomus Dominicus Cassini, *ejusque cum Causis Physicis & Phænomenis convenientiam & discrepantiam explicare.*

Tab. XIX. Fig. I.

CIrculi A K B H diameter A B dividatur bifariam in C puncto, per quod ducatur recta indefinita D E ad A B normalis. Dividatur rursus A B in G, ita ut A G sit ad G B sicut Planetæ (cujus Orbita est describenda) Distantia à Sole aphelios ad Distantiam perihelion ; & capiatur C F æqualis C G. Ex F ad A B erigatur normalis F H circulo occurrens in H. Centro F distantiâ F H describatur circulus secans indefinitam D E in D & E punctis, quæ erunt extrema minoris Axis Orbitæ describendæ. Ad invenienda reliqua ejus puncta ducatur per F utcunque recta I F K circulo in I & K occurrens. Centro F distantiâ I F vel K F describatur circulus; centroque G distantiâ æquali alteri rectæ I F K segmento, nempe K F vel I F, alter circulus: horum circulorum intersectiones L, L, L, L erunt ad Orbitam. Atque hoc modo, propter binos super utroque centro circulos, quatuor Orbitæ puncta eâdem operâ determinantur. Similiter alia atque alia illius puncta determinabuntur, aliam atque aliam ducendo rectam per F transeuntem & à circulo utrinque terminatam. Quoniam rectangulum sub segmentis rectæ per punctum F ductæ & à circulo terminatæ datum est, nempe rectangulo sub A F, F B (per *Prop.* XXXV. *Elem.* III.) æquale; patet rectangulum sub rectis F L, G L à punctis F & G ad quodvis curvæ A L B punctum L ductis etiam dari, & rectangulo sub A F, F B vel sub A G, G B æquari; & ideo esse A G ad G L sicut F L ad G B vel F A. Sicut in Ellipsi vulgari summa rectarum à duobus Focis ad punctum quodvis in circumferentia inclinatarum data est,

ta est, ita rectangulum sub rectis à punctis F & G ad quodvis in curva ADBE punctum ductis datur, unde & punctis hisce F & G *Focorum* nomen indidit D. *Cassinus*.

Curvam hanc vult esse Planetæ Orbitam, quam ita circa Solem in Foco G positum percurrit, ut anguli ad alterum Focum F proportionales sint Temporibus; quem proinde Focum seu Centrum medii Motûs appellat, sicut alterum G Motûs veri, ubi Solis Mundique Centrum locat. Unde Planetæ distantiæ qualibet binæ à Foco veri Motûs sunt reciproce ut ejusdem distantiæ à Foco Motûs medii. In Orbita hac ex data Anomalia media, nempe angulo AFL, Anomalia vera AGL determinatur, si in triangulo LFG ex datis basi FG alteroque angulorum adjacentium LFG, (ipsius AFL Anomaliæ mediæ complemento,) & rectangulo sub reliquis duobus lateribus FL, LG comprehenso inveniantur reliqua.

Hypothesis hæc *Cassiniana*, in *Tractatu de Origine & Progressu Astronomiæ* breviter tradita, hoc habet incommodi physici, quod licet Planeta, urgente vi centripetâ versus Solem cujusdam certi generis, (cujus Lex per Corol. Prop. XXXVII. Lib. I. innotescet,) possit Orbitam ALDBE circa eundem in G positum describere, tamen vis hæc diversa prorsus erit ab ea in plerisque Operationibus naturalibus usurpata, quâque Ellipsis vulgaris, cujus iidem sunt Foci & Vertices, circa Solem ibidem positum describitur: Et hoc insuper, quod Planeta Curvam ALD, ut à D. *Cassini* supponitur, describens (nempe ut ducta FL ubique ad Planetam, angulus AFL sit Tempori proportionalis) isti etiam Legi universali Prop. XI. Lib. I. demonstratæ minime obtemperat, ut area ALG, quam radius vector GL è Sole exiens verrit, sit etiam Tempori proportionalis. Unde Hypothesis hæc, æque ac supra descripta *Wardi* & *Pagani* Hypothesis, est physice impossibilis. Impossibile utique est ut Planeta, quâcunque vi centripetâ ad Solem tendente agitetur,

agitetur, Ellipseos vulgaris Orbitæve hujus *Cassiniana* perimetrum describat, ita ut anguli ad Focum à Sole diversum sint Temporibus proportionales. Nam hoc posito, areæ ad Solem non essent Temporibus proportionales) ut de Ellipsi vulgari supra est ostensum, & infra de utraque ostendetur) quod tamen necessario fit, ut Prop. XI. Lib. I. demonstratum est.

Demonstrabimus autem quod in Figura supra descripta A L D B E, (*aliâve quâvis versus centrum ubique cavâ, cujus quatuor partes per duos axes factæ sunt inter se æquales & similes, & duo Foci* F *&* G *à centro æqualiter remoti,*) *angulus omnis ad Focum* F *non est ad quatuor angulos rectos sicut area ad Focum* G *ad integram figuram* A D B E.

Tab. XIX. Fig. 2. Supponatur angulum ad Focum F esse ad quatuor rectos ut area ad Focum G ad integram figuram. Ducatur recta F L normalis ad A B; quo modo erit A F L angulus pars quarta quatuor rectorum, vel semissis duorum: adeoque area A L G erit ex hypothesi pars quarta integræ figuræ A D B E, vel semissis dimidiæ A D B; hoc est, æqualis ipsi L D B G reliquæ ad dimidiam. Ex G ipsi F L parallela agatur G M Orbitæ occurens in M; eritque, ex natura Orbitæ, G M æqualis ipsi F L; & proinde per *Prop.* XXXIII. *Elem.* I. M L (quæ tota cadit intra curvam A D B E, cum ex hypothesi hæc sit ubique versus centrum C cava) est æqualis & parallela ipsi G F; & per *Prop.* XXXIV. *Elem.* I. M G L triangulum æquale est triangulo G F L. Cumque etiam figura A L F sit, ex natura Orbitæ, æqualis figuræ B M G; erit figura A L G æqualis figuræ B M L G, rectis B G, G L, L M, & curva B M comprehensæ. Sed modo ostensum est esse figuram B M D L G, rectis B G, G L, & curvâ B M D L comprehensam, æqualem figuræ A L G; & igitur figura B M L G æqualis est figuræ B M D L G; pars toti: quod est absurdum. Non est igitur figura A L G qua-

quadrans integræ figuræ A D B E, quando A F L angulus eſt quadrans quatuor rectorum; ſive angulus omnis ad Focum F non eſt ad quatuor angulos rectos ſicut area ad Focum G ad integram figuram. Q. E. D.

Prædicta porro Hypotheſis in eo laborat, quod Anomalia vera, & congrua Anomalia media, Planetæque Diſtantia à Sole Phænomenis Cœleſtibus minime quadrent. Cum enim Ellipſis vulgaris Phænomenis congruat, altera illa *Caſſiniana*, cujus diverſa eſt natura, illis congruere nequit. Alius enim erit, ad tempus datum, Planetæ locus in Ellipſi vulgari A Y B Z, alius in Orbita *Caſſiniana* A D B E, iiſdem Verticibus A, B iiſdemque Focis F, G deſcripta, tum quoad Anomaliam veram ſive angulum cum A B ad G contentum, tum quoad Diſtantiam à Sole reſpectu Apheliæ diſtantiæ G A. Et licet in Orbitis, quarum Excentricitas eſt admodum parva, differentia non ſit valde ſenſibilis; ubi Excentricitas eſt magna, res aliter ſe habet. In priori caſu ipſe circulus A Q B X diametro A B deſcriptus Phænomenis fere ſatisfacit. Omnes tamen Aſtronomi hodie agnoſcunt Orbitam circularem eſſe circa medias longitudines, ut Q & X, latam nimis. Orbita vero hæc *Caſſiniana* A D B E è contrario peccat gracilitate nimiâ in iiſdem locis. Ponatur *ex. gr.* Ellipſis vulgaris A Y B Z, cujus major Axis eſt minoris ſeſqui-quartus, iiſdem verticibus & focis deſcripta intelligatur Orbita *Caſſiniana* A D B E; deficiet hujus minor Axis D E à veræ Orbitæ ellipticæ minore Axe Y Z pluſquam hujus triente, cum interim Orbitæ circularis latitudo Q X minus excedet Y Z; ejus nempe tantum quadrante. Orbita igitur hæc, cum neque Rationes Phyſicæ reſpondeant, (quippe omnino impoſſibile eſt ut deſcribatur modo quo ab ipſius Auctore D. *Caſſini* requiritur, nempe ita ut anguli ad Focum à Sole diverſum proportionales ſint Temporibus; ſic enim area per radium vectorem deſcripta non eſſet Tempori proportionalis:

Tab. XIX. Fig. 3.

nalis: immo ad illam quomodocunque describendam opus esset Vi Centripetâ ad Solem abhorrente ab illa per rerum naturam usurpata, quæ, alterius omnis virtutis naturalis, â centro vel ad centrum, in lineis rectis per regiones in circuitu propagatæ instar, est ut quadratum distantiæ à centro inverse,) neque Orbita Phænomenis observatisque Cœlestibus congruat, propter minoris Axis brevitatem, Orbisque medii gracilitatem inde ortam; Orbita, inquam, hæc ex Astronomia est rejicienda.

ADDITIO

ad

PROPOSITIONEM VIII.

præcedentem excerpta ex

Transact. Philosophicis Mens. Septembr. Anni 1704.

DE ORBITA CASSINIANA.

Per

DOCTOREM GREGORIUM.

Tab. XIX. N°. 2. Fig. 1. EX quo Celeberrimus *Dom. Cassini*, in *Tractatu de Origine & Progressu Astronomiæ*, Curvam quandam pro Planetæ Orbita Astronomis proposuit, & de ipsius Curvæ natura, & de Gravitatis lege ad eam percurrendam requisita, varie multumque ab eruditis disputatum est. Mihi etiam de eadem denuo cogitanti cum diversæ ejus species, tum & harum proprietates aliquæ nondum satis perspectæ occurrebant. Has breviter contexere, & cum iis publice communicare volui, quibus hujusmodi contemplationes non injucundæ videbuntur.

Satis notum est istius Orbitæ hanc esse naturam. Si a datis duobus punctis F & G ad quodvis curvæ punctum H ducantur rectæ FH, GH; rectangulum sub FH, GH æquale

æquale est dato spatio. Recta F G hinc inde producta donec curvæ occurrat, ostendit Vertices A & B; & A B est Axis principalis; mediumque inter vertices punctum C est figuræ Centrum; & D E, per C ad A B normalis, Axis minor; punctaque F & G Foci. Tab. XIX. No. 2. Fig. 1.

In hac figura si axis minor excedat distantiam focorum, Curva figuram terminans est ubique versus centrum cava, qualis vulgo habetur. Si, manente axe principali, distantia focorum minuatur, augebitur axis minor, qui tamen minor manet axe Ellipsis eodem axe principali, iisdemque focis descriptæ; donec tandem, coeuntibus focis, ille evadat æqualis axi majori, & figura abeat in Circulum. Si vero, è contra, distantia focorum augeatur; minuetur axis minor, fietque æqualis dictæ distantiæ, cum hæc est ad axem principalem sicut unitas ad medium proportionalem inter unitatem & ternarium.

Si ulterius augeatur distantia focorum, minuetur adhuc axis minor, & Curva non erit amplius ad hujus extrema versus centrum cava, sed convexa, ut in schemate 2; donec auctâ eousque distantiâ focorum, ut hæc sit ad axem majorem sicut latus quadrati ad ejusdem diametrum, axis minor fiat nullus, & curva pertingat ad centrum hinc inde. Tab. XIX. No. 2. Fig. 2.

Si distantia focorum fuerit major quam pro dicta ratione, axis minor fit impossibilis, & figura in duas conjugatas abit, ut in schemate 3; quæ auctâ focorum distantiâ minuentur, donec tandem figura in bina puncta conjugata abeat. Fig. 3.

Crescente porro distantiâ focorum, rursus emergunt binæ figuræ conjugatæ, quæ similiter crescunt atque prius decreverant à prioribus diversæ in focorum verticumque ordine, augentur que donec infinitæ evadant. Posteaque Systema hoc iisdem gradibus ad circulum rursus accedet quibus ab illo recessit.

Ex his vel primo intuitu satis patet Figuram hanc ad

 consti-

Tab. XIX. *No.* 2. *Fig.* 2. conſtituendam Planetæ Orbitam minime idoneam eſſe. Ut enim taceam caſus ubi in duas conjugatas abit, Orbitæque naturam deponit, nimirum ubicunque tanta ſit ejus excentricitas, quantam Cometæ (ſi circa Solem Planetarum inſtar verſantur, quod veriſimillimum eſt) ad curſum ſuum deſcribendum poſtulant: ut hos inquam caſus prætercam: ſunt etiam in iis caſibus, ubi in ſe redit orbitamque perficit, quædam ejus excentricitates ita amplæ, ut curva prope D & E (Fig. 2.) verſus Solem convexa evadat; adeoque vi à Sole centrifugâ Planetæ opus eſſet, ut hanc Orbitæ ſuæ partem percurreret, dum interim in locis propioribus & remotioribus B & A vis ad Solem centripeta requiritur. Id eſt corpora circumſolaria eâ lege moveri poſſe concedendum eſſet, ut in paribus à Sole intervallis hic vis centripeta, illic centrifuga obtineret, quod quam ſit à naturæ legibus alienum facile omnes perſpicient. Et licet nullius è Planetis tanta ſit excentricitas, cum tamen Geometris notum ſit figuræ, cujus ſpecies omnes ultra certum terminum muneri cuivis naturæ obeundo ineptæ fuerint, ejus ſpecies reliquas citra dictum terminum, quaſi eidem muneri idoneas, admitti non poſſe: Neceſſe eſt *Curvam hanc Caſſinianam ex Aſtronomia rejicere*, non ſo- *Prop. praced.* lum ob rationes *Prop.* VIII. *Lib.* III. *Elem. Aſtr.* adductas, nempe *quod neque obſervatis cæleſtibus congruat propter minoris axis brevitatem, neque rationes Phyſica reſpondeant, cum ad illam deſcribendam opus eſſet vi centripetâ ad Solem abhorrente ab illa per rerum naturam uſurpata*. ſed etiam propter abſolutam impoſſibilitatem. Impoſſibile namque eſt hujus figuræ ſpeciem quamcunque poſſe à Planeta percurri, ita ut anguli ad focum à Sole diverſum proportionales ſint temporibus; ſic enim area per radium vectorem deſcripta non eſſet tempori proportionalis. Non enim aucto angulo ad focum unum æqualibus incrementis, areæ ad alterum incrementa ſimul facta etiam æqualia ſunt, uti perperam nuper ſentiebam.

In

In duobus ultimis schematibus maxima figuræ latitudo invenitur si centro C per focos describatur circulus; secabit namque hic Curvam in punctis L, L quæsitis. Estque maxima ordinata K L tertia proportionalis rectis G F & F D in horum primo, vel quarta proportionalis ipsis G F, G A, & A F in utroque. Tab. XIX. No. 2. Fig. 2. & 3.

Superstite D E, ordinata ex foco F P æqualis est semiaxi minori C D, quando axis minor est ad distantiam focorum ut latus quadrati ad diametrum. Si distantia focorum fuerit major quam pro hac ratione, F P excedet C D.

SECTIO II.

De Telluris Orbita determinanda, & Theoria Telluris è Sole visæ, sive Solis è Tellure.

PROPOSITIO IX.

Orbitæ Telluris Speciem, & Positionem Axis; Telluris item Tempus periodicum per observationes definire.

CUm Libro hoc propositum sit Orbitarum Planetarum primariorum circa Solem ordinatarum Species determinare, & illarum Positionem ad se invicem ex observatis colligere; oportet ab Orbita Telluris circa Solem ordiri, tum quod hæc eadem sit cum illa quam Sol tempore annuo circa Tellurem peragrare videtur, tum præcipue quod hujus Species & Positio requirantur ad similia in reliquis determinanda. Nam cum observantis oculus simul cum Tellure deferatur, hujus Viam oportet omnium primum cognitam habere, si aliorum Planetarum Vias perspectas volumus.

Observetur Solis motus apparens in Ecliptica cum hic velocissimus est; hoc est, cum dato temporis spatio maximum arcum versus ortum conficit; in isto enim casu Tab. XIX. Fig. 4.

Tab. XIX. Fig. 4. (per Corol. 3. Prop. XLI. Lib. I.) Tellus, est in Perihelio P: cum vero motus iste deprehenditur tardissimus Tellus est in Aphelio A. At loco Solis è Tellure observato plane oppositus est Terræ locus è Sole visus, & igitur habetur locus Eclipticæ è Sole visus Aphelii & Perihelii Telluris; hoc est, Positio lineæ Absidum Terræ. Sed Lib. II. ostensum est quomodo Fixarum loca Eclipticæ respectu, hoc est, Eclipticæ cardines reliquaque puncta Fixarum respectu determinari possint, unde lineæ Apsidum Telluris Positio inter Fixas invenietur. Idem fiet bisecando angulum comprehensum inter rectas ductas ad bina loca, ubi Solis motus è Tellure apparentes, dato tempore facti, sunt inter se æquales; hujusmodi enim puncta æqualiter distant à punctis Aphelii & Perihelii. Ad Orbitæ Speciem inveniendam, advertatur esse (per Corol. 3. Prop. XLI. Lib. I.) motum apparentem è Sole focum S occupante visum Telluris in Aphelio A ad ejusdem motum apparentem in Perihelio P ut S P q ad S A q. Cumque Telluris motus è Sole apparens idem sit cum Solis motu è Tellure viso; ex hoc observato, dum Tellus Aphelium & Perihelium tenet, innotescet ratio S A q ad S P q, hujusque proinde subduplicata S A ad S P: composite igitur & divisim dabitur ratio S A + S P ad S P, & S A — S P ad S P; sive A P ad S P & (posito F foco altero) S F ad S P, ac proinde etiam ratio A P ad F S datur.

Fig. 4. Eadem ex observato Solis semidiametro apparente determinare licet: Tum enim Terra est in Aphelio, cum Solis diameter apparens est minima; adeoque locus Solis loco tum observato oppositus est Aphelii locus è Sole visus: & similiter de Perihelio. Punctum item medium inter duo puncta, ubi Sol ejusdem est diametri apparentis, locum ostendit Aphelii vel Perihelii Terræ; quæ omnia nimis sunt manifesta. Ad Ellipseos Speciem determinandam, sit D I diameter Solis in Foco S siti. Estque angulus



angulus D A I ad D P I angulum, ut S P ad S A; sed hujus analogiæ dantur priores duo termini per observationem; ergo innotescit ratio S P ad S A: unde, ut prius, elicitur ratio quæsitá A P ad F S Ellipseos Speciem determinans. Loco diametrorum aut semi-diametrorum Solis apparentium, per angulos aut arcus mensuratarum, accuratius sumentur tangentes angulorum D A S, D P S semidiametrorum apparentium, ut patet. Tab. XIX. Fig. 4.

Porro, temporis spatium inter momênta proxime se insequentia quibus Tellus eandem Apsidem tenebat, ex dictis in hac Propositione determinanda, est Telluris Tempus periodicum. Istud vero tutius definietur, si momenta adhibeantur quam fieri potest inter se dissita, & tempus intermedium dividatur per numerum revolutionum Terræ circa Solem interea factarum; prodibit quippe Tempus unius revolutionis Terræ circa Solem.

PROPOSITIO X.

Tempus Æquinoctii utriusvis per observationes determinare.

PRope Æquinoctium observetur (per Prop. XVIII. Lib. II.) Solis declinatio, quæ si nulla sit, erit tunc ipsum Æquinoctii Tempus: si vero aliqua, exinde invenietur (per Prop. XX. Lib. II.) Solis locus in Ecliptica. Idemque, interjecto aliquo tempore, denuo vel etiam tertio repetatur. Et ex locis sic inventis & tempore interjecto æstimabitur Tempus ipsius Æquinoctii.

In hoc Problemate & hujusmodi observationes Solis corrigendæ sunt (ut semper) per Parallaxin & Refractionem congruam, reliquaque cavenda quæ calculum incertum redderent; *v. g.* observationes binæ ad easdem partes Temporis definiendi; sed potius duæ observationes seligendæ erunt, quarum altera Æquinoctium præcedit, altera sequitur.

PROPOSITIO XI.

Tempus Solſtitii utriuſvis determinare.

Tab. XIX. Fig. 5. QUoniam Tropicus tangit Eclipticam in puncto Solſtitii, Tropici & Eclipticæ portionem exiguam prope Solſtitium referet ſchema annexum; ubi T R eſt Tropicus; E C Ecliptica illum in Solſtitii puncto s contingens; & rectulæ *d l*, *d l* ad T R normales repræſentabunt deviationes punctorum Eclipticæ *l*, *l* à Tropico, ſive Declinationis eorundem mutationes: In quo caſu rectulæ *d l*, *d l* ſunt (per Prop. XXIV. Lib. I.) ut quadrata arcuum s *l*, s *l*, vel hiſce proxime æqualium rectarum s *d*, s *d* reſpective. Unde Eclipticæ portio exigua prope Solſtitium s ſenſibiliter non abludet à Parabola E S C; figura nempe, cujus ea eſt proprietas, ut ſit *d l* ubique ut quadratum rectæ *s d* reſpective. Rurſus, arcus *s l*, *s l* ſunt ut tempora quibus illi à Sole deſcribuntur: nam quoniam Orbitæ Ellipticæ, quam Sol ad ſenſum deſcribit, Apſides prope Solſtitialia puncta hoc tempore hærent, Solis motus apparens erit ibi æquabilis; hoc eſt, arcus s *l*, s *l* ut tempora quibus deſcribuntur. Ex quibus tandem conficitur Eclipticæ portionem prope Solſtitium (puta quam Sol decem plus minus diebus percurrit, quinque nempe ante Solſtitium totidemque poſt) minime diſcrepare à Parabola s *l l*, in qua Fig. 6. abſciſſæ s P, s P ſunt defectus Declinationis Solis quovis momento à Declinatione maxima: & conſequenter harum differentiæ P P, P P ſunt ut ipſarum Declinationum differentiæ; hoc eſt, ut intervalla Altitudinum Solis ſupra Horizontem (vel diſtantiarum ejuſdem à Vertice) in Meridiano vel alio quovis verticali: & ordinatim applicatæ P *l*, P *l* ſunt reſpective ut tempora quibus Sol prædictas Declinationes acquirit, harumque intervalla ut intervalla illarum.

Hiſce

Hisce demonstratis, erigatur Gnomon A B, cujus umbra facta à Sole prope Solstitiorum alterutrum constituto & in planum C D (cui fere perpendicularis est recta B H Solem & Gnomonis verticem B connectens) excepta signat punctum H : Et interjectis aliquot diebus (*v. g.* 3 aut 4) observetur rursus punctum ubi apicis B umbra cadit, Sole eundem tenente verticalem ; sitque illud F : Ac postea similis repetatur observatio, & punctum notatum sit G. E datis tribus punctis H, F, G inveniendum est Tempus ipsius Solstitii. Patet rectas H F, G F esse intervalla distantiarum Solis in eodem verticali ab Horizonte, vel à Vertice ; (hoc est, per supra ostensa, mutationes Declinationis.) Nam F G H minime differt ab arcu circuli centro B distantiâ B G descripti, quia F B G, H B G anguli sunt admodum parvi. Et si loco plani C D, cui B G est normalis, umbra excipiatur in aliud quodvis planum C E ad C D inclinatum angulo D C E non admodum magno, *ex. gr.* in punctis *h*, *f*, *g* ; rectæ *h f*, *g f* eadem fere habebunt inter se rationem quam H F, G F, quia rectæ *f* F, *g* G, *h* H sunt fere parallelæ ; quippe quæ concurrunt non nisi ad B punctum satis dissitum respectu distantiarum *f* F, *g* G, *h* H. Problema igitur de inveniendo Solstitio ex datis punctis F, G, H, & Temporis momentis quando Sol in eodem verticali positus puncti B umbram ad ista projecit, ad sequens Problema pure Geometricum reducitur. Tab. XIX. Fig. 7.

Trium rectarum parallelarum A B, T Y, E S *in eodem plano jacentium datis mutuis distantiis* A T, T E ; *describere Parabolam* K L M, *cujus axis* C V D *est ipsis* A B, T Y, E S *parallelus, illas secantem in punctis* K, L *&* M, *ita ut ductis ad axem ordinatis* K H, L F, M G, *intercepta axis portiones* F G *&* F H *sint rectis datis æquales.* Fig. 8.

Ita enim fiet, ut (si F G & F H æquales fuerint ipsis F G, F H per supra descriptam observationem signatis,

 &

Tab. XIX. Fig. 8. & ratio A T ad T E eadem cum ratione Temporis inte observata puncta H & F, ad tempus inter observata puncta F & G) K H, L F, M G respective repræsentent Tempora inter observationes punctorum H, F & G, & ipsum Solstitii momentum; id est, ut punctis A, T & E repræsentantibus Temporis momenta quibus observata est Gnomonis umbra in punctis H, F & G, punctum C repræsentet ipsum Solstitii momentum. Vocetur linea A T, a; T E, b; F H, c; F G, d; T C, x. Unde A C sive K H $= a + x$, & E C sive G M $= b - x$. Parabolæ latus rectum principale vocetur r. Erit per Parabolæ naturam $x^2 =$ V F $\times r$, adeoque V F $= \frac{x^2}{r}$. Similiter est V H $= \frac{a^2 + 2ax + x^2}{r}$, & V G $= \frac{b^2 - 2bx + x^2}{r}$. Quare $c =$ (F H = V H − V F =) $\frac{a^2 + 2ax}{r}$; & $d =$ (F G = V G − V F =) $\frac{b^2 - 2bx}{r}$. Rejectâque, ope duarum harum æquationum, ipsa r; invenietur $\frac{a^2 + 2ax}{c} = \frac{b^2 - 2bx}{d}$. Ordinatâque æquatione ut vulgo, fiet quæsita $x = \frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$; hoc est, spatium temporis interjectum inter notum momentum per T repræsentatum, (quando nempe Gnomonis umbra in F observata est,) & momentum Solstitii quæsitum: Unde dabitur ipsum Solstitii Tempus. Q. E. F.

Quod si quæratur Tempus interjectum inter observationem umbræ in H & ipsum Solstitium, ipsi T C modo inventæ addatur A T, fietque quæsita A C $=$ ($a + x =$) $\frac{b^2c + 2abc + a^2d}{2ad + 2bc}$. Pari modo erit E C $=$ ($b - x =$) $\frac{b^2c + 2abd + a^2d}{2ad + 2bc}$. Si vero is sit observationum ordo, ut

ut observatio umbræ Gnomonis in F sit exacte media inter ejusdem observationes in H & G; hoc est, si AT = TE, sive $a = b$, æquatio paulo simplicior fiet; erit nempe distantia Temporum Solstitii & observatæ umbræ in F æqualis $\frac{ac - ad}{2d + 2c}$, Solstitii distantia à Tempore observationis umbræ in H æqualis $\frac{3ac + ad}{2c + 2d}$, & à momento observationis umbræ in G æqualis $\frac{ac + 3ad}{2c + 2d}$; hoc est, in schemate, sicut 2 FH + 2 FG ad GH, sive 4 HF — 2 GH ad GH, sive 2 HF — GH ad $\frac{1}{2}$ GH, ita semissis Temporis inter primam observationem umbræ in H & ultimam ejusdem in G versantis ad tempus interjectum inter observationem mediam umbræ in F & ipsum Solstitii momentum quæsitum.

Primus modum hunc Solstitiorum Tempora determinandi excogitavit & publico impertivit Acutiss. *Ed. Halleius* in *Transact. Philos.* ineunte *Anno* 1695, & exemplis Solstitiorum binorum, per observationes *Waltheri* & *Gassendi*, ex hoc definitorum illustravit; ubi etiam in praxi advertenda quædam notat de Gnomonis situ & figura commoda, de Umbræ accurata observatione aliisque.

PROPOSITIO XII.

Anni Vertentis quantitatem definire.

CUm Annus vertens sive Tropicus sit Temporis spatium quo Anni tempestates eædem denuo redeunt; hoc est, quo Sol ab aliquo Eclipticæ puncto (puta illo in quo Tropicum contingit) digressus ad idem revertitur; patet ejus quantitatem definiri, si Sol bis in eodum Eclipticæ puncto observetur, (*v. g.* bis in eodem Æquinoctio per Prop. X, aut in eodem Solstitio per XI,) &

tempus interjectum dividatur per numerum revolutionum Telluris circa Solem interea factarum. Si quis sit error in Æquinoctii vel Solstitii momento definiendo, ne hic Anni Tropici mensuram turbet, convenit Solstitia vel Æquinoctia adhibere quam fieri potest maxime inter se distantia, ut error in plures partes discerptus (divisione factâ per magnum revolutionum interjectarum numerum) insensibilior evadat.

Sed quoniam Solstitiorum Tempora difficulter discerni Veteribus videbantur, ut ipse *Ptolemæus* ait, qui propterea *Metonis* & *Euctemonis* ipsiusque *Aristarchi* Solstitia prætermisit; quod & Recentioribus usque adeo verum est visum, ut *Ricciolus* asseruerit *Ptolemæum* nimis confidenter sperasse in Solstitialibus nec se nec *Archimedem* in observatione atque computatione ad quartam usque partem diei errasse; & *Hevelius Cap.* IV. *Prodr. Astron.* dicat *Solstitia, licet optimis & maximis instrumentis etiam ab omnium exercitatissimo observatore sint deprehensa, nequaquam profecto posse in ipsis minutissimis particulis determinari:* Astronomi adhibuerunt Æquinoctiorum observationes, quorum momenta accuratius definienda crediderunt, propter magnam & sensibilem circa Æquinoctiorum tempora Declinationis Solis mutationem. Verum Solstitiorum tempora, methodi præcedentis ope, saltem æque accurate ac ipsorum Æquinoctiorum deinceps determinari possunt.

Loco quod Sol nunc tardius nunc celerius moveri videtur, (pro varia nempe velocitate Telluris circa Solem,) si concipiatur æquabiliter moveri, ita ut tempore per Prop. hanc definito Eclipticam percurrat; talis Motus aptissimo nomine dicitur Solis *Motus Medius*, (quippe inter celerrimum & tardissimum revera talis,) & locus quem Sol sic motus teneret, ejus *Locus Medius* appellatur.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Anni Syderei quantitatem definire.

COmparando locum quèm data Fixa olim in Ecliptica tenebat cum illo quem nunc tenet, inveniatur Præcessio Annua Æquinoctiorum; hoc est, quantum quodlibet Eclipticæ punctum à data Fixa versus Occasum spatio unius Anni recedit, quod Lib. II. Prop. XXXI. factum est: Et (per Prop. præced.) determinetur Temporis spatium requisitum ut Sol arcum Eclipticæ inventæ Præcessioni æqualem conficiat. Hoc ergo quantitati Anni Tropici additum dat quantitatem Anni Syderei, constantis nempe ex Anno Tropico, quo Sol ab Eclipticæ puncto digressus ad idem sibi interim paululum obviam factum revertitur, & illo præterea quo Sol describit arcum istum per quem dictum Eclipticæ punctum Soli interim obviam est factum; hoc est, quo Sol à puncto immoto (Sydere *v. g.* Fixo) digressus ad idem denuo reverti videtur.

PROPOSITIO XIV.

Ex datis tribus Solis Locis, Prop. XX. *Lib.* II. *definitis, & Telluris Tempore Periodico, proxime æquali Anno Sidereo per Prop. præc. definito, Orbitæ Telluris Speciem, Lineæ Apsidum Situm & Tempus quo Tellus Aphelium tenebat invenire.*

MEthodi Prop. IX. traditæ Speciem & Positionem Orbitæ Telluris inveniendi observationes requirunt usque adeo accuratas, ut praxi minus sint idoneæ: sequentem ergo usibus Astronomicis accommodatiorem hic apponimus. Dentur tria Solis Loca observata, nempe cum Tellus est in tribus Orbitæ suæ punctis B, C, D. Habentur igitur positione tres rectæ S B, S C, S D, sive tres *Tab.* XX. *Fig.* 1.

 anguli

Tab. XX. Fig. 1. anguli B S C, C S D, B S D. Et ex periodo Telluris data & Temporibus inter observationes datis, dantur rationes inter Aream totam Ellipseos A C P B & ejusdem partes B C S, C D S & B D S. Problema igitur eo reducitur, ut describatur Ellipsis super Focum datum S talis, ut tota ejus Area sit ad ejus partes sub rectis positione datis S B, S C, S D & curva Elliptica comprehensas, in datis rationibus.

Intelligatur A P Orbita Telluris, cujus Foci S & F, Aphelium A, Perihelium P. Porro, centro S semidiametro æquali Axi majori descriptus concipiatur circulus, cujus circumferentiæ occurrant rectæ S B, S C, S D productæ in R, Z & Y. Jungantur rectæ F B, F C, F D, F R, F Z, F Y; quarum una Z F producatur donec iterum peripheriæ occurrat in G, & jungantur R G, G Y, Y Z, Z R. Si A C D P B sit vera Telluris Orbita, erunt (per Prop. V.) anguli B F C, C F D, B F D respective ad quatuor rectos quamproxime ut Tempora inter observationes ad Tempus periodicum: & vicissim, si dicta ratio obtineat in angulis hisce, A C D P B est Telluris Orbita quæsita. Istud igitur restat faciendum, ut ex datis, præter angulos B S C, C S D & B S D, rationibus angulorum B F C, C F D & B F D ad quatuor rectos Positio rectæ S F vel A P & Ellipseos Species inveniantur.

Quoniam dantur anguli R S Z, Z S Y, R S Y, nempe differentiæ Longitudinum observatarum, & anguli B F C, C F D, B F D; nempe Motus Terræ medii fere pro temporum spatiis inter observationes interjectis; ideo dantur & R F Z, Z F Y, R F Y arithmetice porportionales inter B F C & R S Z, C F D & Z S Y, B F D & R S Y respective. Nam quia S R æqualis est A P per constructionem, & summa rectarum S B & B F eidem æqualis, (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conicorum Apollonii*,) erunt B R, B F æquales; similiterque ostendentur C Z, C F, item rectæ D Y, D F æquales. Unde æquales erunt B R F & B F R;

C Z F

CZF & CFZ; item DYF & DFY. Sed angulus BFC = RFZ + BFR + CFZ; & RFZ = RSZ + BRF + CZF. Quoniam igitur BFC tantum superat RFZ, quantum hic angulum RSZ; patet hos esse arithmetice proportionales. Similiter sunt CFD, ZFY, ZSY; item anguli BFD, RFY, RSY arithmetice proportionales. Porro, in triangulo YFG dantur omnes anguli; nempe YFG æqualis complemento ad duos rectos anguli YFZ, medii nempe arithmetici inter notos CFD & CSD, & YGF semissis observati ZSY: Et igitur posito YF partium quotcunque ad libitum, dabitur FG in iisdem partibus. In triangulo RFG datis omnibus angulis (nempe RFG complemento ipsius ZFR ad duos rectos & FGR semisse anguli ZSR) & latere FG, dabitur FR. Et in triangulo YFR datis FY & FR & angulo YFR, (quippe medio arithmetico inter BFD & BSD,) dabitur YR & anguli FRY, FYR. Deinde, in triangulo isoscele YSR dantur omnes anguli (quia datur YSR ad trianguli verticem) & YR; dabitur ergo YS. Denique in triangulo FYS datur angulus FYS (intervallum nempe notorum RYS, RYF) & latera FY, YS; invenietur ergo angulus YSF & latus SF: Sed datur rectæ YS Positio, nempe Locus Solis in tertia observatione, cum Tellus esset in D; dabitur ergo Positio lineæ Apsidum AP, quippe in noto angulo YSF inclinata ad YS positione datam. Sed in iisdem partibus, in quibus exprimitur YS, inventa est recta SF; datur ergo ratio inter YS vel huic æqualem AP Orbitæ Axem majorem & SF Distantiam Focorum; id est, Species Orbitæ. Neque ex observationibus aliud quidvis determinari potest: quælibet enim Orbita Elliptica ipsi ACDP similis, Foco S descripta, cujus Axis major positione est idem cum SF recta, propositis observationibus faciet satis. In triangulo porro DFS datis latere SF, angulo DSF & angulo SDF, duplo ipsius SYF, modo inventi, invenitur DFS, & proinde huic deinceps DFA. Tempus Tab. XX. Fig. 1.

vero

vero quod est ad integrum Tempus periodicum ut angulus D F A ad quatuor rectos, illud est quod interjicitur inter momentum observationis in D & momentum quo Tellus Aphelium tenebat: hoc igitur innotescit. Tab. XX. Fig. 1.

Methodus Orbitæ Speciem & Lineæ Apsidum Positionem determinandi, hic tradita, alteri cuivis Planetæ circa Solem delato æque ac Telluri competit, modo suppetant tres observationes tantundem facientes in altero isto Planeta, atque tres hic adhibitæ in Tellure.

PROPOSITIO XV.

Positionem Lineæ Apsidum & Orbitæ Speciem supra determinatas ad libitum corrigere.

Sumantur Lineæ Apsidum Positio & Orbitæ Species per præcedentem inventæ pro veris & accuratis, (neque enim multum inde abludunt per Prop. V.) ex quibus & Tempore periodico temporibusque inter observationes datis inveniantur anguli correcti ad F, temporibus observationum in punctis B, C & D factarum congruentes; & quidem si primam tantum Correctionem (*Bullialdi* nimirum) adhibere libet, hoc fiet per Prop. VII; ad quantam libet vero exactitudinem procedere licebit per Prop. IV. Per angulos istos sic correctos, loco priorum qui simpliciter temporibus proportionales erant; id est, in Phrasi Astronomica per angulos Anomaliæ mediæ sic æquatos, loco angulorum Anomaliæ mediæ simplicis prius adhibitorum, repetatur calculus Prop. præc. inveniantur-que Positio Lineæ Apsidum & Orbitæ Species, quæ erunt accuratiores.

COROLLARIUM.

Hinc Apsidum Orbitæ Telluris Motus determinabitur: Comparando nimirum Locum quem Aphelium nunc tenet, cum Loco quem ante plura sæcula tenebat, (quorum

rum uterque per Prop. xiv. invenitur & per Prop. xv. corrigitur,) & arcum à dicto Aphelio interea factum dividendo per Annorum intermediorum, numerum, prodibit Aphelii Motus Annuus, qui ad Anni partes etiam extendetur.

PROPOSITIO XVI.

Ad datum Tempus Telluris Locum è Sole visum, ejusque à Sole Distantiam invenire.

Specie Orbitæ Telluris & Aphelii loco ad quodvis Tempus cognitum per ultimas duas Propositiones definitis, quæratur Aphelii locus ad Tempus datum: nempe si hoc sit posterius Tempore ad quod Aphelii locus fuit determinatus, addatur motus Apsidum interea factus, per Prop. præc. Corollarium definitus, ad Aphelii locum prius definitum; vel ille ab hoc auferatur si Tempus datum prius fuerit, conficieturque Aphelii Locus ad Tempus datum. Determinetur porro (per Prop. xiv.) Tempus quo Terra aliquando Aphelium tenuit, cumque per xiii. innotescat Telluris Tempus periodicum; inde innotescet Tempus quo proxime ante Tempus propositum Tellus Aphelium tenebat, & proinde nota est ratio inter Tempus Terræ periodicum & Tempus elapsum à proximo Aphelio; hoc est, in figura ATP, Orbitam Telluris referente, ratio integræ Ellipseos ad aream ATS: Et proinde (per Prop. iii, iv. vi vel vii.) innotescet AST angulus. Cumque rectæ AS positio nota sit, nota etiam erit positio rectæ ST; hoc est, Telluris Locus è Sole visus. Porro, per Propositiones supra citatas, innotescit ratio rectæ TS ad AP rectam; hoc est, Distantia Telluris à Sole in partibus Axis majoris. *Tab. xx. Fig. 2.*

PROPOSITIO XVII.

Dierum Naturalium Inæqualitatem explicare, & quomodo Tempus æquetur ostendere.

CUm Astronomi munus sit Stellarum motum ostendere, & hic in Tempore fiat, nec absque illo concipi possit; Temporis vero pars maxime sensibilis sit Dies naturalis, nempe per quem sæpius repetitum Anni, per eundem divisum Horæ harumque partes fiunt; cumque in motibus supputandis Dies omnes inter se æquales supponere oporteat; quantum hoc à vero abest, tantum & motus Cœlestes è Tabulis deprompti à Phænomenis dissidebunt, nisi inæqualitatis hujus ratio habeatur. Ad hanc vero intelligendam, advertatur Diem naturalem esse Temporis spatium, quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœlestem reliquit donec ad eundem revertitur; hoc est, spatium quo revolutio integri Æquatoris Cœlestis peragitur, & præterea istius ejus partis, quæ respondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu Annuo in Ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc, integro Æquatori superaddita, non est ubique æqualis, tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis Annuus circa Tellurem apparens æquabilis non est; neque Dies isti naturales inter se æquales erunt: Adeoque tum demum forent æquales, si Sol è Terra visus motu Annuo & æquabiliter & in ipso Æquatore moveretur; patetque in isto casu, postquam integer Æquator Meridianum pertransit, relinqui quæ adhuc pertranseat portionem illam quam Sol interim motu Annuo versus Ortum conficeret, quæ semper sibi æqualis esset, cum motum hunc æquabilem ponamus; adeoque & Tempus mensurans transitum per Meridianum totius Æquatoris & portionis hujus addititiæ esset sibi perpetuo æquale. Fingamus igitur Solem alium, ut dictum est, in Æquatore

Æquatore motum, ac proinde Tempus æquabile sive medium mensurantem: Patet differentiam Temporis, quæ intercedit inter appulsum Solis veri & ficti ad Meridianum, vel alium quemvis circulum horarium, eam esse, quæ ex Meridie apparenti faciat Meridiem medium, vel ex medio apparentem; hoc est, ipsam *Temporis Æquationem*. Et quoniam Sol verus & Æquatoris punctum, ubi desinit ejus Ascensio recta, simul ad Meridianum appellunt; Æquatio autem Temporis est Temporis spatium, quod labitur dum arcus Æquatoris inter extremum punctum Ascensionis Rectæ Solis veri & locum Solis ficti comprehensus Meridianum pertransit; si arcus hic convertatur in Tempus, fiet Temporis Æquatio quæsita. Porro, Locus Solis ficti tantum in Æquatore distat à puncto Æquinoctii verni, quantum locus Solis medius in Ecliptica ab eodem: & igitur prædictus arcus Æquatoris, Æquationis Temporis mensura, æqualis est differentiæ inter Solis veri Ascensionem rectam & distantiam loci medii Solis ab Æquinoctio verno. Atqui vulgo notum est differentiam duarum quarumvis quantitatum A & B æqualem esse differentiæ inter A & assumptam quamlibet X, & differentiæ inter hanc X & B simul. Assumpto igitur tertio arcu, nempe distantiâ veri loci Solis ab Æquinoctio verno, erit Arcus, temporis Æquationem mensurans, summa duorum arcuum, quorum alter est differentia inter Solis Ascensionem rectam ejusque locum verum in Ecliptica, alter autem differentia veri & medii Motûs Solis. Accidit autem aliquando, ut duarum quantitatum differentia æquipolleat summæ illarum simpliciter sumptarum; nempe cum altera negativa est, altera positiva; Quare Arcus in tempus convertendus, ut fiat Æquatio Temporis, semper est summa vel differentia duorum arcuum, quorum alter est differentia veri Motûs Solis & Ascensionis ejus rectæ, alter autem est differentia veri & medii Motûs Solis.

Quoniam autem Arcus hic duabus partibus conſtat, illas ſeorſim conſiderabimus. Ac primo abſtrahamus ab inæquali motu Solis ſub Ecliptica; hoc eſt, illum jubeamus pauliſper eſſe æqualem; adeoque motus Solis ficti in Æquatore æqualis erit motui Solis veri in Ecliptica, ſive Sol verus & fictus æqualiter diſtabunt ab utroque Æquinoctio. Et quoniam in primo quadrante Eclipticæ, ſive ab initio ♈ ad initium ♋, Solis diſtantia ab initio ♈ major eſt ejuſdem Aſcenſione rectâ; Sol fictus magis diſtat ab initio ♈ verſus Ortum quam eſt Aſcenſio recta Solis veri, & igitur Sol verus citius ficto appellit ad Meridianum, quippe qui Occidentalior eſt; hoc eſt, Tempus apparens præcedit medium: unde cum Sol eſt in primo quadrante Eclipticæ, Æquationis Temporis pars illa, quæ eſt differentia veri Motûs Solis & ejus Aſcenſionis rectæ, in Tempus converſa detrahenda eſt ab apparenti, ut fiat Tempus medium ſive æquabile. Solis vero verſantis in ſecundo Eclipticæ quadrante Aſcenſio recta eſt major diſtantiâ Solis ab ♈ initio, (quoniam Aſcenſionis rectæ complementum ad ſemicirculum minus eſt diſtantiâ Solis ab initio ♎;) & igitur Sol fictus (qui, ex hypotheſi, tantum in Æquatore diſtat ab initio ♈, quantum Sol verus in Ecliptica diſtat ab eodem) minus diſtat ab initio ♈ quam Sol verus; & proinde ad Meridianum citius pertingit, & ideo Meridies medius præcedit apparentem; hoc eſt, Tempus medium numerat horas 12, cum apparens nondum numerat tot, licet idem ſit Momentum varie appellatum. Adeoque in hoc caſu, cum Sol eſt in ſecundo Eclipticæ quadrante, Æquationis Temporis pars hæc (quæ ab obliquitate Viæ Solis ad Æquatorem oritur, eſtque differentia inter Solis Motum ejuſque Aſcenſionem rectam in Tempus converſa) addenda eſt apparenti ut fiat medium Tempus, ſive detrahenda medio ut fiat apparens. Quod ſi Sol ſit in tertio Eclipticæ quadrante, idem faciendum ac ſi eſſet in primo; hic

hic enim Distantia Solis ab initio ♈ major est ejusdem Ascensione rectâ, ut in primo: Et Sole in quarto Eclipticæ quadrante existente, idem obtinet quoad Æquationis Temporis partem hanc ac si in secundo hæreret, ac propter easdem rationes.

Consideremus deinde Dierum naturalium Inæqualitatem ab inæquali motu Solis in Ecliptica oriundam, sive Temporis Æquationem hinc ortam, sepositâ tantisper Eclipticæ Obliquitate; hoc est, considerando Solem similiter eodemque passu motum in Æquatore atque revera in Ecliptica moveri deprehenditur, hosque duos Soles verum & fictum simul ab Apogæo discedere. Cumque fictus moveatur Motu medio, præcedit ille Solem verum dum ab Apogæo ad Perigæum progreditur; hoc est, Orientalior est fictus vero: verus igitur citius ad Meridianum appellit; ergo apparens Meridies præcedit medium. Et differentia inter loca Solis veri & ficti, sive inter Motum Solis verum & medium, in Tempus conversa est Æquatio Temporis ex inæqualitate hac motûs Solaris oriunda: hanc ergo Æquationem, dum Sol ab Apogæo tendit ad Perigæum, sive (in phrasi Astronomica) in sex primis Anomaliæ Signis, detrahere oportet ab apparenti Tempore ut fiat Tempus medium, vel medio addere ut ex illo fiat apparens. In Perigæo Sol verus assequitur fictum, & inde usque ad Apogæum Orientalior est: fictus ergo toto isto tempore, nempe ultimis sex Anomaliæ Signis, citius appellit ad Meridianum; hoc est, Meridies medius præcedit Meridiem apparentem, quanto arcus inter fictum Solem & verum in transitu per Meridianum insumit; hoc est, quantum arcus ille, nempe differentia inter Motum Solis verum & medium, in tempus conversus conficit. Hæc ergo Temporis Æquationis pars in hoc casu addenda est ad Tempus apparens ut fiat medium, vel medio demenda ut fiat apparens.

Obtinente vero (quod res est) utrâque hâc Æquationis Temporis causâ, horum utrumque faciendum est, hoc est, ad Tempus æquandum Locus Solis dupliciter considerandus est, videlicet & in quo Eclipticæ quadrante versetur, ut altera Æquationis pars addatur vel dematur apparenti, prout supra dictum; & quo Anomaliæ semicirculo, ut ejusdem pars hinc pendens pro sua natura dematur etiam vel addatur. Atque hinc fit quod Æquatio Dierum naturalium (quæ ex supradictis, absolute loquendo, est Differentia medii loci & Ascensionis rectæ veri loci Solis in tempus conversa) duabus constat partibus. Et quoniam Æquinoctium vernum & Solis Apogæum, harum partium capita sive initia, non eandem perpetuo inter se conservant positionem, sed illud in Occidentem latum hoc deserit, ut Lib. I. est ostensum; fit ut ex hisce conflata Æquatio Temporis (absoluta & unica) non sit perpetua, sed in Annis non adeo multis inutilis reddatur, Sole non amplius eundem Anomaliæ gradum occupante sive eundem respectu Apsidum situm, cum ad idem Eclipticæ punctum redit.

Supra descriptam Temporis Æquationem diserte demonstrat *Ptolemæus Cap.* X. *Lib.* III. *Magn. Construct.* quo non obstante *Vendelinus* & alii eam omnem inutilem dixerunt, & Tempus apparens & medium indiscriminatim usurpant. *Keplerus* è contra tertiam æquandi Temporis causam suspicatus est, exinde ortam quod Telluris revolutio diurna non sit prorsus æquabilis, sed intendatur & remittatur pro minore aut majore ejus distantia à Sole, motûs fonte; atque Æquationis partem hinc pendentem *Physicam* appellat, relicto nomine *Demonstrativæ* alteri illi superius descriptæ, ex binis partibus conflatæ. Hujus remissionis & concitationis Primi Motûs suspicionem etiam habuit *Tycho*, & hinc alteram Æquationis partem à Solis Anomalia pendentem pensari voluit; nam alteram tantum ex obliquitate Eclipticæ oriundam adhibuit, quamque

Em-

Empyricam dixit, quia Eclipsibus à se observatis calculo subducendis sufficeret. *Streetius* vero hanc Primi Motûs inæqualitatem eam credidit, quæ sufficeret ut pars à *Tychone* neglecta sub titulo contrario usurparetur, sicut eam in *Astronomia Carolina* posuit.

PROPOSITIO XVIII.

Solis Locum è Terra visum, per Prop. XVI. *inventum, corrigere.*

SI datum Tempus est medium, Locus inventus nullâ indiget correctione; etenim hactenus est verus: Sin secus, Tempus apparens datum convertatur in medium (per Prop. præced.) ex assumpto Solis Loco superius Prop. XVI. invento tanquam accurato: (Etenim Solis Locus iste revera satis accuratus est ad Temporis Æquationem definiendam, cum hæc proxime eadem maneat, sive Locus Solis sit is qui supra est inventus, sive verus & correctissimus:) & ad medium hocce rursus (per dictam XVI.) quæratur Locus Solis, erit sic inventus correctus & accuratus. Namque Tempus medium solum est aptum ad usus Astronomicos, unde *Astronomicum* dicitur; hoc ergo adhibendum esset: Atqui ad medium ex dato apparente determinandum Locus Solis est necessarius; ergo ille præterpropter erat prius inveniendus, Tempus apparens, quasi medium fuisset, adhibendo, ut Temporis Æquatio inveniatur. Hâc vero semel inventâ, & apparente Tempore ad Astronomicum reducto, ad Tempus istud (idem quod propositum est momentum, sed numero ad ingressum in Tabulas apto expressum) quæratur (per eandem Prop. XVI.) Solis Locus, & Distantia Telluris à Sole, quæ patet esse vera & correcta.

Non absimiliter Problematis hujus conversum construetur, Tempusque invenietur, quo Sol è Tellure visus datum Locum tenebit.

SECTIO

SECTIO III.

DE RELIQUORUM PLANETARUM PRIMARIORUM ORBITIS DETERMINANDIS, & HORUM CUM è SOLE, TUM è TELLURE SPECTATORUM THEORIA CONDENDA.

PROPOSITIO XIX.

Positionem Lineæ Nodorum Orbis Planetarii, & ipsius Planetæ in Nodo versantis à Sole Distantiam per observationes determinare.

Tab. XX. Fig. 3. IN Figuris binis ad binos casus superioris & inferioris Planetæ accommodatis referat S Solem; T *t* Orbitam Telluris, cujus Focus S; N *n* Lineam Nodorum Planetæ propositi. Sitque primum Terra in T, & ex hac observetur Planeta in Ecliptica, ideoque in Nodo suo, puta P: nunquam enim Planeta in Ecliptica videbitur è Tellure in Eclipticæ plano versante, nisi cum in Eclipticæ plano etiam fuerit. Post integram revolutionem observetur Planeta in eodem Nodo, cum Terra ad *t* pervenerit. Ductæ intelligantur rectæ S T, P *t*, item S *t*, P T se mutuo intersecantes in X puncto. In triangulo S T X dantur anguli T S *t* ex Theoria Terræ & Tempore inter observationes interjecto, & S T P observata Elongatio Planetæ à Sole, & latus S T Distantia Telluris à Sole in observatione prima: invenitur ergo S X; & ideo X *t*, cum data sit S *t* Distantia Telluris à Sole in observatione secunda: Rursus, in triangulo *t* X P datur angulus *t* X P angulo T X S in priori æqualis, & angulus S *t* P Elongatio Planetæ à Sole secundo observata, & latus *t* X modo inventum; & proinde invenietur latus P *t*. Denique, in triangulo S *t* P datis lateribus *t* S, *t* P, cum angulo comprehenso P *t* S, invenietur S P Distantia Planetæ in Nodo à Sole, & angulus *t* S P, quem Nodi P

Locus

Locus Centricus (five è Sole visus) continet cum s t positione data, nempe Loco Terræ è Sole viso tempore secundæ observationis; & huic oppositus est alterius Nodi Locus Centricus ; hoc est, determinatur Positio Lineæ Nodorum N n.

Hinc Motus Nodorum Orbium planetariorum determinabitur, comparando Nodi cujusque Planetæ Locum ex Veterum observationibus erutum cum ejusdem Loco ex recentibus observationibus definito.

Pari modo, si Planeta bis in alio quovis Orbitæ suæ puncto è Terra observetur, Planetæ Locus è Sole visus & à Sole Distantia determinantur.

PROPOSITIO XX.

Cujusvis Orbis planetarii Inclinationem ad planum Eclipticæ per observationes definire.

Referat s Solem ; circulus N B n Eclipticam inter Fixas ; & N A n viam propositi Planetæ è Sole visam inter easdem : Et recta N s n erit Linea Nodorum (per Prop. præc.) positione cognita. Quando Tellus ad dictam Nodorum lineam pervenerit, quod bis quotannis fit, cujus Tempus per Prop. XVIII. notum est ; observetur (per XXVII. Lib. II.) Planetæ P Locus Geocentricus A, cujus Latitudo A B arcus ad Eclipticam normalis, & Longitudo ♈ B. Cumque nota sit Solis Longitudo ♈ N, nota etiam erit harum Longitudinum differentia N B. In triangulo sphærico A N B, rectangulo ad B, dantur latera A B, N B ; & igitur innotescet angulus A N B mensura Inclinationis plani N A n Orbis planetarii ad N B n planum Eclipticæ. *Tab. XX. Fig. 4.*

PROPOSITIO XXI.

Ex observatione Planetæ in Oppositione aut Conjunctione cum Sole, ejus Secundam Inæqualitatem exuere, & à Sole Distantiam invenire.

PRæter Inæqualitatem in Planetarum motibus veram oculo etiam in Sole, Orbitarum omnium umbilico communi, posito conspicuam, datur nobis in Terra degentibus & alia Optica, ex motu Terræ annuo oriunda. Prior illa Planetis propria apto satis nomine *Inæqualitas Prima* appellatur; alia vero est Planetæ quasi secundaria, ideoque *Inæqualitas Secunda* apud Astronomos merito audit: Et hanc proinde exuere dicitur, qui Locum Planetæ indicat, quem è Sole spectaret Observator.

Tab. XX. Fig. 5. Referat S Solem, T Terram, P Planetam in sua Orbita, N B Eclipticam inter Fixas, N A intersectionem Orbis Planetæ cum Sphæra Fixarum, N Nodum: Cumque Sol sit in plano Orbitæ cujusvis Planetæ, erit recta S N Linea Nodorum. E Sole videatur Terra T inter Fixas ad B, & Planeta P ad A. Et quoniam Planeta vel opponitur Soli (ut in fig. 1.) vel eidem conjungitur (ut in 2da;) arcus circuli maximi puncta A & B conjungens est arcus circuli Latitudinis, & proinde ad Eclipticam perpendicularis. Et in triangulo sphærico rectangulo A B N datur angulus A N B, mensura Inclinationis plani Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. præc. inventæ, & latus B N; inclinatio nempe rectæ T S (ex Theoria Terræ) positione datæ ad S N Lineam Nodorum (per Prop. XIX.) positione inventam. Innotescent igitur latus A B Planetæ Latitudo Centrica & A N Distantia Planetæ in suo Orbe è Sole visa à Nodo N, quod est Planetæ Inæqualitatem Secundam exuere. Porro, in triangulo rectilineo P S T dantur S T ex Terræ Theoria, & angulus P T S Latitudo Planetæ visa aut ejus complementum

ad

ad semi-circulum, & angulus P S T Latitudo Planetæ Centrica superius inventa; quare innotescent P S & P T Planetæ à Terra & Sole Distantiæ.

PROPOSITIO XXII.

Ex unica Planetæ observatione quacunque ejus Inæqualitatem Secundam exuere, & à Sole Distantiam invenire.

OBservetur Planeta P, cujus Nodorum linea N S, ex Terra T cum Latitudine apparente P T B. Planum Latitudinis apparentis producatur, donec secuerit planum Orbis planetarii in P N, & planum Eclipticæ in recta B T N. Ex P demittatur P B perpendicularis rectæ N B, & ex T erigatur T O eidem N B perpendicularis, quæ (per Prop. XXXVIII. *Elem.* XI.) plano Eclipticæ normales erunt, quia planum Latitudinis P N B Eclipticæ plano rectum est. Ex T ducatur T E perpendicularis rectæ N S, & jungatur O E, quæ eidem N S normalis est; & angulus O E T æqualis erit Inclinationi planorum Orbis planetarii & Eclipticæ. In triangulo N S T dantur latus S T & angulus T S N ex Theoria Terræ & Nodi loco cognito, & ex observatione angulus N T S Elongatio Planetæ à Sole in Ecliptica computata, aut ejus complementum ad duos rectos; innotescent igitur latera T N & N S & angulus T N S. In triangulo T E N rectangulo ad E datur N T & T N E; & proinde T E. In triangulo O T E rectangulo ad T datur T E latus modo inventum, & T E O Inclinatio planorum Orbis planetarii & Eclipticæ ex Prop. XX. hujus cognita; invenietur ergo O T. In triangulo O T N rectangulo ad T dantur O T & T N prius inventa; ideoque & angulus O N T. In triangulo P N T datur N T & angulus T N P, & etiam P T N Latitudo Planetæ apparens observatione nota, aut ejus complementum ad duos rectos; idcirco innotescet N P. In triangulo N P B rectangulo ad B, datis N P latere & Tab. XX. Fig. 6.

 angulo

Tab. XX Fig. 6. angulo P N B modo inventis, reperientur P B & N B. In triangulo B N S, datis N B & N S & angulo B N S, notus erit N S B Longitudo Planetæ Centrica à Nodo ſuo computata, & etiam latus S B. Deinde, in triangulo P B S rectangulo ad B, notis P B, B S, innoteſcet P S Diſtantia Planetæ à Sole, & angulus P S B Latitudo ejus Centrica. Denique, in triangulo P N S, datis omnibus lateribus, innoteſcit angulus N S P Diſtantia Planetæ Centrica in Orbe ſuo à poſitione data (per Prop. XIX.) Nodorum Linea in Orbe ſuo computata. Exuta eſt igitur Inæqualitas Planetæ Secunda, ejuſque Locus è Sole viſus determinatus eſt: Sed & porro Planetæ Diſtantia à Sole inventa eſt in partibus Diſtantiæ mediæ Telluris à Sole, quæ pro menſura habetur.

PROPOSITIO XXIII.

Cujuſvis Planetæ Tempus periodicum circa Solem definire.

OBſervetur Planeta propoſitus in Nodo, (ut Prop. XIX. factum,) & rurſus cum ad eundem Nodum proxime revertitur: Tempus inter has obſervationes intermedium eſt proxime Planetæ Tempus periodicum quæſitum. Nam quoniam Nodorum lineæ ſunt (per Prop. XLIII. Lib. I.) fere immotæ, quando Planeta totam deſcripſit Orbitam, ad eundem Nodum revertitur, & viciſſim.

Non tantum ope Planetæ in eodem Nodo bis obſervati ejus Periodus determinatur, ſed ſi bis in alio quovis Orbitæ ſuæ puncto Inæqualitate Secundâ exutus ſpectetur, periodicum Tempus patebit. Quod ſi Planetæ Locus Centricus ab Æquinoctiis computetur, habenda eſt ratio Præceſſionis Æquinoctialium punctorum interim factæ. In Planetarum Temporibus periodicis definiendis utile erit cautionem adhibere, quam ad Anni Tropici quantitatem exacte definiendam adhibuimus; nempe ut obſer-

observationes adhibeantur quam maxime inter se distantes, ut error insensibilis fiat, divisione factâ per magnum revolutionum numerum. Ne autem in una integra revolutione peccetur, sufficit Periodum veræ propinquam & numero rotundo novisse, quod fiet si in una Planetæ revolutione Loca Centrica bina aut plura quærantur in Oppositione vel Conjunctione cum Sole, (cum nempe Inæqualitate Secundâ caret,) & Tempus periodicum assumatur in ea ratione ad Tempus inter binas quasvis observationes elapsum, ut distantia inter Loca Centrica ad integrum circulum. Si non contingat Planetam in ipso Nodo, vel in ipsa Oppositione cum Sole observare, (quod plerumque fit ;) tum istud momentum ex observationibus ante & post factis determinatur.

Si Planetæ Periodus censeatur Temporis spatium, quo Planetæ Locus Centricus idem est rursus in spatio Mundano sive inter Fixas qui prius fuerat : licet accurate loquendo talis nulla detur, posito Nodos moveri ; hoc est, ipsa Orbium plana mutari ; tamen si hæc diversa fuerit à Periodo superius definita, poterit ea definiri (secundum Longitudinem considerata) ope observationum per Prop. præc. factarum, quando Planetæ Locus Centricus est prope easdem Fixas.

PROPOSITIO XXIV.

Longitudinem Axis majoris Orbitæ cujusvis Planetæ primarii invenire.

HActenus planorum Orbium planetariorum situm ad se mutuo definivimus : ad ipsas nunc Orbitas in planis definitis describendas accedimus. Quod quidem variis modis faciemus, ut hic aut ille usurpetur pro observationum commoditate, & alter alterum correctiorem reddat ; & ut Orbitæ per omnes aut plurimos modos in unum collimantes determinatæ accuratiores habeantur. Ac

 primo,

primo, quomodo illarum Axes majores definiantur, ostendemus. Capiendus est Orbitæ cujusvis Planetæ primarii Axis major ad Axem majorem Orbitæ Terræ, in subsesquiplicata ratione periodici Temporis propositi Planetæ (per Prop. præc. inventi) ad Tempus periodicum Telluris circa Solem per Prop. XIII. determinatum: Sic enim fient Cubi majorum Axium Orbitarum, Planetæ & Terræ, ut Quadrata Temporum periodicorum Corporum istorum circa Solem, quod demonstratum est (Prop. XL. Lib. I.) obtinere in corporibus circa idem centrum revolutis, & agitatis Vi Centripetâ quæ est quadrato distantiæ ab isto centro reciproce proportionalis: hanc vero esse conditionem Planetarum primariorum circa Solem revolventium ostensum est Prop. XLII. Lib. I.

PROPOSITIO XXV.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & Tempore periodico; ejus Orbitam describere, & Temporis momentum quo Planeta Aphelium tenebat invenire.

EOdem modo quo Prop. XIV. ex datis tribus Telluris Locis ex Sole visis (hoc est, Telluris Locis Centricis) & Tempore periodico, Orbitæ Telluris Species & Positio lineæ Apsidum determinatur, simile ex iisdem datis in Planeta proposito fiet, & Orbita sic descripta per methodum Prop. XV. indicatam corrigetur. Et sicut Telluris Orbita descripta est in plano Eclipticæ prius (Prop. XIX. Lib. II.) determinato, ita planum Orbis Planetæ propositi, in quo describenda est ejus Orbita, determinatum est per Prop. XIX. & XX. Porro, ex Temporibus periodicis Telluris & Planetæ invenitur (per Prop. præc.) ratio majorum Axium Orbitarum eorundem: ex assumpta igitur majore Axe Orbitæ Terræ (sive hujus semisse Telluris Distantia media à Sole) habebitur magnitudo Orbitæ Planetæ: penitus igitur determinatur Planetæ

netæ Orbita. Et Tempus, quando Planeta hic Aphelium tenebat, similiter determinatur, atque idem in Planeta Tellure Prop. XIV. factum.

Quoniam Orbitæ Planetæ Ellipticæ Species sola ex datis determinatur, (ut ex Prop. XIV. constat,) & ejus Orbitæ magnitudo respectu Orbitæ Terræ ex comparatione Temporum periodicorum horum Planetarum per præc. concluditur; idem poterit aliunde inferri; faciendo nempe ut Orbita certæ Speciei (ex tribus Locis Centricis determinatæ) ex Sole ut Umbilico descripta, transeat per ipsum Locum Planetæ in linea Nodorum per Prop. XIX. hujus inventum: Hoc namque punctum, in Planetæ Orbita datum, tantundem valet ad illius magnitudinem respectu magnitudinis Orbitæ Terrestris determinandam, atque ejusdem Axis major supra definitus: Istius enim puncti Distantia à Sole in partibus linearum Orbitæ Telluris determinata est; poteStque alter horum modorum describendi Orbitam per alterum examinari & corrigi.

Et hinc motus Apsidum cujusvis Primarii definietur; nimirum eodem modo quo prius Nodorum motus.

PROPOSITIO XXVI. LEMMA.

Datis umbilico & longitudine axis majoris, describere Ellipsin per data duo puncta transeuntem.

Sit S figuræ describendæ umbilicus, AP longitudo axis majoris, L & *l* duo puncta per quæ Ellipsis transire debet. Centro L distantiâ æquali excessui rectæ AP supra rectam LS describatur circulus CF; & similiter centro *l* distantiâ æquali excessui rectæ AP supra *l*S describatur circulus RF priorem secans in F; erit F Ellipseos describendæ umbilicus alter: Hisce igitur umbilicis S & F, & axe majore æquali rectæ AP, descripta Ellipsis erit ea quæ quæritur. Quoniam enim LF æqualis est AP — LS, erit LS + LF æqualis AP. Pari modo AP æqua- Tab. XXI. Fig. 1.

tur

Tab. XXI. Fig. 1. tur *l* S + *l* F: Unde (per Prop. LII. *Lib. tert. Conicorum*) Ellipsis umbilicis S & F descripta, axem majorem habens æqualem rectæ A P, transibit per puncta L & *l*.

Facile est ex hujusmodi constructione Geometrica calculi modum Astronomiæ accommodatum excogitare. Ex datis enim tribus punctis S, L & *l*, hoc est, ex datis tribus lateribus trianguli S L *l*, innotescunt anguli. Rursus, in triangulo L *l* F dantur omnia latera; nempe L *l* ut prius, L F differentia datarum rectarum A P & L S, & *l* F differentia ipsarum A P, *l* S; innotescit igitur angulus F L *l*: sed prius notus erat S L *l*, ergo dabitur angulus S L F. In triangulo igitur S L F, è datis L S, L F cum angulo S L F innotescet latus S F distantia focorum, & angulus L S F inter L S positione datam & axem majorem; datur ergo axis hic positione; sed & magnitudine datus est: unde omnia ad Ellipsin pertinentia eliciuntur.

PROPOSITIO XXVII.

Datis duobus Locis Centricis Planetæ & à Sole Distantiis, una cum ejus periodico Tempore, Orbitam Planetæ determinare.

Fig. 2. SIt S Sol; sint Planetæ duo Loca Centrica data in rectis S L, S *l* positione datis, & Planetæ Distantiæ à Sole sint rectæ S L, S *l* magnitudine datæ. Unde L & *l* sunt puncta per quæ Ellipsis transire debet. Porro, ex Tempore periodico noto (per Prop. XXIV.) determinatur P A Axis major Orbitæ Ellipticæ. Describatur igitur (per præc.) Ellipsis, cujus Focus S, habens Axem majorem longitudinis datæ, quæ transeat per data puncta L & *l*. Loca Centrica Planetæ ejusque Distantiæ à Sole vel in Oppositione aut Conjunctione cum Sole determinantur, ut Prop. XXI; vel ex observatione ubivis facta,

facta, ut Prop. XXII. Ille tamen assumi poterit, qui determinatus est Prop. XIX, dum Orbis planetarii situs Eclipticæ respectu definiretur. Quod si plura quam duo Loca Centrica cum Distantiis à Sole correspondentibus suppetant, tum ex quibusvis binis definitâ Orbitâ, videndum num sic definitæ congruant, illaque retineatur (si discrepent) quæ à pluribus Observationibus probatur; ut in calculo Astronomico fieri consuevit.

PROPOSITIO XXVIII. LEMMA.

Ad Ellipseos A L P *majorem axem* A P *ex umbilicorum altero* S *erigatur normalis* S R *Ellipsi occurrens in* R, *per quod acta recta* D R *Ellipsin contingens cum axe* A P *producto concurrat in* G; *& ex* G *ad axem ducatur perpendicularis* G F. *Hisce positis, si ex quovis Ellipseos puncto* L *inclinentur duæ rectæ* L S, L E, *altera* L S *ad assumptum umbilicum* S, *altera* L E *ad* F G *normalis; dico* L E *esse ad* L S *in data ratione* G P *ad* P S. Tab. XXI. Fig. 3.

PEr punctum L ad axem A P ducatur normalis L C axi occurrens in C & tangenti D R in D, & huic ex P parallela P N: Eritque C D æqualis rectæ S L (per *Prop.* CXXXIX. *Lib.* IV. *Gregorii à S^to. Vincentio*) & P N ipsi P S. Sed G C est ad C D in data ratione, nempe G P ad P N; & igitur E L est ad L S in data ratione G P ad P N, sive G P ad P S.

Hinc sequitur G A esse ad A S in eadem dicta ratione G P ad P S; qui est casus particularis hujus Propositionis, nempe cum libere assumptum punctum L coincidit cum A: Et hoc exinde etiam patet, quod (ex *Prop.* XXXIV. *Lib.* I. *Conicor.*) ob R G contingentem, A S est ad S P ut A G ad G P; unde permutando & invertendo G A est ad A S ut G P ad P S. Propositio hæc etiam obtinet in reliquis Coni Sectionibus.

PROPOSITIO XXIX. LEMMA.

Elipsin circa datum umbilicum describere, quæ transeat per data tria puncta.

Tab. XXI. Fig. 4. DEntur puncta L, *l*, λ, & focus S. Jungatur recta L *l*, & producatur ad F ita ut sit L F ad *l* F ut S L ad S *l*. Item juncta λ *l* producatur ad *f*, ut λ *f* sit ad *l f* ut S λ ad S *l*. Jungatur recta F *f* in quam ex L & S demittantur normales L E, S G, dividatur S G in P ita ut G P sit ad P S sicut L E ad L S, & producatur ad A ita ut G A sit ad A S in eadem ratione: verticibus A & P & foco S; hoc est, axe majore P A & latere recto quadruplo ejus rectæ quæ est ad S P ut S A ad A P, (per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic.*) descripta Ellipsis transibit per puncta L, *l* & λ.

Ex *l* & λ in F G demittantur perpendiculares *l e*, λ ε. Quoniam ex constructione est L F ad *l* F ut S L ad S *l*; erit etiam (ob parallelas L E, *l e*) L E ad *l e* ut S L ad S *l*, sive L E ad S L ut *l e* ad S *l*. Sed ex constructione est etiam G P ad P S, item G A ad A S ut L E ad S L; & igitur ut G P ad P S ita est *l e* ad S *l*. Pari modo est per constructionem λ *f* ad *l f* (hoc est, λ ε ad *l e*) ut S λ ad S *l*; adeoque λ ε ad S λ ut (*l e* ad S *l*; hoc est, ut modo demonstratum, ut) L E ad S L. Cum igitur S L ad L E, item S *l* ad *l e*, & etiam S λ ad λ ε, sit ut G P ad P S, sive ut G A ad A S, atque hæc sit Ellipseos proprietas Lem. præc. demonstrata; patet puncta L, *l* & λ esse in Ellipsi, cujus focus S & axis majoris extrema, sive vertices, A & P. Atque hinc facile constat, quando Problema est impossibile, & quando loco Ellipseos Parabola aut Hyperbola exit.

Si desideretur calculus Astronomis familiaris, illum ex præcedente constructione facile erit elicere, modo, *ex. gr.* sequenti.

sequenti. Quoniam s λ est ad s *l* ut λ *f* ad *l f*; erit Tab. XXI. Fig. 4.
dividendo s λ — s *l* ad s *l* ut λ *l* ad *l f*: dantur autem ex datis punctis s, *l*, λ priores tres termini analogiæ; innotescet igitur quartus *l f*. Similiterque, quia s L . s *l* :: L F *l* F, dividendo erit s L — s *l*. s *l* : : L *l*. *l* F, & ex datis primis tribus notus erit quartus terminus; nempe *l* F recta. Porro, ex datis trianguli s *l* λ tribus lateribus datur angulus s *l* λ, & ex trianguli s L *l* lateribus notis innotescit s *l* L; ergo datur & angulus L *l* λ horum differentia vel summa, & huic ad verticem æqualis F *l f*. In triangulo igitur F *l f* datis lateribus *l* F, *l f* modo inventis, una cum angulo comprehenso F *l f*; invenietur angulus F *f l*, & proinde hujus complementum ad rectum *f l e*. Sed ex prius noto s *l* λ angulo innotescit ejus complementum ad duos rectos s *l f*: dabitur ergo angulorum notorum s *l f*, *e l f* summa vel differentia *e l* s, ac proinde illius (propter parallelas *e l*, G s) ad duos rectos complementum *l* s G; nempe inclinatio axis majoris ad rectam *l* s positione datam. Porro, in triangulo *f e l* rectangulo ad *e* dantur omnes anguli, una cum latere *f l*; innotescit ergo *e l*, sive G M, positâ *l* M ad G s normali. Similiter in triangulo rectangulo s M *l*, datis angulis & latere s *l*, datur s M; ipsarum autem G M, M s summa vel differentia est G s. Rursus, quoniam per Lem. præc. *e l* . *l* s : : G P . P s, erit componendo *e l* + *l* s . *l* s : : G s . s P, & datis tribus primis hujus analogiæ terminis, notus erit quartus s P: Similiter, quoniam *e l* . *l* s : : G A . A s, erit dividendo *e l* — *l* s . *l* s : : G s . A s; unde innotescit A s: Ipsarum P s, s A summa est Axis major. Alter Ellipseos Focus tantum distat ab A, quantum s à P. Datis Focis & Verticibus A & P, reliqua non latebunt.

PROPOSITIO XXX.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & à Sole Distantiis, ejus Orbitam Ellipticam describere.

Tab. XXI. Fig. 5. Dentur Loca Planetæ Centrica, ejusque à Sole Distantiæ correspondentes; nempe, posito S Sole, rectæ S L, S *l*, S λ positione & magnitudine. Per præcedentem describatur vel calculo determinetur Ellipsis, cujus focus S, transiens per puncta L, *l*, λ Erit hæc Orbita quæsita. Hujus autem respectus ad Telluris Orbitam ideo notus est, quod linearum S L, S *l*, S λ magnitudo datur in partibus mediæ Distantiæ à Sole, & situs plani Orbitæ respectu plani Eclipticæ ex Prop. XIX. & XX. determinatus supponitur.

Huic Propositioni innititur methodus Cl. *Halleii* Planetarum Orbitas determinandi, *Transact. Philos. An.* 1676. N°. 128 tradita. Si nempe Planeta quivis in eodem Orbitæ suæ puncto (quod quando fieri contingat, ex ejus Tempore periodico præterpropter noto satis innotescit) ter observetur è Terra, habebuntur tria Loca Terræ è Sole visa, & tres Distantiæ Telluris à Sole correspondentes in partibus Distantiæ Planetæ à Sole expressæ; adeoque ipsa Telluris Orbita per præc. determinata: Quâ cognitâ, si Planeta quivis bis in eodem Orbitæ suæ puncto è Terra observetur, ac proinde (per Prop. XIX.) ejus Locus Centricus & à Sole Distantia determinentur, atque hoc in aliis duobus ejusdem Planetæ Locis repetatur; habebuntur tria Orbitæ planetariæ puncta, ex quibus una cum Focorum altero (Solis nempe loco) datis ipsa Orbita (per Prop. præc.) determinatur. Si periodicum Tempus satis exacte sit notum, idem conficietur ex duobus Locis Centricis & à Sole Distantiis notis, quæ ex bis binis observationibus Planetæ in iisdem duobus punctis quibuscunque observati per Prop. XXVII. colligere

gere licet: Eâdemque operâ Locus Nodorum & Orbis Inclinatio ad Eclipticam per Propositiones XIX. & XX. determinantur.

PROPOSITIO XXXI. LEMMA.

Invenire diametros conjugatas Ellipseos, quæ per data quinque puncta transeat.

Sint data quinque puncta N, M, L, K, H, per quæ transeat Ellipseos perimeter; invenienda est Ellipseos istius diameter quædam F E, ejusque conjugata T Y, magnitudine & positione. Ductæ intelligantur rectæ data puncta conjungentes, (ut in schemate,) quarum duæ quædam aut parallelæ sunt, aut duæ nullæ. Hoc autem facile perspicitur; cum enim dentur puncta N, M, L, K, H, dantur rectæ omnes ea omnifariam conjungentes, & anguli inter rectas istas comprehensi. Si ergo deprehendatur angulos duos alternatim positos (*ex. gr.* K M H, M H N) esse æquales, concludetur rectas duas M K, N H, in quibus prædicti anguli alternatim sunt positi, esse inter se parallelas. *Tab.* XXI. *Fig.* 6.

Cas. I. Ponatur primo duas quasdam M K, N H esse parallelas. Bisecentur hæ in B & A, & juncta B A producatur, donec Ellipsi occurrat in F & E; erit hæc (ex *Elementis Conicis*) Ellipseos diameter, & quidem (per 26. *Dat.*) positione data; quippe per data puncta B & A transiens. Ducatur per L ipsi E F parallela L X, Ellipsi in X, rectæ M K in D, & N H in C occurens. Et junctæ X K, L M occurrant rectæ H N (si opus est productæ) in punctis P & G. Per Prop. XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic. Apollonii* est rectangulum X D L ad rectangulum M D K ut Z F *q* ad Z Y *q*. Item X C L . N C H :: Z F *q*. Z Y *q*. Et igitur X D L . M D K :: X C L . N C H. Sed (ut infra ostendetur) est X D L . M D K :: X C L . G C P. Et igitur (per *Prop.* IX. *Elemen.* V.) est N C H rectangulum

æquale

Tab. XXI. *Fig.* 6. æquale rectangulo G C P. Atqui rectangulum N C H datur, quoniam ejus latera N C, C H dantur; tota enim N H initio datur tam magnitudine quam positione, item recta L C positione, (per 28. *Dat*:) quare (per 25. *Dat.*) dabitur & C punctum: item recta G C, quippe cujus termini G & C dantur; datur ergo (per 57. *Dat.*) C P magnitudine: sed & positione; ergo ipsum P punctum datum est. Datur etiam & K punctum; ergo & puncta illa conjungens recta K P positione datur, & proinde (per 25. *Dat.*) punctum X in Ellipsi (ubi positione datæ L C, K P concurrunt) etiam datum est. Jungantur rectæ N X, L H diametro E F (si opus est productæ) occurrentes in R & S: eritque (per supra citatam *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) tum N C H ad X C L, tum N A H ad E A F, sicut Z Y *q* ad Z F *q*; unde N C H . X C L : : N A H . E A F. Et per inferius demonstratum est N C H . X C L : : N A H . R A S; quare (per IX. *El.* V.) R A S rectangulum rectangulo E A F æquale est. Sed R A S datur, (cum tria puncta A, R & S dentur, A quidem ut supra ostensum, R & S per 25. *Datorum*; nempe datæ positione rectæ E F cum positione datis rectis X N, H L concursus;) rectangulum igitur E A F datum erit. Simili ratione invenietur E B F rectangulum: & dantur puncta A & B; ergo & ipsa E F magnitudine, ut deinceps ostendemus: Sed prius inventa erat ejus positio; quare diameter E F positione & magnitudine data est. Porro, T Y *q* est ad E F *q* ut N C H ad X C L, ut supra ostensum est; hoc est, (per I. *Dat.*) in ratione data, ob data N C H, X C L rectangula; quare & prioris subduplicata ratio, nempe ratio T Y ad E F (per 24. *Dat.*) etiam data est: sed datur E F, ut supra ostensum; ergo per 2. *Dat.* dabitur T Y magnitudine. At positio ejus datur per 28. *Dat.*; quippe per datum punctum Z medium datæ positione & magnitudine rectæ E F, ad datam positione rectam N H parallelæ:

rallelæ: igitur dantur, tam positione quam magnitudine, rectæ E F, T Y, diametri nempe conjugatæ Ellipseos per data quinque puncta N, M, L, K, H transeuntis.

Cas. II. Sed non sint parallelæ rectæ lineæ M H, N K, neque aliæ quævis duæ: hæ ergo M H, N K (productæ saltem) se mutuo secabunt, puta in I puncto, quod per 25. *Dat.* dabitur. Ducatur per L recta L V ipsi M H parallela, rectæ N K occurrens in Q, quod (per 28. & 25. *Dat.*) itidem datum erit: Eritque ratio rectanguli N Q K ad rectangulum L Q V data; eadem nempe (per *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) quæ est dati rectanguli N I K ad datum M I H. Sed rectangulum N Q K datum est cum ejus latera N Q & Q K dentur, & igitur rectangulum L Q V etiam est datum: Unde, cum data sit L Q, per 57. *Dat.* recta Q V magnitudine data est; sed & etiam positione, quippe per datum punctum Q datæ positione rectæ M H parallela; ergo ipsum V punctum, per 27. *Dat;* cum detur rectæ Q V magnitudo & positio & altera extremitas Q. Quare devenimus ad casum priorem; dantur nempe quinque puncta N, M, L, V, H, vel M, L, K, V, H, per quæ Ellipsis transeat, talia tamen ut rectæ duæ L V, M H sint parallelæ. Ex prædictis ergo inveniantur istius Ellipseos diametri conjugatæ. Q. E. F. *Tab. XXII. Fig. 7.*

Sint duæ rectæ inter se parallelæ G P, M K, *in quas incidat recta linea* X C D L, *& à quibuslibet ejus punctis* X *&* L *ducantur utcunque rectæ* L M G, X P K *parallelis occurrentes in* M, G, P *&* K: *dico rectangulum* X D L *esse ad* M D K *ut* X C L *ad* G C P *rectangulum.*

Rectanguli X D L ad rectangulum M D K ratio (per *Prop.* XXIII. *Elem.* VI.) componitur ex ratione X D ad D K & ratione L D ad D M; & ratio rectanguli X C L ad rectangulum G C P ex rationibus X C ad C P & L C ad C G. Sed propter parallelas M D K, G C P est X D. D K :: X C. C P; item L D. D M :: L C. C G. Cum igitur rationes componentes æquales sint erunt & compositæ æquales; *Fig. 8.*

les; hoc eſt, X D L ad M D K ſicut X C L ad G C P.

Tab. XXI. Fig. 9. *Si detur utrumque rectangulum* E A F, E B F, *& data ſint* A *&* B *puncta; dantur etiam* E *&* F *puncta, poſitâ* E A B F *rectâ.*

Rectangulo enim E A F æquale ponatur rectangulum B A C, & rectangulo E B F rectangulum A B D: Adeoque, cum (ex hyp.) E A F & B A dentur, datur (per 57. *Dat.*) A C. Similiter ob data E B F & A B dabitur A D. Propter priorem æqualitatem erit (per XVI. *Elem.* VI.) F A. A B :: A C. A E, & per converſionem rationis F A. B F :: A C. C E. Rurſus, propter poſteriorem æqualitatem eſt E B. B D :: A B. B F, & componendo E D. B D :: F A. B F. Unde (per *Prop.* XI. *El.* V.) A C. C E :: E D. B D: & idcirco rectangulum contentum ſub A C & B D æquale eſt rectangulo ſub C E, E D. Atqui rectangulum ſub A C & B D datur, (utraque enim recta data eſt;) ergo datum eſt etiam rectangulum ſub C E, E D. Et quia datum hocce rectangulum applicatur ad datam rectam C D (nempe ex datis partibus C A & A D conſtantem) deficiens figurâ quadratâ, dabitur (per 58. *Dat.*) C E; & conſequenter A E (per 4. *Dat.*) Et propter datum ab initio E A F rectangulum dabitur etiam A F recta; hoc eſt, ipſa E & F puncta data erunt.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

Invenire umbilicos & vertices Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, & Ellipſin proinde per data quinque puncta tranſeuntem deſcribere.

Fig. 10. PAppus in *Lib.* VIII. *Collect. Matth.* hoc Probl. & præc. in uſus Architectonicos proponit & conſtruit; ut nempe portione ſuperficie recti Cylindri datâ, cujus nulla pars in circumferentiis baſium integra ſervatur, inveniatur Cylindri craſſitudo. Hæc Aſtronomi deinceps in uſus ſuos converterunt. Per præc. Lem. inveniantur duæ

duæ quævis diametri conjugatæ Ellipseos, quæ per data quinque puncta transeat, sintque hæ A B, C D se mutuo bisecantes in centro E. Producatur B A in H, ut sit E A H rectangulum æquale quadrato ex D E; unde (per 58. *Dat.*) datur B H. Ex hujus medio puncto K erecta normalis K L concurrat cum M A G recta per A ad D C parallela, in L puncto, quod proinde datur ob rectas M G, K L positione datas. Centro L per E vel H ducatur circulus rectam M A G in M & G intersecans, cujus proinde diameter M G datur tam positione, (quia per A punctum datum datæ positione rectæ C D parallela est,) quam magnitudine, (cum sit dupla rectæ data puncta E & L conjungentis.) Junctæ rectæ G E, M E etiam dantur, tam positione quam magnitudine. Harum autem positio eadem est cum positione axium quæsitorum: Nam quoniam rectangulum E A H (per XXXV. *Elem.* III.) æquale est rectangulo M A G, & per constructionem E A H æquale quadrato à D E; erit E D *q* æquale M A G, sive (per *Prop.* XVII. *Elem.* VI. E D media proportionalis inter M A & A G; ac proinde (per *Prop.* LXXXVIII. *Lib.* III. *Greg. à* S^to^. *Vincentio*) Ellipseos super conjugatas diametros A B, C D descriptæ axes sunt in E G, E M rectis. Axium autem magnitudo sic expedite determinatur. Per A ad E G. E M demittantur normales A Q, A N, quæ proinde dantur. Sumatur in E G recta E O media proportionalis inter E G, E Q; item in E M, E R media inter E M, E N: erunt rectæ E O, E R (per 24. *Dat.* datæ) Elipseos semi-axes per *Prop.* XXXVII. *Lib.* I. *Conic.* Si in G E producta capiatur E P æqualis E O, & in M E producta E T æqualis E R, erunt positione & magnitudine datæ O P, R T Ellipseos axes, dataque puncta O, R, P, T ejusdem vertices principales. Porro, si axis major P O ita dividatur in S & F, ut rectangulum sub P S & S O, item rectangulum sub P F & F O æquale sit quadrato ab R E descripto, erunt (ex Prop. LII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) puncta S & F Ellipseos umbilici. Hæc vero puncta sic inventa (per 58. *Dat.*) Tab. XXI. Fig. 10.

Aaa data

data sunt. Datis autem axibus & umbilicis, Ellipsis describitur per *Prop.* LIV. *Lib.* 1. *Conic. Apollonii.*

Non opus est hic subjungere formam calculi Trigonometrici, Problemati huic accommodati: Geometris enim satis est notum, quæ per *Euclidis Data* eruuntur facillime per calculum eodem prorsus modo progredientem similiter erui, & quidem plerumque Trigonometrico quod hic accidit: Et revera investigatio Problematis cujusvis ope *Datorum Euclidis* universalis est modus illud determinandi, Veteribus familiaris.

PROPOSITIO XXXIII.

Datis quinque Locis Centricis Planetæ, & à Sole Distantiis, ejus Orbitam describere.

IN præcedentibus, dum Planetarum Orbitas determinaremus, nihil supposuimus quod non sit observationibus exacte institutis, æque ac causis Motuum physicis Lib. 1. demonstratis, congruum: Quod nempe Planetæ cujusvis Orbita sit Ellipsis, cujus Focorum alter est immotus Sol, quodque Planeta hanc ita percurrat, ut areæ seu sectores inter rectas ad Solem ductas & arcus Ellipticos comprehensi sint proportionales temporibus, quibus dicti arcus à Planeta describuntur. Licet enim Prop. XIV. supposuimus aliquantisper cum Celeb. *Wardo* Planetam Orbitam suam ita describere, ut æquabilis sit motus angularis ad Ellipseos Focum à Sole diversum; hoc ideo solum factum est, quod in Orbita Telluris haud valde excentrica ista sit approximatio non contemnenda ad æquabilem arearum descriptionem à radio ad Solem ducto, ut Prop. V. ostensum est: Et Telluris Orbitam ex ista hypothesi definitam sequenti Prop. XV. quantum libet correximus: In hac autem Prop. ne istud quidem supponemus, quod Sol in umbilico cujusque Orbitæ collocatur; sed Orbitam describemus ex datis quinque Locis Centricis, totidemque

demque à Sole Distantiis, etiam independenter ab illo: Sic enim præcedentium veritas clarius elucet, cum Sol in Orbitarum sic descriptarum communi Foco collocatus deprehendetur.

Ex datis Planetæ Locis Centricis dantur positione rectæ, in quibus hic è Sole videtur: Sint istæ S N, S M, S L, S K & S H. Et ex datis correspondentibus Distantiis à Sole dantur (per 27. *Dat.*) puncta N, M, L, K & H. Per puncta hæc (ope præc. Lem.) describatur Ellipsis, quæ erit Planetæ Orbita quæsita. Et per idem Lem. invenientur Vertices, Foci, Positio Axis majoris & reliqua quæ in Planetæ Orbita quæruntur. Q. E. F. *Tab. XXII. Fig. 1.*

PROPOSITIO XXXIV.

Ad datum Tempus Planetæ propositi Locum Centricum & Distantiam à Sole determinare.

PLano Orbis Planetarii, Positione Lineæ Apsidum Speciеque Orbitæ planetariæ ex præcedentibus determinatis; hoc est, ipsâ Orbitâ in proprio situ circa Solem descriptâ, quæ sit *ex. gr.* A L P: ex cognito præterea (per Prop. XXV.) momento quo Planeta aliquando Apsidem tenebat, & Planetæ Tempore periodico per Prop. XXIII; notum erit Tempus elapsum ex quo Apsidem (*v. g.* A) proxime tenuit, sive nota ratio dicti Temporis ad Tempus integrum periodicum; hoc est, ex lege motûs Planetarii Lib. I. demonstrata, supposito L Planetæ Loco, nota est ratio Areæ A L S ad integram Ellipsin A L P A. Inveniatur ergo angulus A S L per Prop. III, IV, VI vel VII. Recta igitur S L datur positione, cum in dato angulo inclinetur ad P A Lineam Apsidum positione datam: Sed & magnitudine per easdem, (cum hæc detur in partibus Distantiæ Apheliæ S A, quæ supra definita est in partibus mediocris Distantiæ Terræ à Sole, quæ pro harum linearum communi mensura habetur;) hoc *Fig. 2.*

Tab. XXII Fig. 2. eſt, Planetæ propoſiti Locus è Sole viſus & ejuſdem à Sole Diſtantia.

Viciſſim Tempus invenietur, quo Planeta datum Locum Heliocentricum occupabit; ex data Anomalia coæquata (ex præcedentibus) mediam inveniendo, cui Tempus eſt proportionale.

PROPOSITIO XXXV.

Ad datum Tempus Locum Planetæ Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & Planetæ à Terra Diſtantiam invenire.

AD Tempus datum inveniatur (per Prop. XVIII.) Locus Telluris Heliocentricus in propria Orbita, & (per præc.) propoſiti Planetæ Locus etiam Heliocentricus in ſua Orbita, cum reſpectivis à Sole Diſtantiis.

Fig. 3. Referat S Solem, T Locum Terræ in ſua Orbita, L Locum Planetæ in ſua. Planorum harum Orbitarum ſit recta S N communis interſectio, quæ per Solem extenditur, (quia Sol eſt in utroque plano,) cujuſque poſitio per Prop. XIX. datur. Porro, ex Telluris Loco T dato, dantur recta S T & angulus T S N in plano Eclipticæ; & ex Planetæ Loco L, recta S L & angulus L S N in plano Orbis planetarii. Ducantur per L & S atque per L & T plana circulorum Latitudinis Eclipticæ plano recta, quorum communis interſectio L E recta (per *Prop.* XIX. *El.* XI.) eſt Eclipticæ plano normalis. Ducatur in plano Orbis planetarii recta L N ad S N perpendicularis; juncta E N erit (per *Converſ. Prop.* XI. *El.* XI.) eidem S N etiam perpendicularis.

In triangulo S L N rectangulo ad N dantur S L & N S L; unde dabitur latus L N. In triangulo L E N rectangulo ad E dantur latus L N modo inventum & angulus L N E, qui (per *Def.* VI. *El.* XI.) æqualis eſt Inclinationi Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. XX. inventæ; dantur igitur L E

&

& E N. In triangulo porro L E S rectangulo ad E dantur latera L E & L S; ideoque datur latus S E, *Distantia Planetæ à Sole Curtata*. In triangulo E S N præter rectum ad N dantur E S & prius inventum E N; dabitur ergo angulus E S N, Planetæ Longitudo Heliocentrica in Ecliptica à Nodo N computata: Sed datur Nodi Locus in Ecliptica; quare & Planetæ Locus Heliocentricus in Ecliptica notus erit. Rursus, in triangulo T S E data est S T ab initio, & modo inventa est S E: datur etiam angulus T S E, (æqualis summæ vel differentiæ datorum angulorum T S N, E S N, quia tres rectæ S T, S E, S N sunt in plano Eclipticæ,) qui & *Angulus Commutationis* dicitur: Et propterea dantur reliqua, nempe angulus T E S *Parallaxis Orbis* nuncupatus, & S T E *Elongatio Planetæ à Sole*; hoc est, positio rectæ T E sive Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica, & ejusdem T E magnitudo. Denique, in triangulo T E L rectangulo ad E dantur latera T E & E L; innotescent igitur T L Distantia Planetæ à Terra & angulus L T E Planetæ Latitudo Geocentrica. Tab. XXIX. Fig. 3.

SECTIO IV.

De Planetarum Elongatione maxima a Sole, Directione, Statione & Retrogradatione.

PROPOSITIO XXXVI.

Dati Planetæ Elongationem à Sole maximam, è dato superiore visam, ejusque Tempus determinare.

Sit S Sol, T R Planetæ remotioris Orbita, V P propioris. Ducatur utcunque propioris Planetæ radius vector S V, atque huic normalis V T remotiori Orbitæ occurrens in T, quæ proinde (per XVI. *El.* III.) Orbitam circularem V P continget in V. Inferior in V à Sole maxime elongatus superiori in T videbitur: Nam recta ab alio quovis Orbitæ P V puncto (ut *v*) ad T ducta minorem Fig. 4.

norem angulum cum T S comprehendet. In triangulo igitur T V S rectangulo ad V datur laterum S T, S V (datorum nempe Planetarum Distantiarum à Sole) ratio; innotescunt igitur reliqui anguli T S V, S T V, quorum hic est Planetæ Elongatio à Sole maxima, alter T S V est Commutationis Angulus sive Distantia Planetarum Heliocentrica. Quandocunque igitur modo inventus Commutationis Angulus contingit, simul etiam contingit Planetam inferiorem è superiore visum à Sole maxime elongari.

Tab. XXII. Fig. 5. Hactenus supposuimus utriusque Planetæ Orbitam esse circularem. Quod si ellipticæ earum figuræ ratio habeatur, Problema haud absimiliter solvitur. Datur enim angulus S V T, quem Orbitam tangens recta V T comprehendit cum radio vectore S V in assumpto angulo ad Lineam Apsidum inclinato; datur præterea S V magnitudine, cum nota sit ejus inclinatio ad Distantiam Apheliam S α magnitudine prius datam; & quoniam noti sunt anguli A S α, α S V, item angulus V S T, (proxime æqualis illi, qui obtineret si utraque Orbita esset circularis;) notus etiam erit A S T angulus, ac proinde S T magnitudine nota; unde reliqua conficiuntur ut prius. In hoc casu Elongatio maxima mutatur pro varia Distantia puncti V (ubi celebratur) ab Orbis proprii Aphelio: Major quippe est (cæteris paribus) in inferioris Aphelio α, minor in Perihelio π, mediocris in media longitudine; sed & manente inferioris loco V, varia est pro situ superioris in T vel t.

PROPOSITIO XXXVII.

Planeta quivis Primarius ex alio quovis Primario spectatus, in aliqua Orbitæ suæ parte Stationarius, in aliqua Directus, in aliqua denique Retrogradus apparet.

Fig. 6. Sit S Sol, circa quem duo Planetæ à D per C versus B rotantur; Orbita propioris P T; remotioris R Z; arcus ab illis æqualibus temporum spatiis descripti A R,

P B.

P B. Ducatur utcunque S R Orbitæ propioris in P occurrens. Inter S R & S P sit media Geometrica S M. Erit (per Prop. XXVII. Lib. I.) velocitas remotioris Planetæ ad velocitatem propioris ut S P ad S M: Sed spatia à mobilibus æqualibus temporibus descripta sunt ut eorum velocitates; & igitur est A R ad P B ut S P ad S M; unde A R quam P B minor est. Patetque possibile esse duas parallelas rectas H A D *h*, G R C *g* per A & R ducere tales, ut propioris Orbitæ arcus ab illis interceptus æqualis sit arcui P B. Ita enim duci poterunt rectæ parallelæ, ut quanto C D (æqualis ipsi P B) major est quam A R tanto obliquior sit, (daturque interioris Orbitæ arcus, qui ad parallelas per A & R quantumvis obliquus est,) ut arcus C D, majore sui obliquitate majorem longitudinem compensans, utramque è parallelis rectis extremitatibus suis contingat. Quo posito, si Planetæ reperiantur in situ ad se mutuo qualis hic est A & D; hoc est, si angulus Commutationis ad Solem æqualis fuerit A S D angulo, (quod patet necessario futurum bis inter duas proximas propositorum Planetarum Conjunctiones è Sole visas) alter ex altero spectatus toto illo temporis spatio ad easdem Fixas referetur; hoc est, Stationarius apparebit. Nam superior ad A ex inferiore ad D versante videtur in recta D A H, & superiore ad R progresso inferior ad C progreditur, (cum ex hypothesi D C sit ad A R ut Planetæ Soli propioris velocitas ad velocitatem remotioris:) ille igitur ex hoc in recta C R visus ad eundem Locum inter Fixas referetur, ad quem prius referebatur, cum distantia inter parallelas D A, C R præ Fixarum distantia evanescat penitus. Et ob eandem rationem inferior Planeta arcum D C percurrens, è superiore arcum A R eodem tempore percurrente spectatus, etiam Stationarius apparebit. Similiter, si Planeta Soli propior sit ab altera parte puncti P, (in quo è Sole visus remotiori conjunctus videtur; hoc

Tab. XXII. Fig. 6.

est,

Tab. XXII. fig. 6. est, in quo Sol & Planeta superior ex inferiore spectati oppositi cernuntur, & ubi inferior è superiore spectatus Soli conjunctus videtur,) tantumque ab illo distans, ubi nempe sensibilis alicujus temporis lineæ visivæ inter se rursus sunt parallelæ, *v. g.* ad *c d*, alter ex altero spectatus rursus Stationarius apparebit.

Dico porro, quod priusquam Planeta Soli propior ad supra dictum situm pervenerit respectu superioris, hoc est, superiore in R versante priusquam inferior ad D pervenerit; alter ex altero spectatus in consequentia moveri videtur. Sumatur enim arcus D F ipsi P B aut D C æqualis, junganturque rectæ F A, D R, & producantur utrinque in K A F L & I R D L; hæ non erunt parallelæ sed ad partes ultra R A (respectu Solis) divergent, citra vero convergent & concurrent, puta in L puncto, ex quo rursus divergent. Nam quia (ex hypothesi) D A, C R sunt parallelæ, & D F æqualis est ipsi C D, sed ad R D obliquior quam C D est ad R C; patet D R, F A ultra R A divergere & concurrere citra R A; sc. vel retro D F, si hic sit in parte propioris Orbitæ ad R obversa, (ut in casu hujus schematis,) vel inter R A & D F, si in parte aversa. Si jam inferiore in F versante superior sit in A, hic ex illo in K videbitur: Inferiore ad D pervento superior ad R (ex hypothesi) progressus est, & ex illo ad I videtur. Ex situ vero K ad situm I pervenire est in consequentia Signorum moveri, sive Directum esse; siquidem Planetarum quivis ab A ad R vel à D ad C ex Sole visus in consequentia movetur. Sed & inferior ex superiore spectatus eodem tempore Directus videtur: Nam inferior in F ex superiore in A ad *k* videbitur: posteaque inferior ad D ex superiore in R ad *i* cernetur: Locum vero à *k* ad *i* mutare etiam est in consequentia tendere, siquidem Sol ex Planeta quovis spectatus in consequentia moveri videtur; nempe ex S versus Q. Similiter, postquam Planeta Soli propior Stationem secundam ad *d* est præter-

prætergressus, rursus Directus est, talisque manet donec inferior ad situm respectu superioris (qualis est D respectu A) denuo appellat; quod fiet peractâ integrâ revolutione à priore loco D, & insuper eâ alterius parte, quæ ad dictum (respectu remotioris Planetæ interim progressi) situm denuo recuperandum requiritur. Tab. XXII. Fig. 6.

Dico tertio, quod alter ex altero Retrogradus videbitur, postquam Planeta Soli propior supra descriptam Stationis primæ metam D C transierit, & ad secundam *c d* non pervenerit. Sumatur C E ipsi P B aut D C æqualis; ducantur rectæ C A, E R & utrinque producantur in O C A Y *o* & N E R Y *n*, quæ non sunt parallelæ, sed ad partes C E divergunt, & versus A R convergunt, & productæ concurrunt, puta in Y, quia ex hypothesi D A, C R sunt parallelæ, & C E æqualis est D C, sed ad R E minus obliquus quam C D ad R C. Si jam superiore in A versante inferior sit in C, hic ex illo in O videbitur, & vicissim ille ex hoc in *o*: Cum vero superior ad R pervenit & inferior ad E invenitur, hic ex illo ad N, ille vero ex hoc ad *n*, cernetur. Patet vero quod ab O ad N videri moveri, vel ab *o* ad *n*, est contra Signorum ordinem moveri; siquidem ab S ad Q vel ab A ad R sit secundum illum; nempe qua Primarius è Sole visus vel vicissim hic ex illo tendere videtur. Atque Retrogradatio hæc apparens superioris ex inferiore visi, vel inferioris è superiore, durat à Statione prima ad D C celebrata ad secundam ad *c d*: Sed, propter remotioris motum, Statio hæc secunda transponitur aliquantulum in consequentia, sive ultra locum *c d* hic depictum. Patet igitur Primarium quemvis ex alio Primario spectatum in aliqua Orbitæ suæ parte Directum esse, in aliqua Retrogradum, in aliqua denique Stationarium. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Ex Propositionis hujus demonstratione liquet Planetam

Tab. XXII. *Fig.* 6. superiorem ex inferiore ſpectatum, ſimul Directum, ſimul Stationarium, ſimulque Retrogradum apparere, atque inferiorem è ſuperiore illo ſpectatum.

COROLLARIUM 2.

Quo inæqualior eſt ratio inter Orbitas duorum Planetarum, eo locus in inferioris Orbita, in quo inferior reperitur dum alter ex altero ſpectatus apparet Stationarius, propior eſt ejus puncto ex quo ducta recta ad Planetam remotiorem inferioris Orbitam tangit; hoc eſt, ubi inferior è ſuperiore ſpectatus (per Prop. XXXVI.) à Sole maxime Elongatus videtur; & angulus major quo Sol & ſuperior Planeta, ex inferiore viſi, diſtare videntur. Nam quo major eſt ratio SR ad SP, eo major erit hujus ſubduplicata nempe ratio RS ad MS; hoc eſt (per conſtructionem) ratio CD ad RA. Et ideo oportet lineam CD ad RC ſive AD obliquiorem eſſe, ut DA, RC parallelæ evadant: Sed liquet CD eo eſſe obliquiorem quo propior eſt Orbitæ inferioris puncto, à quo recta ad R ducta hanc contingit.

Unde fit quod ad Stationem Saturno inducendam opus ſit tantum parvâ Terræ receſſione à puncto Orbitæ ſuæ, ubi recta ad Saturnum ducta hanc contingit, verſus punctum ubi Terra mediam ſe ſiſtit inter Solem & Saturnum; ad Jovis Stationem majore receſſione à puncto contactûs Orbitæ Terræ cum recta hanc tangente ad Jovem ducta; ad Martis maximâ. Saturni igitur Statio fit, cum hic è Tellure ſpectatus paulo plus quam quadrante diſtat à Sole; hoc eſt, inter aſpectum Quadratum & Trinum; Jupiter ſtare videbitur in Solis Trino fere; Mars ultra Trinum.

Hinc etiam arcus Orbitæ Mercurii, interceptus inter punctum ubi Mercurius maxime à Sole Elongatus è Terra conſpicitur, & punctum ubi ejus Statio proxima videtur, minorem ſubtendit angulum ad Solem quam arcus Orbitæ

Orbitæ Veneris inter hujus maximam à Sole Elongationem & Stationem proximam comprehensus: Et ideo cum & minorem subtendat angulum ad Solem, & ad minorem pertineat circulum, & præterea Terræ observanti obliquior objiciatur & ab illa remotior sit; patet Mercurii Stationes esse suis maximis à Sole Elongationibus multo propiores quam Veneris.

Corollarium 3.

Atque hinc rursus sequitur, ejusdem inferioris respectu, in duobus superioribus invicem collatis, quo remotior est Planeta superior à Sole, Retrogressum ejus diutius durare; nam (per præc. Coroll.) citius incipit desinitque serius: At angulus Retrogradationis minor est, quoniam dati inferioris Planetæ Orbita ex Planetarum superiorum remotiore visa sub minore angulo apparet, quam si ex propiore cerneretur: Ex Prop. autem hac XXXVII. liquet angulum Retrogradationis (comprehensum nempe inter binas rectas à superiore Planeta Soli opposito, ad loca Orbitæ inferioris ubi alter alteri Stationarius apparet) fere æquari angulo quo inferioris Orbita ex superiore videtur, cum prædicta Stationum puncta à contactuum punctis non procul absint.

Unde fit, quod è Terra visa Saturni Retrogradatio diuturnior sit, sed per arcum minorem facta, quam Jovis; & hæc similiter quam Martis.

Corollarium 4.

At ejusdem superioris respectu, in duobus inferioribus invicem collatis, quo remotior est Planeta inferior à Sole, Retrogradatio ejus & per majorem fit arcum & diutius durat. Prius ex Coroll. præc. liquet, cum Retrogradatio in duobus Planetis mutua sit per Coroll. 1: Posterius hinc constat, quod Planeta à Sole remotior, dum

Retrogradus apparet, longiorem arcum tardior percurrat, & ideo majus tempus insumat.

Unde fit, quod è Tellure visa Venus & diutius Retrograda sit, & per majorem arcum, quam Mercurius.

COROLLARIUM 5.

Tab. XXII. *Fig.* 7. Hinc etiam sequitur, quod, quando Planetæ duo superiores ex inferiore spectantur conjuncti, si à Sole remotior Directus est, Soli propior etiam Directus erit; si Soli propior fuerit Retrogradus, à Sole remotior etiam erit Retrogradus. Referat S Solem; I T inferioris Orbitam; P Z, R V superiorum duorum Orbitas. Ducatur utcunque S I superiorum Orbitas in P & R intersecans. Sit B Locus in Orbita inferioris, in quo inferior versatur cum remotior Planeta in R Stationarius hinc videtur; sitque A Locus in eadem ubi inferior reperitur, cum propior in P ex inferiore stare apparet. Jungantur rectæ A P, A S, B R, B S. Ex Coroll. 2. patet Locum A ipsi I puncto propinquiorem esse quam B, & P A S angulum majorem esse quam R B S. Quando Planeta in R Directus ex inferiore apparet, oportet inferioris Locum magis distare ab I quam B Locus, puta in C. Ponatur jam superiorum propiorem, ex inferiori visum, remotiori conjungi; eritque ideo in E puncto, ubi recta C R Orbitam P Z intersecat. Per *Prop.* XXI. *El.* 1. est angulus E C S minor quam R B S; ergo multo minor est quam P A S. Planeta ergo in E ex C spectatus Directus est; quia scilicet, ut Retrogradus sit, requiritur ut E C S major sit quam P A S ad ejus Stationem requisitus.

Inferiore vero inter B & A versante, remotior ad R Retrogradus apparebit, & propior illi conjunctus etiamnum Directus; quia Planeta spectator ad terminum A nondum pervenit.

Si vero superiorum propior ad P ex inferiore Retrogradus appareat, erit inferior inter A & I, puta in D.

Si

Si jam remotior huic conjunctus appareat, erit ille in recta D P ad Orbitam R V producta, nempe in F: Sed angulus F D S est major (per *Prop.* XXI. *El.* I.) quam P A S, qui rursus major est (ex modo ostensis) quam R B S. Et igitur Planeta remotior in F ex D spectatus Retrogradus apparet, cum ad hoc, ut Directus appareat, requiratur angulus ad inferiorem minor quam R B S. Tab. XXII. Fig. 7.

Atque hinc fit quod ex Terra Saturno Directo viso Jupiter & Mars non possunt jungi, nisi & ipsi Directi fuerint; vel Jovi Directo Mars non nisi Directus: At Saturno Retrogrado jungi potest Jupiter vel Mars Directus, & Jovi Retrogrado poterit Mars Directus conjungi. At Marti Retrogrado Jupiter & Saturnus conjungi nequeunt, nisi & ipsi Retrogradi fuerint; aut Jovi Retrogrado Saturnus non nisi Retrogradus.

LEMMA.

Datis in quadrilatero C G D K *circulo inscripto (cujus unum latus* C K *est circuli diameter) latere* C G *&* *diagonali* C D, *item ratione inter oppositum latus* K D *alteramque diagonalem* G K, *(eâdem quæ inter datas rectas* N *&* M,) *invenire angulum* G C D *comprehensum inter datum latus datamque diagonalem.* Tab. XXIII. Fig. 1.

Quoniam summa quadratorum à rectis C G & K G æqualis est summæ quadratorum à rectis C D & K D, (utraque enim summa est æqualis quadrato à C K;) erit differentia quadratorum à rectis G K & K D æqualis differentiæ quadratorum à rectis C D & C G, & proinde data. Porro, quoniam G K est ad D K sicut M ad N, erit quadratum à G K descriptum ad differentiam quadratorum ab ipsis G K & D K sicut quadratum à recta M descriptum ad differentiam quadratorum ab ipsis M & N; facta nempe ex illis in eadem ratione cum similiter factis ex his, quæ illis sunt proportionales: Dabitur ergo (per 2. *Dat.*)

 qua-

Tab. XXIII. *Fig.* I. quadratum à G K descriptum; dabitur etiam quadratum ex C K, compositum nempe ex datis, quadrato nimirum à G K & quadrato à C G: Quare & ipsæ rectæ C K & G K dantur; daturque etiam D K recta, quippe datam habens rationem ad G K. Geometris vero Theorema est notissimum, ab ipso *Ptolemæo Lib.* I. *Magnæ Constructionis Cap.* IX. demonstratum, quod in quadrilatero circulo inscripto C G D K rectangulum comprehensum sub C D & G K æquale est rectangulo sub C G & D K, una cum rectangulo sub C K & G D. Adeoque rectangulum sub C D & G K, dempto rectangulo sub C G & K D, æquatur rectangulo sub C K & G D. Dantur autem parallelogramma rectangula quæ sub datis rectis continentur, & datorum rectangulorum datur differentia; & proinde datur rectangulum sub C K & D G, & datur C K; unde G D etiam datur. Datisque in triangulo G C D tribus lateribus, invenietur G C D angulus. Q. E. F.

PROPOSITIO XXXVIII.

Invenire Angulum Commutationis quo distant Planetæ duo dati è Sole visi, & Angulum quo distant Sol & Planetarum alteruter ex altero visi, cum datorum Planetarum alter ex altero Stationarius apparet.

Fig. 2. Sit S Sol, datorum Planetarum Orbitæ R V, P T; sintque C D, R A arcus à Planetis simul descripti dum alter ex altero spectatus stare videtur, qui (per dicta ad Prop. XXXVII.) dati sunt. Jungantur S R, S C, item R C, A D, quæ (per præc.) erunt parallelæ. Per C ducatur linea C G ad R A parallela, item per G recta G K ad R S, & per D recta D K ad C S parallela, quæ concurrant in K; jungatur C K recta. Erit triangulum G K D æquiangulum triangulo R S C, (cum singula illius latera singulis hujus parallela sint,) & proinde simile. Quoniam Tempus Stationis Planetæ est parvum admodum si con-

si conferatur cum Tempore periodico etiam velocissimi, linea C D à recta differt insensibiliter, sicut & à fortiori R A sive C G. Illa igitur non differt ab H C recta Orbitam P T in C tangente producta, & hæc producta erit recta C L ad S R normalis, sicut A R eidem normalis est. Porro, circulus diametro C K descriptus transit per D & G, quia anguli C G K, C D K sunt recti; quippe per constructionem rectis S L C, S C H æquales. C G D K igitur est quadrilaterum circulo inscriptum, cujus latus unum C K est circuli diameter, & in quo dantur latus C G diagoniumque C D; item ratio inter oppositum latus D K alteramque diagonalem G K, eadem nempe quæ inter datorum Orbium semidiametros C S, R S. Et igitur (per præmissum Lemma) invenietur angulus G C D, cui æqualis est angulus ad verticem H C L; & huic rursus (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) æquatur R S C, qui est Angulus Commutationis, quo distant Planetæ duo dati è Sole visi cum alter ex altero spectatus stare videtur. In triangulo porro R S C datis duobus lateribus S R, S C & angulo ab illis comprehenso R S C, invenientur anguli S R C, S C R; quorum ille est angulus quo inferior à Sole distat dum è superiore Stationarius apparet, hic angulus quo superior distat à Sole dum ex inferiore stare videtur. Tab. XXIII. Fig. 2.

Hanc Methodum Stationum puncta definiendi calculo aptam & spectatoris motui circa Solem magis naturalem & quasi innixam demonstravi, Geometricam hujus Problematis constructionem transiens à *Ptolemæo Lib.* XII. *Almagest.* consignatam, immobilis Terræ hypothesi accommodatam, quam jam olim *Apollonius Pergæus* tradidit, quam nihilo secius suis congruere principiis de motu Telluris ipse testatur *Copernicus Lib.* V. *Cap.* XXXV. *de Revolut.* quamque apud prædictos Auctores videre licet.

Si duarum Orbitarum non sit idem planum, altera ad alterius planum reducatur, demittendo à singulis Orbitæ redu-

reducendæ punctis perpendicula ad istud alterum, quo pacto Orbita circularis elliptica evadit, elliptica in alteram Ellipsin vel forsan in circulum mutatur. Verum nova Orbita facilius ducitur (ope Prop. XXXIII.) per quinque puncta, quorum duo sunt eadem cum duobus Orbitæ ad cujus planum altera reducitur, communes nempe illius sectiones cum hoc; tria alia inveniuntur quærendo Distantias à Sole Curtatas, ut Prop. XXXV. factum. Quod si Orbita altera vel utraque post reductionem elliptica sit, Problema pari modo in illis construitur, & calculus præcedens similiter ad casum istum applicatur, quo in Prop. XXXVI. factum est in casu non absimili. At ad inveniendam rationem inter RA & CD adhibenda est Prop. XLI. Lib. I. loco XXVII. ejusdem adhibitæ in casu quo utraque Orbita est circularis.

SECTIO V.

De Planetarum primariorum Tabulis, et earum Usu.

Propter similes rationes iis, quas ad Sect. IX. Lib. II. attulimus de construendis Primi Motûs Tabulis, Artifices construunt etiam Tabulas ad Planetarum situm, tum inter se tum respectu Fixarum, ad datum Tempus expedite inveniendum, quarum Artificium & condendi modum ex antecedentibus, Ordinem ex sequentibus, colligere licebit.

PROPOSITIO XXXIX.

Tabulas describere, quarum ope cujusvis è Planetis primariis Locus Heliocentricus & Geocentricus ad datum Tempus expedite definitur.

PRimo ponitur *Tabula Æquationis Temporis* duabus partibus constans, de quibus actum est Prop. XVII. Et

Et quoniam in multiplici calculo opus esset tædii plenum binas partes componentes cum suis signis excerpere, & pro occasione invicem addere aut subducere, unicam Tabulam ex illis invicem commistis conflatam construunt, ad Calculatoris ævum aptatam, cum in eo situs punctorum Eclipticæ ad Terræ Aphelium sensibiliter non mutetur.

Quamvis Tabula hæc Æquationis Temporis universalibus annumerari queat, cum ad cujusvis mobilis Locum determinandum Tempus adhibere oporteat, & quidem indicatum per aliquod æquabiliter latum; Tempus autem omne communiter (& aptissime) per Solem numeretur; oportet hujus motum naturâ suâ inæqualem ad æqualitatem reducere, hoc est, hujusmodi Tabulâ uti: Tamen cum ista Æquatio Temporis, per Solem indicata, pendeat ex duplici capite à situ Telluris ad Solem, hæc licet usu generalis, & tam in Fixarum motu ex Lib. præc. quam Secundariorum ex insequente determinando necessaria, ex sua natura Planetarum primariorum Tabulis accensenda est.

Deinde Tabulæ pro unoquoque sex Primariorum, Saturno nempe, Jove, Marte, Tellure, Venere & Mercurio seorsim condendæ. Licet hic (hujusve inversus) sit Ordo Planetarum verus, & eorum Tabulæ (seorsim singulæ) sint naturaliter secundum illum disponendæ; apud nos Telluris incolas ut ipsæ Telluris Tabulæ principem locum teneant necesse est, cum quod per hasce Motus Telluris quæratur, unde Solis (Planetarum choragi) apparens motus pendet; tum quod hic propter Temporis Æquationem inde pendentem, & etiam immediate ad alterius cujusvis motum definiendum imprimis necessarius sit.

In Planetarum uniuscujusque Tabulis primo omnium constituenda est Radix Motûs dicti Planetæ; hoc est, ad assumptum Temporis medii punctum celebre in loco, cui Tabulæ aptantur, numeratum notatur ex præceden-

tibus Longitudo Heliocentrica dicti Planetæ; Aphelii Nodique ascendentis ejusdem; quarum prima, nempe Distantia Planetæ ab Æquinoctio ex duabus constat partibus heterogeneis; distantia nempe Aphelii Planetæ ab Æquinoctio, per angulum expressa, & distantia Planetæ ab Aphelio expressa per aream suæ Orbitæ.

Secundo, Motus Medii ab Æquinoctio ipsius Planetæ, Aphelii & Nodi pro Annis, horum decadibus, centenariis &c. item pro Mensibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas disponuntur.

Tertio, subnectitur Tabula exhibens Planetæ Anomaliam veram ad singulos gradus Anomaliæ mediæ ejusdem. Hæc construi poterit vel per III. Prop. vel approximando per IV, VI, vel VII. pro natura approximationis quam quisque adhibere velit.

Quarto, Tabula exhibens Distantiam Planetæ à Sole (per easdem Propositiones, una cum Prop. XXII. inventam) in partibus, quarum mediocris Distantia Terræ à Sole continet 100000, ad singulos Anomaliæ mediæ gradus. Hæ duæ Tabulæ commode in unam coalescunt, cuilibet Anomaliæ mediæ abscribendo congruam, veram Anomaliam & Distantiam congruam. Distantiis hisce, ad calculi facilitatem, adduntur Logarithmi correspondentes; vel etiam Distantiarum Logarithmi soli in Tabulas disponuntur, cum illi ad calculum sufficiant.

Quinto loco ponitur Tabula exhibens Latitudinem Centricam, sive Inclinationem Planetæ ad planum Eclipticæ ad singulos gradus Distantiæ à Nodo proximo, quæ Distantia à Nodo ab Astronomis *Argumentum Latitudinis* vulgo nuncupatur.

Sexto, Tabula *Reductionis* dicta, quâ Planetæ Locus in propria Orbita ad Locum in Ecliptica reducitur, ostendens quanto promotior est aut minus promota in hac quam in illa.

Septimo, Tabula ostendens quanto intervallum Plane-

tæ à Sole in propria Orbita curtandum est, ut ad Eclipticæ planum reducatur, demittendo à Planeta perpendiculum in illud. Cumque tres hæ (nempe Inclinatio, Reductio & Curtatio) ad singulos gradus Argumenti Latitudinis aptentur, tres præcedentes Tabulæ in unam commode coalescent; ut prius de tertia quartaque dictum. Tria hæc per vulgarem Trigonometriam expediuntur ex determinata Orbis planetarii Inclinatione ad Eclipticam, quod fit per Prop. XX.

Octavo, commode ponitur (per Prop. XXXVIII. inventus) Angulus Commutationis, efficiens in isto Planeta Stationem ex Terra apparentem. Et quoniam neque Planetæ neque Terræ Orbita est circularis; nec idem Angulus Commutationis in omni casu inservire potest, immo non idem in binis Stationibus proximis; Anguli Commutationis, Planetæ Stationem tam primam quam secundam producentes, ad quatuor octove Anomalias principaliores in Tabulam disponuntur.

In inferiorum unoquoque commode adnecti poterit (per Prop. XXXVI. constructa) Tabula, cum priore coalescens, Angulorum Commutationis in maxima Planetæ Elongatione à Sole tam ad Orientem quam Occidentem ad easdem Anomalias aptatorum. Adnectitur etiam Profunditas Solis sub Horizonte in articulis Ortûs Occasûsve Heliaci. Atque hæ sunt Tabulæ communiores ab Astronomis condi solitæ, ad Planetarum Loca expedite invenienda.

PROPOSITIO XL.

Cujuslibet Planetæ Locum, tam Heliocentricum quam Geocentricum, secundum Longitudinem & Latitudinem ex supra descriptis Tabulis ad propositum Tempus prompte supputare, ejusque Passiones definire.

PRimo omnium propositum Tempus æquetur, ut Prop. XVII. ostensum est; & Telluris Locus è Sole visus

 ejusdem-

ejuſdemque à Sole Diſtantia ad Tempus iſtud medium inveniantur, ut in XVIII. Cumque ex prima Tabula ad Epocham aſſumptam dentur diſtantiæ propoſiti Planeta, ejuſque Aphelii & Nodi aſcendentis ab Æquinoctio; & ex ſecunda horum Motus Medii facti inter dictam Epocham Tempuſque propoſitum, ut dictum eſt, æquatum; dabuntur Planetæ Diſtantia media ab Æquinoctio Diſtantiæque Aphelii & Nodi ab eodem. Intervallum duarum priorum eſt Planetæ Anomalia media, cui ex tertia Tabula excerpatur congrua vera ſive angularis Diſtantia à ſuo Aphelio Heliocentrica; & ex quarta Diſtantia ejuſdem à Sole. Dabitur ſimiliter Planetæ Diſtantia à Nodo, ſive Argumentum Latitudinis, cui ex quinta excerpatur congrua Inclinatio, ſive Latitudo Centrica; & ex ſexta Reductio, quâ ad Eclipticam reducitur; & ex ſeptima Curtatio, quâ ſubductâ à Diſtantia Planetæ à Sole in ſua Orbita, prius ex Tabula quarta excerpta, relinquitur Diſtantia Planetæ à Sole Curtata.

Hoc modo habentur ſequentia in ſchemate Prop. XXXV; ſc. recta S T magnitudine, nempe Diſtantia Telluris à Sole; eadem poſitione, nempe Locus Telluris Heliocentricus; recta S E magnitudine, Curtata ſc. Diſtantia Planetæ à Sole; & eadem poſitione, nempe Planetæ Locus ad Eclipticam reductus: Daturque proinde T S E angulus, inter datas poſitione rectas comprehenſus, qui & Commutationis eſt; invenietur igitur angulus S T E Elongatio Planetæ à Sole è Tellure viſa. Sed datur locus Solis è Terra viſus; & ideo dantur Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica & T E Diſtantia Planetæ à Terra.

Tab XXIII. Fig. 3.

Rurſus, quoniam L E eſt normalis ad Eclipticæ planum T S N E, triangula S E L, T E L ſunt rectangula ad E; & ideo tangentes angulorum E T L, E S L ſunt in eadem ratione cum E S, E T: Sed E S L eſt Latitudo Planetæ Heliocentrica prius ex Tabula propria deprompta, & ratio E S ad E T datur; dantur enim ipſæ rectæ, (ſed & harum

rum ratio eadem est cum ratione sinuum oppositorum angulorum S T E Elongationis, & T S E Commutationis;) quare E T L Planetæ Latitudo Geocentrica innotescit.

Porro, ex supra inventis Angulo Commutationis & Planetæ Anomalia, invenitur in octava Tabula num dictus Planeta sit in Statione prima vel secunda. Quod si Commutationis Angulus minor sit quam qui in hoc Planeta Stationem facit, erit Planeta Retrogradus; si major, Directus; ut superius ostensum. Eodemque modo ex eadem Tabula invenietur num Venus aut Mercurius sit à Sole maxime Elongatus. Et ex Planetæ loco supra invento, & cognita Depressione Solis ad hoc requisita, Tabulæ huic subnexa, determinabitur (per Prop. XXXVIII. Lib. II.) num Planeta oriatur occidatve Heliace, aut sub Solis radiis lateat. Et denique per eandem methodum, quâ Lunæ Phasis delineata est Prop. XVII. Lib. I, delineabitur Martis, Veneris vel Mercurii Phasis ad Tempus datum. Jupiter vero & Saturnus semper pleno orbe fulgent; ut Prop. IX. Lib. I. dictum est.

In Propositione hac ad casuum omnium varietatem non attendimus; sc. num arcus hic ab illo, aut vicissim ille ab hoc sit subducendus; nec ad diversa symptomata Inclinationis & Latitudinis Borealis & Australis, Elongationis Orientalis aut Occidentalis, & reliquorum hujusmodi; neque quomodo, ex duobus hinc inde numeris, Tabularis numerus quæsitus intermedius per proportionem sit inveniendus: Non enim calculi præcepta tradimus Supputatori ad literam observanda, sed ejus principia Geometrica.

SCHOLIUM.

Licet Tabulæ superius descriptæ naturales sint satis & vulgo adhibitæ, tamen ad Planetarum Loca promptius invenienda hoc modo aut simili commode construuntur Tabulæ ab iis, qui Aphelia & Nodos Orbium planetariorum

riorum pro immotis habent; ut *Streetius* de Planetis omnibus, D. *Flamstedius* saltem de Telluris Apsidibus.

Pro Planeta unoquoque constituendæ sunt Radices, non Longitudinis Planetæ ejusque Aphelii & Nodi ut prius, sed Anomaliæ mediæ Planetæ: Et Motus Anomaliæ pro Annis expansis & collectis, Mensibus, Diebus, (vel potius ad singulos Dies singulorum Mensium currentium,) Horis &c.

Hisce adduntur sequentia, quæ eadem semper manent, Orbis planetarii situm definientia ejusque Theoriam integram per numeros expressam exhibentia; nempe 1. Distantia in Ecliptica computata Aphelii à Fixarum aliqua, (puta Arietis prima,) sive differentia Longitudinis dictæ Fixæ & Aphelii planetarii, quæ & *Longitudo Aphelii à Fixa* vocatur; 2. Longitudo Nodi ascendentis Planetæ ab eadem Fixa; 3. Inclinatio Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum; 4. majoris Axis Orbitæ planetariæ ejusque Excentricitatis Magnitudines expressæ in partibus, quarum Distantia à Terra mediocris continet 100000: Ex hisce enim, per Propositiones respectivas, inveniuntur ad quamlibet Anomaliam Planetæ mediam Planetæ Longitudo ab Arietis prima, Inclinatio sive Latitudo Heliocentrica Borealis vel Australis, & Distantia Planetæ à Sole Curtata. Ex quibus Anomaliæ mediæ, cui congruunt, secundum artem adscriptis Tabulæ conficiuntur; loco tamen ipsius Distantiæ Curtatæ ad calculum sufficit ejus Logarithmus. Nam quia (per Prop. XLIII. Lib. I.) Fixæ & Orbium Planetariorum situs mutuus manet, sive Nodorum Apsidumque Lineæ quiescunt, (saltem ab hujus artificii Auctoribus pro immotis habentur;) ad idem ejusdem Orbitæ punctum, hoc est, ad eandem Anomaliam mediam, hæc tria in eodem Planeta eadem & invariata manent. His ex Tabulis excerptis, reliqua fiunt ut supra in Propositione. Longitudo autem primæ Arietis ad Tempus datum invenitur ex Tabulis Fixarum, de quibus

quibus Prop. LXVIII. Lib. II. Reliqua de Planetarum Passionibus similiter exequenda atque superius.

Quæ prædictis ad usum paratiores sunt Tabulæ, *Motuum Cœlestium Ephemerides* vocantur, ex perpetuis supra descriptis ad certos Annos supputatæ, Planetarumque singulorum Loca secundum longum & latum, Passiones, & Aspectus mutuos tam ex Solis quam ex Terræ centro visos, ad singulos dies ostendunt; quibus adduntur Lunæ Loca etiam ad dies singulos computata, ejusdem Phases, Solis Lunæque Defectus, aliaque ex Libro sequente reperta.

PROPOSITIO XLI.

In Planetis primariis invicem collatis Quadrata Temporum Periodicorum sunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum Ellipticarum, quas circa Solem describunt.

Referat S Solem; M F T N Orbitam Terræ, cujus Apsides M & N; A E P B alterius cujusvis Planetæ Orbitam, cujus Apsides A & P, quæ ita in schemate annexo delineata intelligantur, ut linearum M N, A P eadem sit inclinatio ad invicem, quæ ex præcedentibus inter dictorum Planetarum Lineas Apsidum in Cœlo deprehenditur; & eadem ratio inter illarum Cubos, quæ intercedit inter Quadrata Temporum periodicorum eorundem Planetarum. Dico, quod manente Orbitâ Telluris, alter Planeta nequit moveri in alia quavis Orbita præter modo descriptam A E P B. Si enim fieri potest, sit dicti Planetæ Orbita $\alpha\, \epsilon\, \pi\, \beta$ diversa; hoc est, major vel minor quam Orbita A E P B. Designet F punctum in Orbita Terræ, in quo Tellus versatur cum Planetæ alteri juncta est Heliocentrice. Ducta S F (& si opus est producta) ostendet in Orbita A E P B punctum B, in quo alter Planeta tum reperiretur si in Orbita hac moveretur; & in Orbita $\alpha\, \epsilon\, \pi\, \beta$, quam describere supponitur, Tab. XXIII. Fig. 4.

punc-

Tab. XXIII Fig. 4. punctum β, in quo revera reperitur. Digressâ vero Tellure ab F alteroque Planetâ à β, post certum tempus reperiatur illa in T, hic in ε: Juncta S ε occurret Orbitæ A E P B in E puncto, in quo Planeta repertus fuisset si Orbitam A E P B descripsisset, cum periodicum Tempus satis sit cognitum & certum. Ductis rectis E T, ε T, erit angulus S T ε Elongatio Planetæ à Sole ad dictum Tempus: Hæc autem Elongatio observatis non congruit, siquidem Elongatio S T E (deducta ex hypothesi quod Planeta Orbitam A E P B describat) iis congruat. Et igitur positâ M E T N Telluris Orbitâ, Planeta iste alter non describit Orbitam α ε π β ab A E P B Orbita diversam. Orbitarum vero A E P B, M F T N Axium majorum Cubi sunt ut Planetarum in Orbitis illis motorum Temporum periodicorum Quadrata. Idemque de aliis Planetis cum Tellure collatis, propter similes rationes, colligitur: Et igitur, ex æquo, in duobus quibusvis Planetis primariis inter se collatis Quadrata Temporum periodicorum sunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum, in quibus feruntur.

Et generaliter congruentia Locorum supputatorum cum observatis Orbitæ cujusvis Planetæ Situm verum & veram Speciem arguit æque ac Magnitudinem veram. Tam varie enim inter se miscentur Situs Terræ & aliorum Planetarum, ut errores notabiles in cujusvis Orbita & Theoria ordinandis admissi se quandoque manifesto proderent, sensibilesque admodum fierent: è contrario vero ex Tabulis dictis Theoriis innixis deducta Planetarum Loca observatis mire congruunt. Interim tantilla ab observatis discrepantia aliis causis debetur; Actioni nempe Planetarum in se mutuo, cujus effectus in Planetarum motibus perturbandis inferius considerandi sunt, & Orbitæ Planetarum inde rectificandi.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

Dato Planetæ Loco Geocentrico dato Tempori congruo, ejusdem Locum ex data in superficie Habitatione visum ad dictum Tempus ex Tabulis depromere.

SI Habitatio data non sit in eodem Meridiano Terrestri cum Loco, ad quem Tabulæ constructæ sunt, Tempus datum numeratum in illa reducatur ad Tempus numeratum sub hoc, ope Tabularum, Sect. IX. Lib. II. descriptarum. Ad Tempus illud inveniantur (per Prop. XXXVI. Lib. II.) è centro Terræ visa ejus Altitudo supra Horizontem Habitationis datæ & Azimuthus. Altitudini sic inventæ congrua excerpatur Solis Parallaxis ex Tabula per Prop. XLVII. Lib. II. constructa, ex Parallaxi unius Distantiæ uniusque Altitudinis, vel per aliquam Prop. Lib. II, vel per aliquam è subsequentibus cognita: Eritque (per Prop. XLVIII. Lib. II. Parallaxis Planetæ in eadem Altitudine supra Horizontem ad supra excerptam Solis Parallaxin ut Distantia Solis à Terra ad Distantiam Planetæ ab eadem: Sed Distantiæ hæ in Planetæ Loco per præced. computando notæ erant; quare & Planetæ Parallaxis Altitudini isti competens invenitur. Hæc ergo subducenda est ab Altitudine Geocentrica supra inventa, ut evadat Altitudo semel correcta in Habitatione data. Altitudini per Parallaxin sic correctæ addatur Refractio congrua, ex Tabula Refractionis per Prop. LXVI. Lib. II. constructa, de cujus usu actum est Prop. LXVIII. ejusdem; conficieturque Planetæ Altitudo apparens in Habitatione data, Azimutho primum invento manente immutato. Ex Altitudine hac apparente & Azimutho inveniatur per Propositiones XXVI. & XXVII. Lib. II. Planetæ Locus, qui in data Habitatione erit apparens. Tempus propositum in Meridiano cui Tabulæ aptantur numeratum & postea ad Meridianum datæ Habitationis reductum, cum sit

medium, (quali opus est ad Tabularum usum,) reducitur ad apparens per Prop. XVII: Itaque Planetæ Locus apparens, ad datum Tempus nunc apparens factum, inventus est.

SECTIO VI.

DE ORBIUM PLANETARIORUM MAGNITUDINE.

IN præcedentibus ipsos Planetas tanquam puncta in Orbitis suis mota consideravimus; hoc est, ab illarum Magnitudine abstraximus. Et in isto casu perinde est, quoad Phænomena, cujus Magnitudinis ponatur cujusvis Orbita, modo reliquæ omnes ad hanc rationem & positionem habeant quas in ipsa rerum natura obtinent. Ideo communem Orbitarum omnium earumque partium mensuram ubique posuimus Axem majorem Orbitæ, quam Tellus (spectatoris domicilium) circa Solem describit, aut hujus semissem, Telluris à Sole Distantiam mediocrem, de hujus mediocris Distantiæ Magnitudine parum solliciti. Nunc vero cum reliquorum Planetarum Magnitudo cum Telluris Magnitudine comparanda venit, oportet prædictas Distantias cum Telluris Diametro comparare; quod ex cognita Parallaxi fiet, ut Lib. II. est ostensum. Et licet Planetæ Parallaxis per aliquam Parallaxis inveniendæ methodum Lib. II. traditam investigari posset, si quantumvis accurate observare liceret; quoniam tamen plurima nimis obvia huic obstant, methodos duas proponemus, quibus observatio hæc, imprimis lubrica, absque notabilis erroris periculo institui possit. In prima per binas observationes in duobus Telluris Locis simul factas; in secunda ope duarum in eodem Loco factarum res conficietur.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Ex duorum Planetarum Conjunctione, in datis duobus Terræ locis observata, utriusque Planetæ Parallaxin investigare.

Sint Loca vera duorum Planetarum in Conjunctione *Corporali* (hoc est, ubi alter alterum contingere vel tegere videtur) observatorum I. & E. Ductus concipiatur circulus A B per Locorum Terrestrium vertices A & B. Ducantur verticales circuli A E M, A L O, B E P, B L N. Observentur Planetæ è Locorum datorum altero (cujus nempe vertex est A) in O & M. Cumque dentur Loca ubi Observationes instituuntur, dabitur (per Prop. XXXII. Lib. II.) differentia Meridianorum; adeoque nomina horarum, quibus idem quodvis temporis instans in dictis duobus Locis insignitur: & propterea idem temporis momentum poterit eligi ad observationem in datis Locis instituendam. Eodem igitur instanti, quo Planetæ in O & M observantur è Loco cujus vertex A, observentur è Loco cujus vertex B, *ex. gr.* in N & P. Ducantur circuli maximi L E, O M, N P. Observentur quoque (vel per Micrometrum, vel, quod hujus instar est, fila varie in Telescopii foco tensa, vel etiam ope Icoscopii imaginem in planum projiciendo, vel alio quovis modo Artificis industriæ relinquendo) arcuum N P, O M (qui in Conjunctione Corporali, ob parvitatem, erunt rectæ) & angulorum P N B, N P B, A O M & A M O magnitudines. Datur jam, ex horum Planetarum Theoria, ratio Distantiarum eorundem à Terræ centro, ex qua & eorum Altitudinibus (exacte satis ad hoc propositum observatis) dantur (per Prop. XLIX. Lib. II.) rationes inter sinus arcuum L N, E P, L O, E M, & proinde (per 2. *Dat.*) dato uno innotescunt omnes. Ex puncto P in Azimuthum B N productum demittatur perpendicularis Tab. XXIII. Fig. 5.

Tab. XXIII. Fig. 5. dicularis arcus P R: Et in triangulo sphærico rectangulo P N R, è datis latere P N & angulo P N R, inveniantur latera N R, R P & angulus R P N; innotescit igitur angulus R P E. Ponatur (more Analystarum) Sinus Parallaxis L N computationis Radix: Et è datis sinubus arcuum L N, N R inveniatur (per ea quæ tradit *Ptolemæus Cap.* IX. *Lib.* I. *Almagest.*) sinus arcûs L R eorum summæ. Deinde, in triangulo sphærico L P R rectangulo ad R, è datis sinubus laterum L R, R P, inveniantur sinus lateris L P & anguli L P R: E datis itaque sinubus angulorum L P R & E P R (per ostensa à *Ptolemæo* in loco citato) inveniatur sinus differentiæ eorum; nempe anguli L P E. Ex puncto L in Azimuthum B P demittatur arcus perpendicularis L T. In triangulo igitur sphærico P L T rectangulo ad T, è datis sinubus lateris L P & anguli L P T, inveniantur sinus laterum L T, T P: Datur igitur sinus arcûs E T, differentiæ nimirum arcuum E P, T P. Et tandem in triangulo sphærico E T L rectangulo ad T, è datis sinubus laterum L T, E T, inveniatur sinus lateris E L. Eodem prorsus modo inveniatur sinus lateris E L, è datis sinubus arcuum L O, E M, expressus per prius positam Radicem: Dabitur ergo æquatio inter sinum arcûs E L primo inventum & sinum eundem secundo inventum, cujus resolutio dabit valorem Radicis, sive Sinûs arcûs L N; unde omnia quæsita innotescent.

Quod si eligantur Loca talia in Terra, ut Planetæ communem Locorum Azimuthum transeant, atque istud temporis instans in quo horum alter dictum communem Azimuthum tenet; constructio hæc migrabit in perticularem istam *Prop.* LXXXVII. *Opt. Prom. Jacobi Gregorii.*

LEM-

LEMMA.

Datis intervallo duarum quantitatum & ratione inter illas, quantitates invenire.

SUmatur quantitas, quæ est ad notum intervallum sicut major terminus rationis datæ ad differentiam terminorum; erit hæc quæsitarum major: Nam in quatuor proportionalibus, facta ex duabus prioribus sunt in eadem ratione cum similiter factis ex duabus posterioribus. Si major multetur dato intervallo, relinquetur minor.

PROPOSITIO XLIV.

Ex Observationibus duabus ejusdem Conjunctionis Corporalis duorum Planetarum, in eodem Loco habitis, utriusque Planetæ Parallaxin determinare.

OBservetur, prope Conjunctionem Corporalem, motus visus duorum Planetarum ad Eclipticam reductus, à se mutuo (vel ad se mutuo) dato tempore factus: Et per notam, ex præcedentibus, utriusque Planetæ Theoriam determinetur eorum motus à se mutuo, in Ecliptica computatus, ex centro Terræ spectatus, eodem tempore factus; quod satis accurate fieri poterit, si tempus non sit nimis magnum. Ex hisce igitur arcubus datis, nempe vero & viso Planetarum motu à se mutuo eodem tempore facto, determinanda est utriusque Parallaxis.

Referat H O Horizontem, Z Zenith & E C Eclipticam: Tab. XXIII. Fig. 6. Sitque S V. arcus Eclipticæ, quo Planetæ (ex centro Terræ spectati) dato tempore à se mutuo moventur, ex eorum Theoria notus; & A B arcus Eclipticæ, quo à se invicem eodem tempore moveri videntur, observatione cognitus; datur ergo horum differentia. Per A & B intelligantur ducti Latitudinis circuli A D, B F, vertica-

Tab. XXIII. Fig. 6. libus Z H, Z O per S & V ductis occurrentes in D & F: estque S A Parallaxis Longitudinis propioris Planetæ à remotiore, sive excessus majoris Parallaxis Longitudinis supra minorem in hoc situ; & V B excessus majoris Parallaxis supra minorem in altero. Ratio arcus A S ad arcum B V componitur ex rationibus A S ad S D, S D ad V F, & V F ad B V; ratio autem A S ad S D innotescit, quia in triangulo rectilineo A S D rectangulo ad A datur angulus A S D, per Prop. XXXVI. Lib. II. inventus; ratio S D ad V F invenitur per Prop. XLVII. Lib. II; & ratio V F ad B V invenitur ut prius ratio A S ad S D; quare ratio A S ad B V ex hisce composita nota est: Sed arcuum A S & B V nota etiam est differentia, eadem nempe cum data differentia arcuum A B & S V; & igitur (per Lem. præc.) dabuntur ipsi arcus A S & B V. Adeoque (per 2. *Dat.*) dabuntur & ipsi S D & V F; hoc est, excessus Parallaxis majoris supra minorem in Altitudine data: poterit enim Altitudo H D vel O F satis exacte ad istud propositum observari. Et inde excessus majoris Parallaxis horizontalis supra minorem horizontalem (per Prop. XLVII. & LXIII. Lib. II.) etiam dabitur: Sed per Prop. XXXV. datur ratio inter Distantias datorum Planetarum à Terra tempore observationis, (nam utriusque Distantia à Tellure in partibus mediæ Distantiæ Telluris à Sole exprimitur;) & ideo ratio Parallaxium horizontalium eorundem Planetarum etiam datur, quippe (per Prop. XLVIII. Lib. II.) prioris reciproca: Et igitur (per Lem. præc.) dantur ipsæ Planetarum Parallaxes horizontales.

Atque hinc omnium Planetarum Parallaxes determinantur: Nam ex data Parallaxi unius Planetæ dantur Parallaxes omnium per Prop. XLIX. Lib. II; quia, ex præcedentibus, ad tempus datum datur ratio inter illorum Distantias à Telluris centro.

SCHOLIUM

T. l. XXIII. Fig. 6.

Quamvis duo quilibet Planetæ in qualibet Conjunctione (modo in Prop. præced. ostenso) adhiberi possint ad utriusque Parallaxin determinandam, immo Planeta quivis (Mars *v. g.* in situ Achronychio Terræque proximo) conjunctus Fixæ, cujus Parallaxis est nulla, ad ejus Parallaxin (tum temporis maximam) definiendam sufficiat, inferiorum alter Solis discum transiens proposito est aptissimus; præcipue Venus, cujus Parallaxis est maxime sensibilis, quippe tunc propioris, & Theoria, in quantum rei huic est necessaria, satis accurate nota.

PROPOSITIO XLV.

Orbitarum planetariarum Axes majores, Excentricitates &c. in mensuris notis determinare.

AD quodvis tempus (per præcedentium duarum aliquam vel aliam quamlibet praxin Lib. II. indicatam) inveniatur cujusvis Planetæ Parallaxis cognitæ Altitudini apparenti competens; & inde dabitur ratio Distantiæ Planetæ à centro Terræ ad Semidiametrum Terræ; eàdem nempe (per Prop. XLVI. Lib. II.) quæ est inter sinum Distantiæ apparentis à vertice & sinum Parallaxis. Atqui (per Prop. XXXV.) datur ratio inter Distantiam Planetæ à centro Terræ & ejusdem Distantiam à Sole ad Tempus istud cognitum; & (ex superioribus) ad idem Tempus datur ratio Distantiæ Planetæ à Sole ad Orbitæ Axem majorem ejusque Excentricitatem &c: Et igitur, ex æquo & per 2. *Dat*, dabitur ratio istarum rectarum ad Terræ Diametrum; hoc est, dabuntur omnes istæ Orbitarum dimetientes rectæ per Terræ Diametros expressæ. Cumque ex Scholio Prop. XVII. Lib. II. Terræ Diameter cognita sit in mensuris notis & familiaribus, dabuntur etiam prædictæ Orbitarum rectæ in iisdem.

Hinc

Hinc ad Tempus propositum Distantiæ Solis & Planetarum primariorum à Terra per Terræ Semidiametros aliasve mensuras notas expressæ innotescunt : Nam ad dictum Tempus distantiæ istæ expressæ in partibus mediocris Distantiæ Terræ à Sole notæ sunt per Propp. XXXIV. & XXXV, & (per hanc) dicta mediocris Distantia Terræ à Sole in notis mensuris cognita est.

SECTIO VII.

De Magnitudine & Densitate Solis & Planetarum primariorum.

PROPOSITIO XLVI.

Solis Planetarumque primariorum Magnitudinem definire.

Consonum est ut hoc loco, post traditam Planetarum Theoriam, agamus etiam de illorum Magnitudine & Densitate, ex quibus conjunctim Quantitas Materiæ in singulis pendet; præsertim cum quædam in eorum Motu Orbiumque dimensione hinc rectificanda veniant.

Tab. XXIII. Fig. 7. Sit horum aliquis A B C, cujus centrum P; sitque O oculus Observantis. Jungatur recta O P, per quam ductum intelligatur planum secans Solis vel Planetæ corpus sphæricum in ejus circulo maximo B A C. Ex O ducantur rectæ hunc tangentes O A, O B, & jungatur P A recta. Angulus A O B idem est cum dicti corporis Diametro apparenti ex O, secaturque hic bifariam per O P rectam. Observetur hæc per methodos Astronomis satis notas, quo pacto in triangulo A O P noti erunt omnes anguli: nam (per *Prop.* XVI. *El.* III.) A est rectus, & A O P est observatæ Diametri apparentis semissis; unde innotescit ratio laterum O P & A P: Sed (per Prop. XLV.) datur ratio inter Terræ Semidiametrum & O P Planetæ Distantiam; & igitur, ex æquo, datur ratio inter Semidiametros Terræ & Planetæ; ergo & hujus triplicata etiam est

est data, nempe ratio inter Terram & Planetam. Datur autem Terræ Magnitudo per Schol. Prop. XVII. Lib. II; & igitur Planetæ Magnitudo (per 2. *Dat.*) data est Q. E. F.

Si per Terræ & Planetæ centra T & P traductum planum secet utrumque, erunt hujus plani cum istis corporibus sectiones communes circuli in illis maximi. Quod si ducantur tangentes rectæ TA, PD, & jungantur TP, TD, AP; hæ duæ ultimæ coincidunt fere cum arcubus centris T & P & distantiâ TP descriptis; ac proinde sunt in eadem ratione cum angulis TPD, PTA quos subtendunt, quorum hic est Semidiameter Planetæ apparens, ille ejus Parallaxis horizontalis: & proinde inverse Diameter Planetæ est ad Terræ Diameturum ut Semidiameter Planetæ apparens ad Parallaxin ejus horizontalem. Dantur autem tres posteriores hujus analogiæ termini; ergo & primus, Planetæ nempe Diameter. *Tab. XXIII. Fig. 5.*

SCHOLIUM.

Per methodum prædictam Solis Planetarumque præter Terram omnium Magnitudines inter se accurate comparari poterunt. Nam illorum Diametri sunt in ratione composita ex ratione Distantiarum & ratione sinuum semi-angulorum sub quibus videntur, hoc est, fere, Diametrorum apparentium: Ratio vero Distantiarum per Prop. XXXV. inventa eadem est cum vera per Prop. XLI; & Diametrorum apparentium ratio ex observatione citra dubium constat. Verum comparatio Magnitudinum istorum corporum cum Magnitudine Telluris pendet à Planetæ alicujus Parallaxi. Si hæc accurate non detur, dicta comparatio accurate institui nequit. Optimos ejus investigandæ modos supra propriis locis tradidimus: Sed horum ultimus Prop. XLIV. traditus ad praxin maxime accommodus videtur, si ad Venerem in Solis disco visam applicetur; quod nondum factum est, nec ante Annum 1761 (cum Venus in Sole secundo ab hominibus videbitur)

Tab XXIII Fig. 8. bitur) fieri poterit. Si interim Terræ Diameter ex Sole visa statuatur mediocris inter reliquorum quinque Diametros ex eodem visas, (quod verisimillimum est à vero non multum aberrare, & porro Solis Parallaxi per Mercurii in Sole visi observationem, aliasque observationes aliter institutas, definitæ proxime congruit,) Planetarum omnium & Solis Magnitudines prodibunt illorum veris Magnitudinibus satis propinquæ, & pro veris habendæ, donec aliquid certius de Parallaxi Solis ex observationibus statuatur.

PROPOSITIO XLVII. LEMMA.

Invenire rationem Distantiæ dati Secundarii à suo Primario ad Distantiam dati Primarii à Sole.

Fig. 9. Referat S, Solem; T Terram; P Planetam quemvis, cujus Satelles A. Observetur ex T maxima hujus Elongatio à P, nempe angulus ATP. Igitur in triangulo PAT rectangulo ad A, dato angulo T dabitur ratio lateris AP ad PT: & per Prop. XXXV. datur ratio PT ad TS, & ratio TS ad Distantiam alterius cujusvis Planetæ à Sole etiam est nota; & igitur non latebit ratio inter Distantiam dati Satellitis à suo Primario & Distantiam cujusvis Primarii à Sole.

Quod si Satelles propositus sit Luna nostra, Problema aliter solvi nequit quam (per aliquam ex methodis supra traditis aut similem) investigando Distantiam Solis à Terra, & (per eandem, aliamve vel hactenus traditam vel inferius Lib. IV. tradendam) Distantiam Lunæ ab eadem.

PRO-

PROPOSITIO LVIII.

Invenire rationem Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dato Planeta primario, circa quem Satelles revolvitur.

Sit s Sol; p Planeta primarius datus, circa quem assecla a rotatur; sitque v alter quivis è Primariis ad libitum assumptus: fiat p b æqualis s v, & concipiatur corpus quodvis in b locatum: eritque (per Prop. xlix. Lib. i.) Quantitas Materiæ in s ad Quantitatem Materiæ in p, ut gravitas acceleratrix corporis v versus s ad gravitatem acceleratricem corporis b versus p. Et ratio gravitatis acceleratricis corporis v versus s ad gravitatem acceleratricem corporis b versus p componitur ex ratione gravitatis acceleratricis corporis v versus s ad gravitatem acceleratricem corporis a versus p, & ratione gravitatis acceleratricis corporis a versus p ad gravitatem acceleratricem corporis b versus idem p. Sed (per Prop. xxvi. Lib. i.) gravitas acceleratrix corporis v versus s est ad gravitatem acceleratricem corporis a versus p in ratione composita ex ratione rectæ s v ad p a rectam, & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis a circa p ad Tempus periodicum Primarii v circa Solem; & gravitas acceleratrix corporis a versus Planetam p est ad gravitatem acceleratricem corporis b versus eundem in duplicata ratione rectæ p b (sive huic æqualis s v) ad rectam p a. Et igitur gravitas acceleratrix corporis v versus s est ad gravitatem acceleratricem corporis b versus p; hoc est (ut supra ostensum) Quantitas Materiæ in s est ad Quantitatem Materiæ in p, in ratione composita ex sequentibus tribus; *viz.* ratione rectæ s v ad rectam p a, duplicata ratione Temporis periodici Satellitis a circa Planetam p ad Tempus periodicum Primarii v circa Solem, & duplicata ratione rectæ Tab. XXIII. Fig. 10

Tab. XXIII. Fig. 10. S V ad rectam P A. Prima vero ratio componens & ultima faciunt triplicatam rationem rectæ S V ad P A: Unde Quantitas Materiæ in S est ad Quantitatem Materiæ in P in ratione composita ex triplicata ratione S V ad P A, & duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem. Utraque autem componens ratio datur; nempe ratio S V ad P A per præmissum Lemma, & ipsa Tempora periodica per observationem: non latebit igitur ratio composita; nempe ratio Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in Primario P.

Hinc invenietur ratio Quantitatis Materiæ in Planetis tribus Satellitio donatis; inveniendo sc. rationem Quantitatis Materiæ in illorum unoquoque ad Quantitatem Materiæ in Sole.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur ratio Gravitatis Acceleratricis in superficie Solis ad Gravitatem Acceleratricem in superficie cujusvis Planetæ Satellitem habentis. Habentur enim ratio Gravitatis in superficie Solis ad Gravitatem in V, duplicata sc. rationis Distantiæ S V ad Semidiametrum Solis ex præcedentibus cognitæ, & ratio Gravitatis in V versus Solem ad Gravitatem in A versus Planetam, inventa ut supra; item ratio Gravitatis in A ad Gravitatem in superficie Planetæ P, duplicata notæ rationis quam habet Semidiameter Planetæ ad Distantiam Satellitis à Primario. Liquet jam rationem ex tribus hisce notis rationibus compositam eandem esse cum ratione Gravitatis in superficie Solis ad Gravitatem in superficie Planetæ P. Et hinc rursus, ex æquo, determinabitur ratio Gravitatis in superficie unius Planetæ ad Gravitatem in superficie alterius, si uterque Satellite gaudet.

PRO-

PROPOSITIO XLIX.

Invenire rationem Densitatis Solis ad Densitatem Planetæ cujusvis Primarii, circa quem Satelles revolvitur.

SI duo corpora A & B sint ejusdem magnitudinis, patet quantitatem materiæ in A esse ad quantitatem materiæ in B ut densitas ipsius A ad densitatem ipsius B: Et si ejusdem fuerint densitatis, quantitas materiæ in A est ad quantitatem materiæ in B ut corporis A magnitudo ad magnitudinem corporis B: Et igitur, licet neque magnitudines neque densitates æquentur, ratio quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B componitur ex directa ratione densitatum & directa ratione magnitudinum eorundem. Unde ratio densitatis corporis A ad densitatem corporis B componitur ex ratione quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B, & ratione magnitudinis corporis B ad magnitudinem corporis A; hoc est (in casu præsenti) Densitas Solis est ad Densitatem Planetæ in ratione composita ex ratione Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dicto Planeta, & ratione Magnitudinis Planetæ ad Magnitudinem Solis. Sed (per Prop. præc.) datur componentium rationum prior, si Planeta Satellite gaudet; & (per Prop. XLVI) datur posterior; ergo datur ratio ex iis composita, nempe Densitatis Solis ad Densitatem Planetæ. Tab. XXIII. Fig. 10.

Corollarium.

Hinc, ex æquo, habetur ratio inter Densitates trium è Planetis primariis, nempe Saturni, Jovis & Terræ. Trium reliquorum Densitates hinc analogice derivare licebit. Nullum est dubium, quin sapientissimus Mundi Conditor Deus O. M. Planetas in diversis à Sole distantiis collocaverit, ut quilibet pro gradu Densitatis calore Solis majore vel minore fruatur: Materia enim densior ad

operationes naturales obeundas majorem calorem requirit Sed & Magnitudinis Planetarum aliquis proculdubio est respectus, cum similium corporum minora, cæteris paribus, fortius intimiusque calefiant; quippe respectu suæ molis majorem superficiem habentia, ac proinde plures radios excipientia.

PROPOSITIO L.

Orbitarum planetariarum Axes majores superius inventos corrigere.

PRop. XXIV. capti sunt Orbium Axes majores in ratione subsesquiplicata Temporum periodicorum: nempe à Massis Planetarum abstractum est ut decuit ante illarum determinationem, & Planetæ pro punctis habiti in Ellipsibus circa immotum Solis centrum in umbilico positum revoluti. Quoniam vero propter Solis & Planetæ Actiones mutuas, quibus fit (per Prop. LVIII. Lib. I.) ut Planeta Ellipsin describat cujus Focus est commune gravitatis centrum sui & Solis, similem (per Prop. LI. Lib. I.) illi quem circa immotum Solem viribus iisdem attractus describeret; & (per Prop. LIV. Lib. I.) ostensus est major Axis Ellipseos, quam Planeta quivis describit circa Solem simul circa commune centrum gravitatis revolventem, esse ad Axem majorem Ellipseos, quam idem Planeta circa Solem quiescentem eodem Tempore periodico describere posset, in subtriplicata ratione summæ Massarum Solis & Planetæ ad Massam Solis; ideo Orbitæ cujusque Planetæ Axis major (per Prop. XXIV. inventus) augendus est in dicta ratione subtriplicata summæ Massarum Solis & Planetæ ad Massam Solis, ut evadat correctus. Datur vero (per Prop. XLVIII.) ratio inter Massas Solis & Planetarum; & igitur datur ratio, in qua Orbitarum Axes majores (per Prop. XXIV. inventi) sunt augendi, ut evadant correcti.

PRO-

PROPOSITIO LI.

Errores motûs Planetarum circa Solem à mutua Actione oriundos æstimare.

SI s referat Solem, A B C E & D L duorum Planetarum Orbitas; patet, dum Soli propior est in A remotiorque in D, (Planetis nimirum ad Conjunctionem Heliocentricam tendentibus,) per mutuam Attractionem Soli propiorem aliquantulum accelerari, remotiorem retardari; & cum post Conjunctionem ad situm qualis est C & D pervenerint, remotiorem accelerari, propiorem retardari; & prope Conjunctionem Heliocentricam Distantiam remotioris à Sole minui, propioris augeri. Cumque Massæ Solis & utriusque Planetæ (per Prop. XLVIII.) datæ sint, & Distantiæ mutuæ ex superioribus etiam sint datæ, & quidem (per Prop. præc.) correctæ; dabitur ratio Attractionis cujusque in Solem ad Attractionem in alterum, & inde ratio Erroris à mutua Attractione oriundi ad effectum Vis ejus, quâ quisque in Orbe proprio circa Solem retinetur. Fig. 11.

Quod si Error omnis in Planetam à Sole remotiorem rejiciatur, propioris Orbitâ manente, hoc fere fiet (per Prop. LVIII. Lib. I.) constituendo umbilicum Orbis exterioris in communi centro gravitatis Solis & interioris.

Errores isti in Jove & Saturno maxime sunt sensibiles, propter ingentes istorum Planetarum Massas.

SCHOLIUM.

Sunt & inæqualitates ex mutua Actione Primarii & suorum Satellitum oriundi: Nam (per Prop. LXIII. Lib. I.) non Primarii centrum, sed centrum gravitatis Primarii & Satellitum, Orbitam Ellipticam circa Solem describit. Quoniam vero hæc à quantitate materiæ in istis Secundariis pendent, cujus determinandæ ratio ad Librum sequentem proprie spectat, de illis nunc tacemus. SEC-

SECTIO VIII.

De Figura Solis & Planetarum.

PROPOSITIO LII.

Determinare Telluris Figuram; hoc est, rationem quam ejus Axis habet ad Diametros eidem normales.

LIbro primo Prop. XXXI. generatim, ex causis propriis, est ostensum Solem & Planetas Figurâ indutos esse versus Polos depressâ, versus medium inter Polos circulum elevatâ, ad Sphæroidem prolatam accedente. Nunc ad Figuram hanc ex observationibus determinandam accedimus. Ac primo Telluris Figura definienda est.

Tab. XXIII. Fig. 12. Referat Figura A P E *p*, cujus centrum C, Tellurem; P *p* ejus Axem; A E Æquatoris Diametrum quamvis Axi normalem. Mensurentur longitudines Pendulorum dato temporis spatio in Cycloide oscillantium in locis A & P: erunt A C, P C reciproce ut dictæ Penduli longitudines, adeoque in ratione nota. Idem fiat in loco quovis intermedio B, cujus Latitudo (sc. A C B angulus) per Prop. XVIII. Lib. II. innotescit; eruntque A C, B C reciproce ut longitudines Pendulorum pari temporis spatio in locis istis A & B oscillantium, & proinde in ratione data.

Concipiatur enim canalis fluido plena inflexa ab A ad C, & inde ad P. Ex fluidi quiete manifestum est fluidum in canalis crure A C in æquilibrio esse cum fluido in ejusdem crure P C, vi centrifugâ ex motu circa Telluris Axem ortâ & majore à centro Terræ distantiâ attollentibus & retinentibus fluidum in crure C A ad majorem altitudinem quam in C P crure. Unde & portio quælibet fluidi in C A in æquilibrio est (sive æqualiter gravis est) cum simili & similiter posita fluidi portione in crure C P, (quod proinde etiam verum est de corporibus quibusvis homogeneis, etiamsi fluida non sint;) & suprema

prema crurum puncta A & P similiter in cruribus sita sunt: Et igitur corpora homogenea in A & P constituta, quæ sunt ut A C, P C, æquigravia sunt versus Terræ centrum. Sed gravitas corporis in A positi, quod est ut P C, est ad gravitatem alterius homogenei ibidem consistentis, quod est ut A C, sicut P C ad A C, (nempe homogeneorum corporum juxta positorum pondera ut ipsa corpora;) & igitur corporum homogeneorum æqualium in A & P positorum gravitates sunt ut P C & A C; hoc est, reciproce ut distantiæ à centro. Simili prorsus ratione ostendetur gravitas corporis in B ad gravitatem æqualis & homogenei in P ut C P ad C B; etenim fluidum in canale B C P immotum permanebit, ut in priori A C P: Unde, ex æquo, æqualium & homogeneorum corporum in Telluris superficie ubicunque consistentium gravitates absolutæ sunt reciproce ut distantiæ à centro. At corporis gravitas acceleratrix est ut ejus gravitas absoluta applicata ad ejusdem molem: Adeoque corporum in Telluris superficie constitutorum gravitates acceleratrices sunt ut locorum distantiæ à centro inverse. Porro, quoniam oscillatio corporis penduli ad A positi, & in Cycloide moti, æquidiuturna ponitur (ex observatione) cum oscillatione alterius ad P; & (per *Prop.* XXV. *Part.* II. *Horologii Oscillatorii Christiani Hugenii*) tempus descensûs liberi per Cycloidis axem datam habet rationem ad tempus oscillationis in ista Cycloide; & (per *Prop.* VI. & VII. *Part.* III. dicti Libri) axis Cycloidis, quam grave Pendulum describit, datam habet rationem ad longitudinem fili dictum grave suspendentis; & proinde tempus descensûs liberi per axem Cycloidis datam etiam habet rationem ad tempus descensûs liberi per fili longitudinem, nempe prioris subduplicatam: erit tempus descensûs liberi per longitudinem penduli ad A positi æquale tempori descensûs liberi per longitudinem penduli ad P positi. Sed spatia ad A & P, æqualibus temporibus

casu libero percursa, sunt ut gravitates acceleratrices in dictis locis A & P, sc. effectus ut causæ; & dictæ gravitates acceleratrices hactenus ostensæ sunt ut distantiæ à centro Terræ inverse; & igitur longitudo penduli ad A est ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oscillantis ut C P ad C A. Similiterque ostendetur longitudo penduli ad B esse ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oscillantis ut C P ad C B: Unde, ex æquo, erunt universaliter longitudines pendulorum æqualibus temporibus oscillantium reciproce ut distantiæ locorum à centro Terræ. Cum igitur inventæ sint ratio ipsius A C ad quamlibet B C & inclinatio dictæ B C ad A C, ac (inter cætera) ratio ipsius A C ad P C; definita est natura Figuræ A P E *p*, sectionis nempe Telluris cum plano Meridiani, cujus rotatione circa Axem P *p* ipsa Telluris Figura gignitur. Q. E. F.

Si Terræ figura modo supradicto definienda sit, non opus est mensurarâ longitudine penduli dato temporis spatio oscillantis ad ipsum Polum P: per plures enim ejusmodi longitudines observatas in diversis Latitudinibus tuto concludetur longitudo penduli dicto temporis spatio oscillantis ad ipsum Polum. Rursus, in solvendo hoc Problemate non opus erit in diversis locis pendulum ita aptare, ut eodem temporis spatio oscillationes suas peragat: sufficit pendulum uni loco aptatum ita ut ejus oscillationes singulæ dato temporis spatio respondeant, in alia loca transferre, & notare quantum horologium, cui dictum pendulum est pro libratorio, tempore unius revolutionis apparentis Fixæ ad eundem locum, retardetur aut acceleretur, prout loca, in quæ transfertur, Æquatori aut Polo viciniora sunt quam est is cui aptatum est automaton, & ex ista retardatione aut acceleratione calculo colligere quâ opus sit penduli longitudine, ut oscillationes singulæ pari tempore peragantur quo peractæ sunt in loco, cui pendulum primo erat aptatum.

COROL-



Corollarium.

Hinc ſequitur, ſi (iiſdem manentibus) intervallo C A vel C E deſcribatur circulus, & producatur utcunque ducta C B ad D, eſſe D B ut incrementum gravitatis acceleratricis in receſſu ab Æquatore verſus alterutrum Polum, ſive ut incrementum ſupra longitudinem penduli dato tempore ad Æquatorem oſcillantis loco B congruum. Nam ſupra eſt oſtenſum, ſi A C exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad Polum, quod C P repræſentabit gravitatem aut longitudinem penduli pari tempore oſcillantis ad Æquatorem; & ideo (productâ P *p* ad F & G) P F repræſentabit incrementum gravitatis aut longitudinis dicti penduli ad Polum P. Similiter, ſi C B exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad A, A C (hoc eſt, D C) exponet gravitatem aut penduli longitudinem ad B; & conſequenter D B exceſſum ſive incrementum gravitatis longitudiniſve penduli ad B, ſupra gravitatem pendulive pari tempore oſcillantis longitudinem ad A. Tab. XXIV. Fig. 1.

Si A P E *p* ſectio Telluris cum plano Meridiani ſit Ellipſis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diverſis locis ſuperficiei Terræ, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, quamproxime in duplicata ratione ſinuum rectorum Latitudinum iſtorum Locorum. Per D ducatur D M Axi P *p* parallela, Ellipſi in L rectæque A E occurrens in M puncto, ex quo in C D dêmittatur perpendicularis M K; ſumatur D H æqualis P F, unde C H æqualis C P, & jungatur L H. Quoniam A P E eſt Ellipſis, eſt (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *El. Conic.*) C P *q* ad M L *q* ut rectangulum ſub A C & C E ad rectangulum ſub A M & M E: Et, per eandem, in circulo A F E eſt C F *q* ad M D *q* etiam ut rectangulum ſub A C & C E ad rectangulum ſub A M & M E; & ideo C F *q* erit ad M D *q* ſicut C P *q* ad M L *q*. Unde C F eſt ad M D ſicut C P ad M L; adeoque (per *Prop.*

 XIX.

Tab. XXII. Fig. 1. XIX. *El.* V.) P F eſt ad L D ſicut C P ad M L ; hoc eſt, H D eſt ad L D ſicut C H ad M L ; & igitur (per *Prop.* II. *El.* VI.) L H parallela eſt ad C M ; & proinde triangulum L D H ſimile triangulo M D C, & ſimiliter poſitum. A trianguli autem C M D angulo recto M ducta eſt ad hypothenuſam D C perpendicularis recta M K, quod etiam quamproxime factum eſt in triangulo H L D, exiſtente curvæ Eclipticæ particulâ L B & fere rectâ, & ad C D normali, propter Ellipſin A P E *p* non multum abludentem à circulo A F E G: Unde C D ſimiliter dividitur in K atque H D in B diviſa eſt ; id eſt, H D eſt ad D B ſicut C D ad D K, ſive P F ad B D ſicut C D ad D K. Rurſus, propter triangulum rectangulum C M D diviſum per rectam M K ad C D normalem (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) erunt C D, D M, D K proportionales, ſive ratio C D ad D K duplicata rationis C D ad D M ; hoc eſt, rationis C F ad M D. Sed hactenus eſt oſtenſum eſſe P F ad B D ſicut C D ad D K ; & igitur P F eſt ad B D in duplicata ratione C F ad M D: Sed C F eſt ſinus totus, & M D ſinus rectus anguli A C B, nempe Latitudinis loci B ; & P F, B D ſunt incrementa gravitatis vel longitudinis penduli dato tempore oſcillantis locis P & B congrua, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem : Et igitur, poſitâ A P E *p* Ellipſi, incrementum gravitatis vel longitudinis penduli ad Polum, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, eſt ad ſimile incrementum in alio quovis ſuperficiei Terræ loco B quamproxime in duplicata ratione radii ad ſinum rectum Latitudinis dicti loci B. Atque idem oſtendetur de alio quovis loco in Terræ ſuperficie : Et igitur, ex æquo, ſi A P E *p* fuerit Ellipſis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diverſis locis ſuperficiei Terræ, ſupra gravitatem pendulive pari tempore oſcillantis longitudinem ad Æquatorem, in duplicata ratione ſinuum rectorum Latitudinum iſtorum locorum quamproxime.

S C H O-

S C H O L I U M.

Præmissa omnia vera sunt ex hypothesi quod Terra ex materia uniformi & æquidensa constat. Supposuimus enim fluidum, quo canales A C P, B C P impleti sunt, uniforme esse & homogeneum. Verum si materia, ex qua Terra constat, densior sit ad centrum quam versus superficiem, prædicta incrementa distantiarum à centro pergendo à Polis ad Æquatorem, hisque proportionalia incrementa gravitatis longitudinisque penduli dato tempore oscillantis pergendo ab Æquatore ad Polos, majora erunt quam pro calculo superioribus innixo; & Terræ Axis minor erit respectu Diametrorum eidem normalium. Nam si materia ista versus centrum, quâ Terra ibi densior est, subducta concipiatur, aut potius seorsim spectetur ut materia reliqua sit ubique æquidensa; ex præcedentibus patet gravitatem acceleratricem in diversis superficiei Terræ hujus æquidensæ locis esse reciproce proportionalem distantiæ à centro. Sed dicta gravitas acceleratrix adhuc augetur propter materiam istam redundantem circa centrum; & quidem (ut ex Lib. I. patet) quamproxime in inversa duplicata ratione distantiæ ab istius, id est, Terræ centro. Cum igitur in casu Terræ uniformiter densæ illius superficies versus Æquatorem elevetur, versus Polum vero deprimatur; gravitasque ad Æquatorem minor sit quam ad Polum in ratione distantiæ Poli à centro ad Æquatoris semidiametrum; & porro, ad prædictam materiam redundantem circa centrum gravitas ad Æquatorem minor sit quam ad Polum in ratione duplicata distantiæ Poli à centro ad Æquatoris semidiametrum, quæ ratione priore simplice minor est, cum ratio ista sit minoris inæqualitatis; & igitur ex utraque simul causa, sive in casu Terræ versus centrum densioris, gravitas ad Æquatorem, ex prioribus binis composita, minor est quam gravitas ad Polum in ratione minore, quam est ea quam Tab. XXIII. Fig. 12.

 distan-

Tab. XXIII Fig. 11. distantia Poli à centro habet ad Æquatoris semidiametrum. Et ideo ex minore hac gravitate ad Æquatorem, respectu ejus quæ obtinet ad Polos, Tellus magis ad Æquatorem elevabitur quam pro superioribus. Idemque obtinet in longitudine penduli dato temporis spatio oscillantis; quippe quæ superius ostensa est gravitati acceleratrici proportionalis.

PROPOSITIO LIII.

Determinare rationem, quam Solis aut dati Planetæ Axis habet ad Diametros eidem normales.

INveniatur per Prop. XXVI. Lib. I. ratio Vis Centrifugæ in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad Vim Centrifugam in Æquatore Terræ: Datur autem ratio inter Vim Centrifugam in Æquatore Terræ ad gravitatem in Terræ superficie, eadem sc. cum superius inventa ratione quam habet excessus Diametri Terræ secundum Æquatorem ad ejusdem Axem; & ex *Schol. Prop.* XLVIII. datur ratio gravitatis in Terræ superficie ad gravitatem in superficie Solis dative Planetæ: Et igitur dabitur ratio ex datis hisce composita, nempe ratio quam habet Vis Centrifuga in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad gravitatem in superficie ejusdem. Atque hæc eadem est cum illa, quam habet excessus Diametri Æquatoris Solis vel dati Planetæ supra ejusdem Axem ad dictum Axem, cum (per Prop. præc.) excessus iste à Vi illa Centrifuga sola proveniat, & proinde sit illi proportionalis: Dabitur igitur (per 6. *Dat.*) ratio inter Solis dative Planetæ Axem ejusdemque Diametrum Axi normalem.

SECTIO IX.

De Distantia Fixarum.

PROPOSITIO LIV.

Distantiam Fixæ per Observationem determinare.

Definitis Distantiâ & Magnitudine Solis & Planetarum primariorum, restat ut de Fixarum Distantia paucis differamus. Et licet Fixarum Distantia tam immense major sit quam Telluris Diameter, ut hæc præ illa evanescat penitus & insensibilis evadat; adeoque omnes methodi hoc Libro & præcedente traditæ ad Phænomeni cujusque Parallaxin, & consequenter Distantiam, inveniendam in hoc negotio inutiles sint: videri tamen poterit Diametrum Orbitæ, quam Tellus spatio annuo circa Solem describit, etiam cum Distantia Fixarum comparari posse; cumque nos Terra vecti nunc hoc nunc illud Diametri dictæ Orbitæ extremum teneamus, sensibilem admodum oriri debere Fixarum Parallaxin ex adeo sensibili Observatoris translatione. Observatio commodissime modo sequenti aut simili instituetur.

Referat S Solem, A M B Orbem magnum. Eligantur duæ Fixæ propinquæ invicem C & F non procul ab Ecliptica sitæ. Observetur harum Distantia cum illarum altera C Soli opponitur, sc. angulus F A C. Observetur rursus illarum Distantia cum C est Soli conjuncta, nempe F B C angulus. In triangulo igitur F A B, ex datis omnibus angulis, datur ratio laterum; nempe F A Distantiæ Fixæ ab A ad A B Diametrum Orbis magni per Prop. XLV. notam; determinatur igitur A F. Similiter eruetur Fixæ Distantia, si observatio secunda Distantiæ Fixarum apparentis instituatur cum C non est Soli conjuncta, (quod forsan, propter Solis splendorem, difficile foret,) sed in alio quovis noto Telluris situ, *v. g.* Tab. XXIV. Fig. 2.

dum

dum hæc est in M: Nam A M recta, ejusque ad notam A B ratio, per supra citatam Prop. XLV. innotescit.

Definitâ semel Fixæ alicujus Distantiâ, illius Magnitudo definietur per methodum Prop. XLVI. traditam, modo Fixæ Diameter apparens sit sensibilis.

S C H O L I U M.

Quoniam supra descriptæ observationes, similesve ad Fixarum Distantiam definiendam necessariæ, tam lubricæ sunt tantamque requirunt subtilitatem, ut hanc se consecuturos Artifices spondere non audeant; insignem tamen victoriam reportasse videantur, si esse aliquam Fixarum Parallaxin, magni Orbis respectu, observatione ostendant: sic enim Telluris Motum ultra dubium ponerent, quod operæ pretium esse agnoscunt omnes. Hoc autem haud incommode fiet modo sequenti.

Tab. XXIV. Fig. 3. Reliquis manentibus, Fixæ duæ F & C non sint prope Eclipticam. Per illas & Solem traductum planum secet Telluris Orbitam in A & B, quæ satis exacte ad præsens institutum ex dictis in præc. Lib. dabuntur. Observentur anguli C A F, C B F (sive Fixarum F & C Distantiæ apparentes, visæ ex Tellure in A & B versante) qui satis notabiliter diversi erunt, si A B respectu A C sit sensibilis & Stellæ C & F admodum inæqualiter à Sole distent, quod in Stellis diversæ Magnitudinis obtinere verisimillimum videtur. Immo si loco binarum Stellarum C & F, binæ, quales sunt C & D, conspiciantur, (quod in tanta Syderum multitudine contingere poterit,) ex A videbitur D ad unam à C plagam, ex B ad alteram; vel fortasse videbuntur duæ Stellæ unâ Anni tempestate coincidentes, alterâ notabiliter inter se distantes: in quo casu, absque ullo instrumento ad Stellarum intercapedinem observandam necessario, solius Telescopii beneficio patebit Telluris circa Solem Motus Annuus.

Prædicta

Prædicta observandi ratio, præterquam quod omne recipiat incrementum, quod hactenus instrumenta quævis recepere aut in posterum recipient, nullius fere est sumptûs, cum solo Telescopio Micrometro instructo indigeat; nullus requiritur Observatorii apparatus, nulla Perpendiculi rectificatio, quæ omnia admodum sunt incerta, cum neque muros licet firmissimos, neque ipsas rupes montesque eundem perpetuo situm servare certissimum sit. Huc forsan referenda sunt, quæ de Fixis ab Oculatissimo & Celeberrimo Astronomo D. *Cassini* noviter detecta sunt; quod nempe Arietis prima aliquando in binas æquales intervallo Diametri utriusvis distantes divisa appareat, quod & de præcedente capite Geminorum itidem observavit; & aliæ quædam, ut Pleiadum aliquæ mediaque in Orionis gladio, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ appareant.

PROPOSITIO LV.

Orbis magni Parallaxin observare per accessum & recessum Fixæ à Polo Æquatoris diversis Anni tempestatibus factum.

Referat S Solem; H M E Orbitam Telluris, cujus puncta E & H sunt Telluris loca in Solstitiis. Sit porro F Fixa Polo Mundi vicina, hoc est, Telluris A T B Axis A B cum recta Tellurem Fixamque connectente angulum B H F aut B E F satis parvum comprehendat; sitque Stella hæc non procul à Coluro Solstitiorum, adeoque Soli in Solstitiorum altero fere conjuncta, sive planum E F H rectum ad Eclipticæ planum H M E. Patet angulum B H F Distantiam Fixæ à Polo Mundi, cum hæc Soli opponitur, minorem esse angulo B E F ejusdem Distantiâ à Polo, cum Fixa Soli conjungitur. Et è converso, si angulus B H F observatione minor deprehenditur quam B E F, inæqualitas hæc in Tab. XXIV. Fig. 4.

Orbis Annui Parallaxin refundenda eſt. Fixæ vero Diſtantia inde hoc modo elicitur : Differentia angulorum B E F, B H F æqualis eſt angulo F ; & in triangulo F E H datur alter angulus F E H ; Fixæ nempe Latitudo ad Tempus, quo Tellus eſt ad E : Unde innoteſcet ratio inter H E Diametrum Orbis magni & H F Fixæ Diſtantiam.

SCHOLIUM.

Hanc methodum Orbis magni Parallaxin per obſervationes eruendi adhibuit ſolertiſſimus Obſervator D. *Jo. Flamſtedius*, atque ſic reſpondet objectioni illorum, qui cum *Ricciolo* motum Telluris circa Solem negant, quia hic per Orbis magni Parallaxin obſervatam non confirmatur. Stellæ quippe Polaris diſtantiam à Polo Mundi Boreo majorem invenit circa Solſtitium Æſtivum quam Hyemale circiter 40 aut 45 ſcrupulis ſecundis, idque ope Obſervationum per continuos ſeptem annos factarum, poſt conſideratas inſtrumenti correctionem & Loci Stellæ mutationem propter punctorum Æquinoctialium regreſſum: ſicut acute diſſerit D. *Flamſtedius* in Epiſtola ad Cel. D. *Walliſium* 20 *Dec.* An. 1698. data, in *Oper. Math. Walliſii Tom.* III. edita. Verum methodus hæc Fixæ Parallaxin determinandi ſupponit Telluris Axem A B ſibi exactiſſime eſſe parallelum, cum hæc in E & H punctis ſuæ Orbitæ verſatur, quando obſervationes inſtituuntur. Et licet Axis Nutatio iſta exigua, quæ conſequitur exinde quod (per *Coroll.* XX. *Prop.* LXVI. *Lib.* I. *Phil. Nat. Princ. Math.* Cel. *Newtoni*) inclinatio Eclipticæ & Æquatoris ad Solſtitia minuatur, ad Æquinoctia augeatur, obſervationi huic minime obſtat, ſicut ipſe D. *Flamſtedius* in dicta Epiſtola notat ; alia aliunde orta Nutatio totam hanc Stellæ Polaris à Polo diſtantiæ diverſitatem producere poterit : Si nimirum Hemiſphærii Terræ Auſtralis paulo major ſit denſitas quam Hemiſphærii Bo-

rii Borealis, (vel propter minorem illi Æstatem quam huic majusque frigus, vel propter continentium Terræ ad Polos positorum inæqualitatem, vel aliam causam quandam nobis ignotam,) cum in Solstitio Hyemali Polus Austrinus A annuat ad Solem & simul illi propior sit quam est Polus Boreus B, cum tempore Solstitii Æstivi hic ad Solem annuit, inclinabitur H A magis ad Eclipticæ planum tempore Hyemali quam E A Æstivali; unde B H F minor erit quam B E F, licet ipsæ rectæ H F, E F parallelæ forent. Cum igitur totum, quod per D. *Flamstedii* observationem conficitur, illud sit quod B H F angulus minor sit quam B E F; atque hoc ex duplici causa oriri possit, nempe ex rectarum H F, E F concursu ad partes F, si Terræ Axis in observationum una parallelus sit eidem in altera, (quod à D. *Flamstedio* supponitur, & in Figura Prop. LV. designatur,) vel ex rectarum H A, E A concursu ad partes G partibus F contrarias, positis rectis H F, E F parallelis, ut in figura annexa; ex observatione illa Fixarum Parallaxis non evincitur, quoniam Observatio integra consistere potest, rectis E F, H F parallelis manentibus; hoc est, Orbis magni Parallaxi positâ nullâ. Tab. XXIV. Fig. 5.

Immo hæc observatio ne vel Telluris Motum Annuum immediate astruit: Nam licet Tellus in medio maneat, (circa Axem ut in Systemate *Semi-tychonico* rotata cœlestium Motum diurnum apparentem efficiens;) Sol in Signis Australibus Hemisphærium Terræ Australe, propius & forte densius, Soli tum obversum ita attrahere poterit, ut angulus B H F, Distantia Fixæ à Polo, minor sit quam B E F, cum in Signis Borealibus Sol remotior ejus Hemisphærium Boreale, etiam forte minus densum, minus attrahit. Fig. 6.

Idem similiter de varia Distantia Fixæ à Zenith dicendum, quo modo Cl. D. *Hookius* Fixarum Parallaxin olim rimabatur. Nam si Axis Terræ directio mutatur, alterius

 rius

rius cujusvis rectæ in Terra (cujus positio ad Axem datur) directio similiter mutabitur: Et Terræ motus circa Solem, ex varia inclinatione rectæ Fixam & Terram conjungentis ad rectam istam in Tellure, certo concludi nequit. Optandum igitur est ut oculatissimi Observatores deinceps observationes suas ad Motum Terræ Annuum hoc modo astruendum secundum Prop. præc. ejusve Schol. dirigant: Nam sic tandem Fixarum Parallaxis respectu Orbis magni (modo sensibilis fuerit) certo elicietur, cum angulorum istorum mutatio ex alia causa, præter mutatum Telluris locum aut Fixarum inter se situm, oriri nequeat; Fixarum vero idem ad se invicem situs principii loco habeatur ab omnibus, qui illarum Parallaxin investigant. Interim rationes Propositione sequente explicandæ me movent, ut cum *Copernico* credam Orbis magni Diametrum respectu Fixarum (etiam proximarum) Distantiæ insensibilem esse.

PROPOSITIO LVI.

Distantia Solis à Terra, respectu Distantiæ Stellæ Fixæ (etiam proximæ) à Terra, evanescit fere & insensibilis est.

CUm Sol & Stellæ Fixæ sola sint magna Mundi corpora luce propriâ gaudentia, jure à Philosophis ejusdem generis habentur, & ad similes usus destinata; & hominis est res suas plus æquo æstimantis credere Solem esse illorum omnium maximum. Ponantur igitur æqualia, cum excessus hujus supra illud nulli fundamento innitatur.

Tab. XXIV. Fig. 7. Sit T Terra; A E B Sol, cujus centrum S; C G D Soli æqualis Fixa, cujus centrum F. Cumque angulus B T S, quo semidiameter Solis ex Terra spectatur, excedat 16 scrupula prima, erit B S, vel illi æqualis C F, pars fere ducentesima ipsius S T; sive 200 C F ipsi T S æquales. In

In triangulo F S T rectangulo ad S est sinus anguli S F T ad latus S T sicut radius ad latus F T: similiterque in triangulo C F T sinus anguli C T F est ad latus C F ut radius ad latus C T ipsi F T æquale: Unde (ex *Prop.* XI. *Elem.* V.) sinus S F T est ad S T sicut sinus anguli C T F ad C F. Cumque, in parvis hisce angulis, anguli ipsi sint sicut eorum sinus, erit vicissim angulus S F T ad C T F angulum ut recta S T ad C F rectam; & ideo 200 C T F ipsi S F T æquales, sive 100 C T D ipsi T F S. Acutissimus vero Observator *Christianus Hugenius* (in *Systemate Saturnio*) asserit se adjutum Telescopio (cujus ope speciei per Tubum visæ ad eam quæ nudo oculo percipitur ratio secundum diametrum est centupla) Fixarum etiam maxime splendidarum Diametros nullâ unquam magnitudine cernere potuisse, sed tantum minimi puncti instar; hoc est, angulum D T C centuplo majorem factum etiamnum esse insensibilem; sive centuplum C T D (hoc est, S F T) sensu percipi non posse. Semidiameter igitur Orbis magni S T ex Fixa proxima (qualem splendidissimam æstimare oportet) visa minimi puncti instar appareret; hoc est, T S respectu S F vel T F evanescit & insensibilis est. Tab. XXIV. Fig. 7.

Parvitas hæc apparentium Diametrorum Fixarum in causa esse videtur Scintillationis earundem: Corpuscula enim opaca minima, per Atmosphæram semper mota, Fixam quamvis penitus tegunt, statimque retegunt; hoc est, Scintillantem reddunt.

SCHOLIUM.

Quoniam S T ad S F comparata insensibilis est, perinde est ex quonam Orbis magni puncto Fixæ observentur; totus quippe Orbis magnus quasi punctum est respectu Distantiæ Fixarum: Cumque Saturnus Planetarum extimus à Sole non distet decuplo amplius quam Tellus, immensa erunt Spatia inter extimum hunc Planetam proxi-

masque Soli Fixas, in quæ Cometarum Orbes admodum excentrici excurrant, de quibus Prop. XXXV. Lib. I. dictum est: Sed & propter immensam hanc Distantiam fit, quod Fixæ nullos edunt sensibiles effectus in nostri Solis Systema, Planetasque inibi contentos non perturbent.

Quia igitur Fixarum Distantia per observationes in diversis Orbitæ Terræ locis factas determinari nequit, restat ut illa ex rationibus Opticis æstimetur: cujus faciendi modos duos proponemus; alterum *Jacobi Gregorii* Anno 1668 editum, alterum *Christiani Hugenii* in sua *Cosmotheoria* traditum.

PROPOSITIO LVII. LEMMA.

Ejusdem sphæra illustrationes, in diversis à lucido corpore distantiis, sunt in reciproca duplicata ratione distantiarum.

Tab. XXIV. Fig. 8. Licet Propositio hæc facile consequatur ex Prop. XLVIII. Lib. I. libet illam hic demonstrare. Sit A corporis lucidi punctum quodvis ad libitum sumptum; sitque B C sphæræ illustratæ diameter radiis directe objecta, in minore distantia à lucido; β·γ eadem diameter in majore distantia: hoc est, sit A E radius ad centrum E pertingens ipsi B C normalis, & A ε ipsi β γ: Junganttur A B, A C, & productæ concurrant in D & F cum β γ etiam producta. Centro A, distantiâ A D vel A F describatur circuli arcus D F, cui A β, A ε & A γ productæ occurrant in H, G & K; concipiaturque figura hæc super axem A G rotata. Patet radios omnes in sphæram cujus diameter B C incidentes, illâ ablatâ, in sphæram cujus diameter est D F spargi: & ideo illustratio sphæræ, cujus diameter B C, est ad illustrationem sphæræ, cujus diameter β γ, ut omnes radii intra sectorem sphæricum rotatione sectoris circularis A D G genitum contenti ad omnes radios intra sectorem sphæricum rotatione ipsius A H G genitum

genitum contentos; hoc est, ut superficies sphærica rotatione arcûs D G producta ad superficiem sphæricam rotatione arcûs G H productam; hoc est (per *Propositio* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph. & Cyl.*) ut circulus radio D G ad circulum radio H G, sive in duplicata ratione D G ad H G. Sed in parvis angulis, quales supponimus D A G & H A G, D G est ad H G quamproxime ut D ι ad β ι: & ideo illustratio sphæræ, cujus centrum in E, est ad illustrationem ejusdem vel æqualis sphæræ, cujus centrum in ι, in duplicata ratio- D ι ad β ι, sive D ι ad ad B E, sive A ι ad A E; hoc est, in reciproca duplicata ratione distantiarum. Cumque idem propter easdem rationes verum sit de alio quovis lucidi corporis puncto æque ac de A, patet propositum. Tab. XXII. Fig. 8.

Similiter, ejusdem sphæræ illustrationes ab æqualibus corporibus lucidis inæqualiter distantibus factæ sunt in reciproca duplicata ratione distantiarum à corporibus istis lucidis.

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Omnes Radii Solares in Planetam unum incidentes sunt ad omnes Radios Solares in Planetam alterum incidentes in duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Planetis istis spectati.

Referat S Solis punctum quodvis radians; A B, C D sphæræ, quarum centra T & P, sint Planetæ bini quivis. Jungantur S T, S P, per quas traductum planum secet sphæras in circulis A B, C D; & ex S ducantur rectæ dictos circulos contingentes. Centro S, distantiâ quâvis ducatur arcus circuli rectis S A, S T, S B, S C, S P & S D occurens in F, E, L, H, G & K; junganturrectæ E F, G H. Figura A F S E T rotata concipiatur circa S T axem, & C H S G P circa S P axem. Erunt omnes Radii ex S puncto manantes qui in Planetam T incidunt (sc. omnes intra conum A S B) ad omnes in Planetam Fig. 9.

P in-

Tab. XXIV. Fig. 9. P incidentes (nempe omnes in cono C S D) ut superficies sphærica rotatione arcûs E F descripta ad superficiem sphæricam rotatione arcûs G H descriptam; hoc est (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph.* & *Cyl.*) ut circulus radio E F descriptus ad circulum radio G H descriptum, sive in duplicata ratione rectarum E F, G H: Sed E F & G H sunt chordæ angulorum A S T, C S P ad radium S E, & dicti anguli sunt Parallaxes horizontales Solis S ex Planetis T & P spectati; & igitur Radii omnes ex S puncto manantes & in Planetam T incidentes sunt ad omnes in P incidentes in duplicata ratione chordæ Parallaxis Solis ex T spectati ad chordam Parallaxis Solis ex P spectati. Cumque idem similiter verum sit de Radiis ab alio quovis Solis puncto manantibus, patet propositum.

Loco chordarum ipsi arcus, iisve proportionales anguli quos subtendunt, possent assumi, ut in præcedente.

SCHOLIUM.

Pari modo sphæræ lucidæ & undiquaque radiantis radii omnino omnes sunt ad radios ejus omnes in sphæram datam incidentes illamque illustrantes in duplicata ratione diametri (sive chordæ semicirculi) ad chordam parallaxis horizontalis corporis lucidi ex sphæra illustrata spectati; sive ut quadratum diametri ad quadratum chordæ dictæ parallaxis horizontalis. Et consequenter, (sumendo antecedentium dimidia,) semissis radiorum omnium sphæræ lucidæ, sive radii omnes ab hemisphærio radiante manantes (posito altero hemisphærio opaco) sunt ad radios ejus omnes incidentes in sphæram illustrandam, cui illud pleno orbe fulget, ut semissis quadrati diametri (hoc est, quadratum circulo inscriptum) ad quadratum chordæ parallaxis corporis lucidi ex sphæra illustrata spectati.

PRO-

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Ratio Illustrationis Terræ à Sole ad ejusdem Illustrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium Solis ex Terra & Planeta isto spectati, & ratione quadrati circulo inscripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra visi.

RAdii, quibus Planeta Terram illustrat, illi sunt qui à Sole primitus manantes à Planeta reflectuntur in Terram. Supponimus igitur Planetam quemvis radios omnes Solares in se incidentes undiquaque reflectere; hoc est (ad majorem facilitatem) supponimus Planetam (lucidi primarii instar) radios à sui hemisphærio Soli obverso undiquaque emittere, tot sc. quot à Sole in illum incidunt. Palam est Illustrationem Terræ à Sole esse ad Illustrationem ejusdem per Planetam pleno Orbe fulgentem ut radii omnes Solares in Terram incidentes ad omnes radios à Planeta manantes in eandem incidentes: Sed ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Planetarios in eandem incidentes componitur ex ratione radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, (hoc est, omnes radios à Planetæ hemisphærio manantes,) & ratione omnium radiorum à Planetæ hemisphærio manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt. Et componentium harum rationum prior, sive ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, æqualis est (per Prop. præc.) duplicatæ rationi Parallaxis horizontalis Solis è Terra spectati ad Parallaxin horizontalem Solis ex isto Planeta spectati; posterior vero, nempe ratio radiorum omnium à Planetæ hemisphærio Terram illustrante manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt eamque illustrant,

æqualis eſt (per Schol. præc.) rationi quam habet quadratum circulo inſcriptum ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ ex Terra ſpectati. Et igitur ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi. Q. E. D.

PROPOSITIO LX.

Stellæ Fixæ Diſtantiam definire.

ELigatur Fixa ejuſdem quamproxime ſplendoris cum Planetarum aliquo, quando pleno Orbe fulget; quo caſu Terra ab iſtis duabus Stellis æqualiter illuſtratur. Sed ex cognitis (per Prop. XLV.) Solis, Terræ & Planetæ Diſtantiis mutuis ad Tempus obſervationis prædictæ, & (per Prop. XLVI.) horum trium corporum Magnitudinibus, innoteſcunt (per Prop. XLVIII. Lib. II.) Parallaxes horizontales Solis & Planetæ è Terra viſorum & angulus quo dictus Planeta ex Sole videtur, cujus ſemiſſis eſt Parallaxis horizontalis Solis ex iſto Planeta viſi. Ac proinde (per Prop. præc.) innoteſcit ratio illuſtrationis Terræ per Solem ad ejuſdem illuſtrationem per dictum Planetam; hoc eſt, ratio inter illuſtrationes Terræ per Solem & per Fixam: Sed (per Prop. LVII.) illuſtratio Terræ per Solem eſt ad illuſtrationem ejuſdem per Fixam (Soli æqualem & æquilucidam) in duplicata ratione Diſtantiæ Fixæ à Terra ad Diſtantiam Solis ab eadem: Innoteſcit igitur ratio inter Diſtantias Fixæ & Solis à Terra; ac proinde ipſa Diſtantia Fixæ à Terra nota eſt.

SCHO-

SCHOLIUM.

In prædictum usum commode assumentur Jupiter in situ Achronychio & Stella Sirii, quæ (si alia quævis) Soli æquiparari poterit. Cum autem Jupiter in dicto situ splendore Sirium superet, & præterea radii Solares in Jovem incidentes non sine debilitatione in Terram reflectantur, sed plurimi ad Jovis superficiem suffocentur; Distantia Sirii hoc modo definita minor erit verâ.

PROPOSITIO LXI.

Stellæ Fixæ Distantiam aliter æstimare.

Cum Fixæ etiam splendidissimæ Diameter nequeat per Tubum Opticum ullum hactenus fabricatum eousque ampliari, ut sensibilis evadat & cum Solis Diametro conferatur; saltem Solis Diameter eousque minuatur, ut illius sic minutæ lumen (sensuum judicio) non sit majus lumine Sirii noctu scintillantis, quod fiet si in Tubum ejus radii admittantur per foramen satis parvum; vel si ejus imago ope Lentis eousque minuatur, vel partim hoc modo partim illo: Imaginis enim Solis sic minutæ Diameter licet insensibilis, (si immediate aspiciatur,) ex datis foraminis Diametro, Lente & situ oculi, calculo Opticæ & Dioptricæ superstructo innotescit. Atqui Solis imaginis, oculo positione dato æquilucidæ atque Sirius, æqualis est Diameter Sirii Diametro; innotescit igitur per calculum Sirii Diameter apparens prius insensibilis: Sed Sol & Sirius æquales ponuntur; eorumque proinde Diametri æquales: eritque ideo Distantia Sirii ad Distantiam Solis ut sinus Diametri apparentis Solis ad sinum Diametri apparentis Sirii, sive (ob parvitatem horum angulorum) ut Diameter Solis apparens ad apparentem Sirii Diametrum; notaque proinde erit Sirii Distiantia. Q. E. I.

